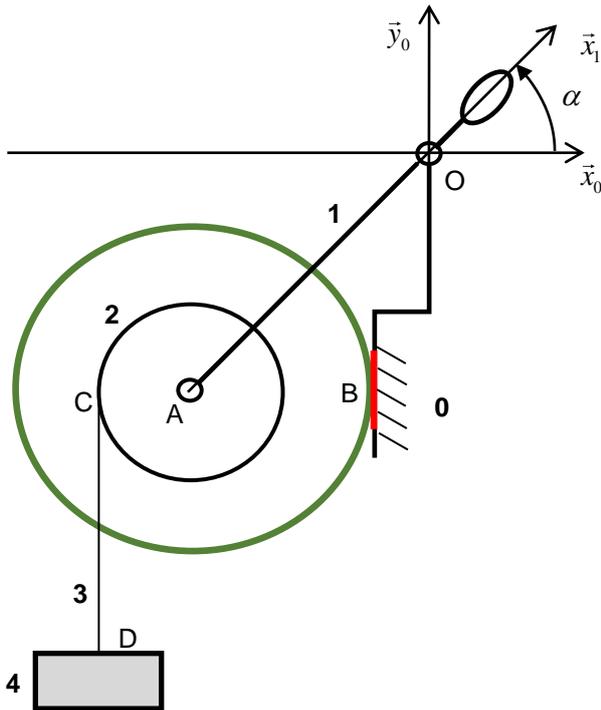


MACHINE D'ESSAI DE FROTTEMENT



Au bâti 0 est associé le repère $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$. Un plan de normale \vec{x}_0 est matérialisé sur le bâti.

Le champ de pesanteur est : $\vec{g} = -g \vec{y}_0$

Une barre et son contrepoids constituent le solide 1, de masse m_1 et de centre de masse O. Cet ensemble est lié. Au bâti 0 par une liaison pivot d'axe (O, \vec{z}_0) . Le repère $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ est lié à 1 et on pose :

$$\vec{OA} = -a \vec{x}_1 \quad \alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$$

La poulie homogène 2, de masse m_2 , est constituée de deux cylindres d'axe (A, \vec{z}_0) et

de rayons r et R . Elle est liée à la barre 1 par une liaison pivot parfaite également d'axe (A, \vec{z}_0) . De plus elle touche le plan matériel par une liaison en B avec frottement de coefficient f à déterminer. Un câble 3, de masse négligeable, inextensible et parfaitement flexible, est enroulé sur le cylindre de rayon r de la poulie 2. La masselotte 4, de masse M , est liée au câble au point D. On additionne des masselottes jusqu'à obtenir le mouvement de rotation de la poulie.

Le problème est considéré comme plan.

Question 1 : Tracer le graphe de structure de ce mécanisme.

Question 2 : Caractériser les torseurs d'actions mécaniques associés aux liaisons. On notera les torseurs d'actions mécaniques transmissibles de la manière suivante :

$$\{T_{i \rightarrow j}\} = \begin{Bmatrix} X_{ij} & L_{ij} \\ Y_{ij} & M_{ij} \\ Z_{ij} & N_{ij} \end{Bmatrix}_P = \begin{Bmatrix} \vec{R}_{i \rightarrow j} \\ \vec{M}(P, i \rightarrow j) \end{Bmatrix}_P$$

Question 3 : Traduire l'équilibre de 1 et en déduire 3 équations entre les inconnues de liaison $X_{12}, X_{01}, Y_{12}, Y_{01}$ et les constantes du problème.

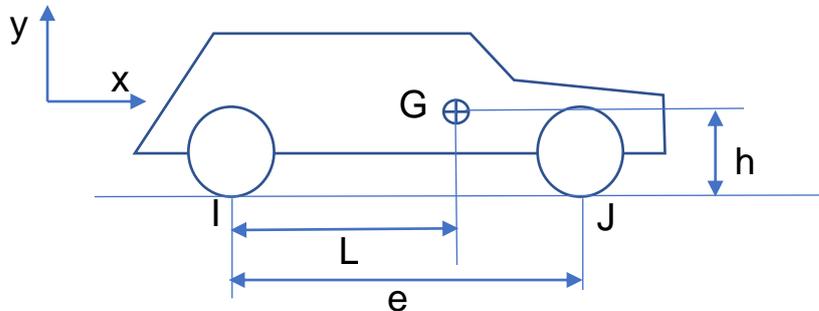
Question 4 : Traduire l'équilibre de l'ensemble 2+3+4 et en déduire 3 équations entre les inconnues de liaison $X_{12}, X_{02}, Y_{12}, Y_{02}$ et les constantes du problème notamment M .

Question 5 : À quelle condition le système est-il à la limite de la rupture d'équilibre ? En déduire une équation supplémentaire à l'aide des lois de Coulomb entre X_{02} et Y_{02} .

Question 6 : En déduire une relation entre la masse M et coefficient f .

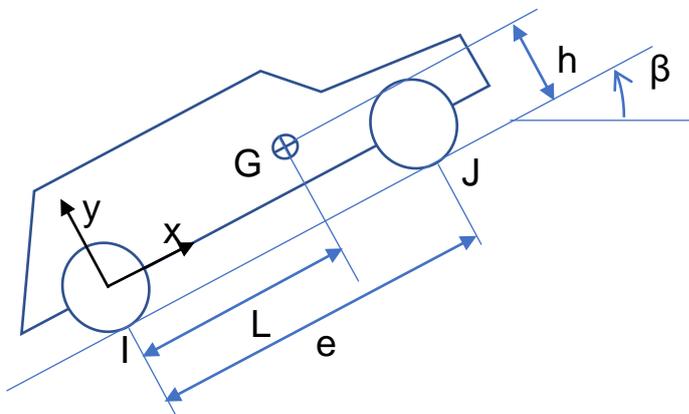
EQUILIBRE STATIQUE D'UNE VOITURE (modélisation plane)

Une voiture de masse $M=1500\text{kg}$, d'empattement $e=2,5\text{m}$ de rayon de roue $R=0,3\text{m}$.
 On considère le modèle plan (2 roues) constitué du châssis 1, de la roue arrière 2, de la roue avant 3.
 On modélise les actions des freins entre châssis et roue par des couples respectivement notés C_{m2} sur 2 et C_{m3} sur 3. Les liaisons pivots sont supposées parfaites.
 Le poids des roues de centres respectifs O_2 et O_3 est négligé devant le poids du reste du véhicule.
 Le centre de gravité G de l'ensemble de la voiture est positionné comme indiqué sur la figure.
 On considère le véhicule en équilibre avec les actions de freinage indiquées.



$L=1,8\text{m}$; $H=0,6\text{m}$

1. Proposer un graphe de structure
2. Ecrire les torseurs des actions mécaniques appliquées à l'ensemble du véhicule.
3. Isoler une roue et montrer qu'en absence de freinage, l'action du sol est une force selon y .
4. Isoler l'ensemble du véhicule, lui appliquer le PFS et déterminer alors les actions en I et J en l'absence d'action des freins.



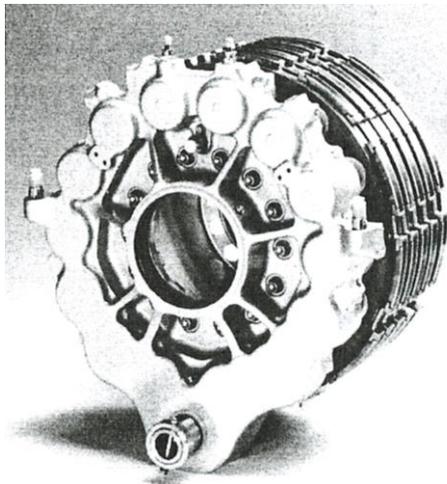
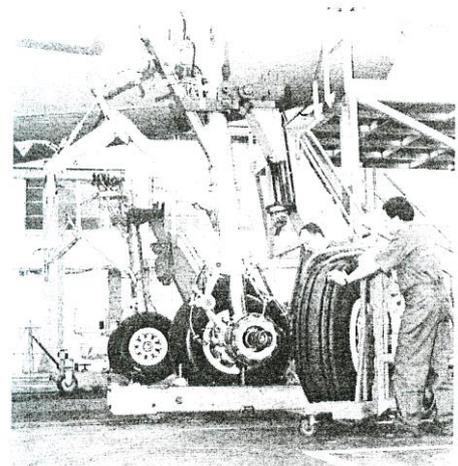
On considère un coefficient de frottement sec entre pneu et chaussée de 0,6.

5. Reprendre la question 4 en ajoutant l'action du frein de parking n'agissant que sur la roue arrière. Déterminer l'inclinaison maximale β_{max} du véhicule pour que la roue arrière ne glissent pas, Quel est le couple de freinage correspondant.
6. Peut-on alors se garer dans une pente à 20% ? (rue de San Francisco par exemple)

FREIN D'AIRBUS

Sur le train d'atterrissage principal d'Airbus, on trouve sur chaque roue un frein composé de onze disques carbone : 5 disques en liaison glissière avec la roue et 6 disques en liaison glissière avec l'essieu. On présente la vue en coupe longitudinale du frein où ne sont repérés que les principaux éléments :

- L'essieu **0** est associé au repère $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$
- La jante et la roue **1**.
- Les 5 disques en liaison avec la roue dont le disque **2**.
- Les 6 disques en liaison avec l'essieu dont le disque **3**.



Pour freiner, un dispositif **4** constitué de 14 vérins équirépartis, dont le vérin **4a**, permet d'exercer une action mécanique sur le disque **3** définie par le torseur suivant :

$$\{T_{(4 \rightarrow 3)}\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}(4 \rightarrow 3) = F_0 \vec{z}_0 \\ \vec{M}(O, 4 \rightarrow 3) = \vec{0} \end{array} \right\} \text{ avec } F_0 = 10^6 \text{ N}$$

L'action mécanique exercée par le disque **3** sur le disque **2** est modélisable par le torseur suivant :

$$\{T(3 \rightarrow 2)\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}(3 \rightarrow 2) = F_0 \vec{z}_0 \\ \vec{M}(O, 3 \rightarrow 2) = M_0 \vec{z}_0 \end{array} \right\}_O$$

Le facteur de frottement f entre les disques **3** et **2** est $f = 0,5$.

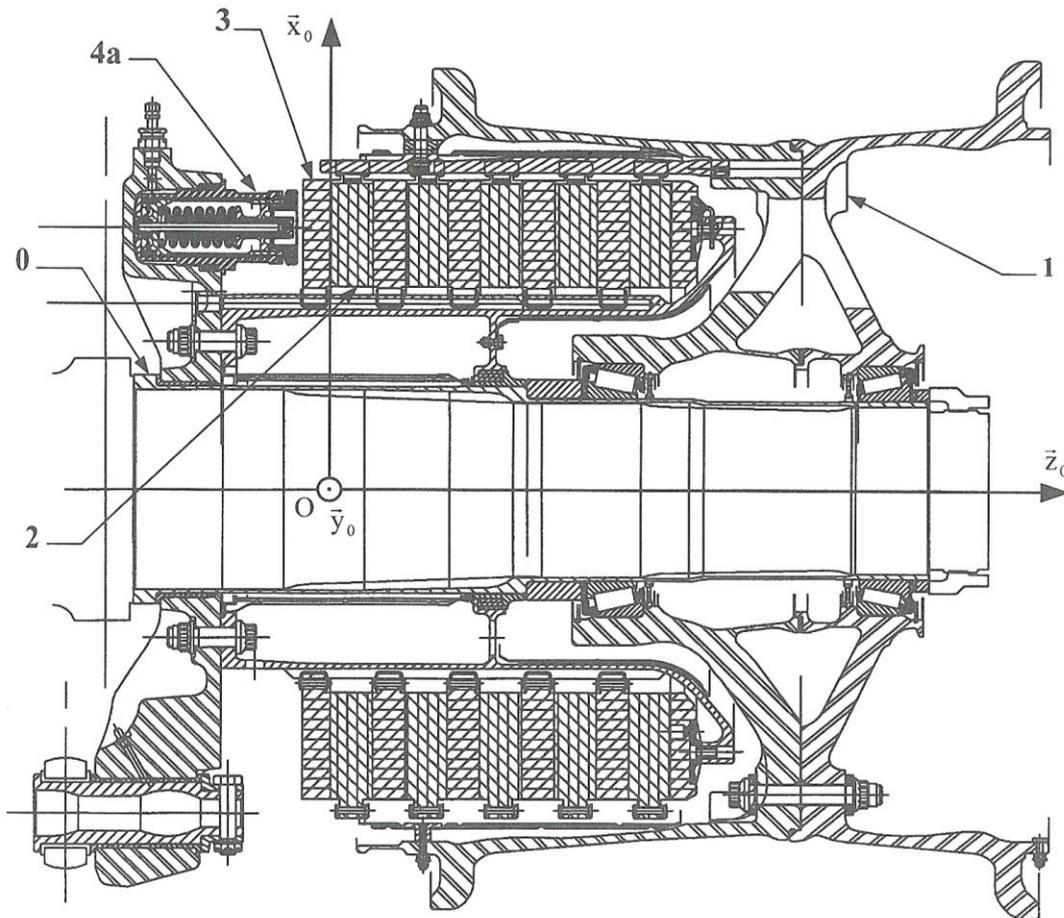
La surface de contact S entre **2** et **3** est une surface annulaire de rayon intérieur R_1 et de rayon extérieur R_2 avec $R_1 = 200 \text{ mm}$ et $R_2 = 300 \text{ mm}$.

On suppose que la pression de contact entre **2** et **3** est constante :

$$\forall M \in S \quad p(M) = p_0$$

On notera le repère local $R_M(O, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{z}_0)$ associé au point courant M permettant de paramétrer les coordonnées cylindriques du point M : $\forall M \in S \quad \vec{OM} = r \cdot \vec{u}_r = r(\cos \theta \vec{x}_0 + \sin \theta \vec{y}_0)$

Le frein est supposé en phase de freinage avec $\vec{\Omega}(1/0) \cdot \vec{z}_0 < 0$



Q1. Représenter la surface annulaire de contact entre les disques 2 et 3. Représenter dans le plan $(M, \vec{u}_\theta, \vec{z}_0)$ l'action de contact élémentaire avec frottement de 3 sur 2 au niveau du point courant M.

Q2. Après avoir formulé les hypothèses nécessaires, déterminer par intégration les expressions littérales de la résultante $\vec{R}(3 \rightarrow 2)$ et du moment $\vec{M}(O, 3 \rightarrow 2)$ en fonction de p_0 , f , R_1 et R_2 .

Q3. Etablir la relation littérale liant l'effort presseur F_0 et le moment M_0 . En déduire l'expression littérale du moment global de freinage $M_{\text{global}} = 10.M_0$. Effectuer l'application numérique.

On pose maintenant : $R_1 = R_m - \varepsilon$ $R_2 = R_m + \varepsilon$ R_m rayon moyen

Q4. En supposant que $\varepsilon \ll R_m$, c'est-à-dire que R_1 et R_2 sont peu différents, déterminer l'expression littérale de $M_0 = 10 \cdot \|\vec{M}(O, 3 \rightarrow 2)\|$ (car il y a 10 surfaces de contact avec frottement de glissement entre disques) en fonction de F_0 , f et R_m .

On suppose maintenant que la pression de contact entre 2 et 3 est hyperbolique en « r » :

$$\forall M \in S \quad p(M) = p_0 \frac{R_1}{r}$$

Q5. Sous cette nouvelle hypothèse, déterminer la relation littérale entre l'effort presseur F_0 et le moment M_0 .