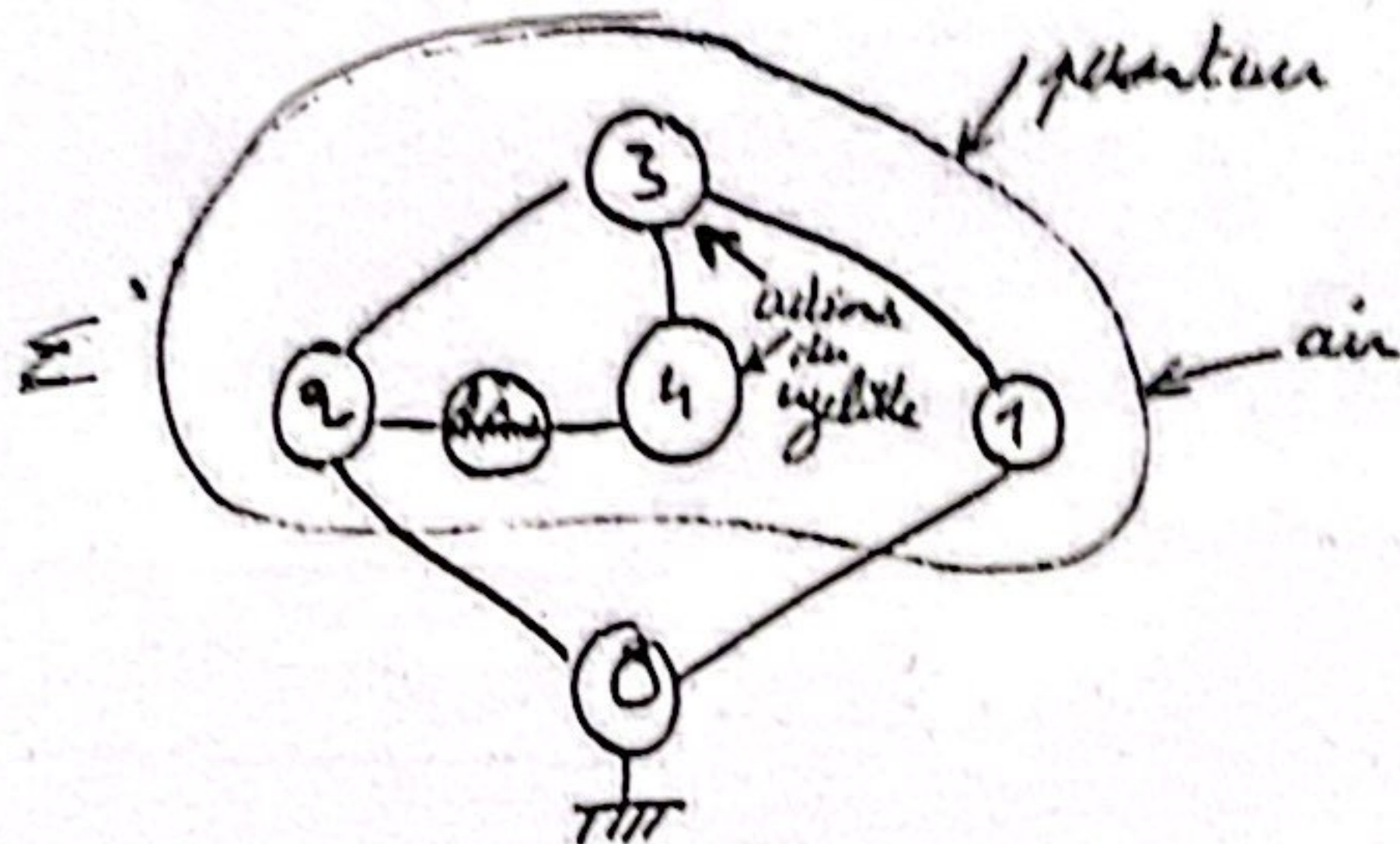


Actions mécaniques sur un vélo
de contre la montre.

CORRIGE

Q. 1.



Q. 2. Pour déterminer les efforts en I et J, il faut isoler l'ensemble Σ soumis aux actions:

sol 0 $\rightarrow$ roue 1 (force en I $\vec{R}_I$)
 sol 0 $\rightarrow$ roue 2 (force en J $\vec{R}_J$)
 pesantisme $\rightarrow \Sigma$ (force en G $\vec{P}$)
 air $\rightarrow \Sigma$ (force en A $\vec{F}_a$)

Puis appliquer la PFS et écrire les équations de résultantes en projection sur $\vec{y}$ et $\vec{z}$ et l'équation de moment (en I par exemple) en projection sur $\vec{x}$:

$$\begin{cases} (\vec{R}_I + \vec{R}_J + \vec{P} + \vec{F}_a) \cdot \vec{y} = 0 \\ (\vec{R}_I + \vec{R}_J + \vec{P} + \vec{F}_a) \cdot \vec{z} = 0 \\ (\vec{M}(I, \vec{R}_I) + \vec{M}(J, \vec{R}_J) + \vec{M}(I, \vec{P}) + \vec{M}(I, \vec{F}_a)) \cdot \vec{x} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 + 75 + 0 - 18,7 = 0 \\ z_I + z_J - Mg + 0 = 0 \\ 0 - 998 z_J + 648 Mg - 18700 = 0 \end{cases}$$

$$\vec{M}(I, \vec{R}_I) = 0 ; \vec{M}(J, \vec{R}_J) = \vec{IJ} \wedge \vec{R}_J = -998 \vec{y} \wedge (75 \vec{y} + z_J \vec{z}) = -998 z_J \vec{x}$$

①

$$\vec{M}(I, \vec{P}) = \vec{IG} \wedge \vec{P} = (\vec{IJ} + \vec{JG}) \wedge \vec{P} = (-998\vec{y} + 350\vec{y} + 900\vec{z}) \wedge (Mg\vec{z})$$

$$= +648Mg\vec{x}$$

$$\vec{M}(I, \vec{F}_a) = \vec{IA} \wedge \vec{F}_a = \vec{JA} \wedge \vec{F}_a = (\vec{JA} \cdot \vec{z})\vec{z} \wedge \vec{F}_a \quad \text{car } \vec{y} \wedge \vec{y} = \vec{0}$$

$$= 1000\vec{z} \wedge (-18,7\vec{y}) = 18700\vec{x}$$

on peut alors résoudre ce système de 3 équations à 3 inconnues:

$$Z_J = \frac{648Mg - 18700}{998} = \boxed{592,8 \text{ N} = Z_J}$$

$$\boxed{Y_J = 18,7 \text{ N}}$$

$$\boxed{Z_I = 311,2 \text{ N}}$$

3. On isole la roue arrière et on lui applique le PFS, on écrivant l'équation de moment en C en projection sur $\vec{x}$ on obtient:

$$(\vec{M}(C, \text{chaîne} \rightarrow 2) + \vec{M}(C, \text{3} \rightarrow 2) + \vec{M}(C, \text{1} \rightarrow 2) + \vec{M}(C, 0 \rightarrow 2)) \cdot \vec{x} = 0$$

$\vec{0}$ en problème plan. $\vec{0}$ car C centre de gravité

$$\text{or } \vec{M}(C, \text{chaîne} \rightarrow 2) = \vec{CM} \wedge \vec{T}_s = CM\vec{z} \wedge T_s\vec{y} = -14 \cdot T_s \vec{x}$$

$$\vec{M}(C, 0 \rightarrow 2) = \vec{CJ} \wedge \vec{R}_J = -350\vec{z} \wedge (Y_J\vec{y} + Z_J\vec{z}) = 350Y_J\vec{x}$$

$$\Rightarrow -14 \cdot T_s + 350Y_J = 0 \Rightarrow \boxed{T_s = \frac{350}{14} Y_J = 465 \text{ N}}$$

4. On isole le pédalier, soumis aux actions :

- chaîne $\rightarrow$ pédalier 4
- pieds $\rightarrow$ pédalier 4
- cadre 3 $\rightarrow$ pédalier 4

Dans l'hypothèse de problème plan de normale $\vec{x}$, ces actions sont représentées par les torseurs :

$$\{T_{d \rightarrow 4}\} = \left\{ \begin{array}{c} -\vec{T}_s \\ \vec{0} \end{array} \right\}_F = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ -T_s & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_F$$

$$\{T_{p \rightarrow 4}\} = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ y \\ z \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} L \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\}_0$$

$$\{T_{3 \rightarrow 4}\} = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ x_{34} \\ z_{34} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\}_0$$

On applique le PFS et on écrit l'équation de moment en D en projection sur $\vec{x}$:

$$(\vec{M}(D, d \rightarrow 4) + \vec{M}(D, p \rightarrow 4) + \vec{M}(D, 3 \rightarrow 4)) \cdot \vec{x} = 0$$

$$(\vec{DF} \wedge (-\vec{T}_s) + L \vec{x}) \cdot \vec{x} = 0$$

$$\Rightarrow L = - \vec{DF} \wedge (-\vec{T}_s) \cdot \vec{x} = (-DF \vec{e} \wedge -T_s \vec{y}) \cdot \vec{x}$$

$$L = -DF \cdot T_s = -67,5 \cdot 465 \cdot 10^{-3} = -31,39 \text{ N.m}$$

$$5. \boxed{P_p = L \cdot \omega = -31,39 \cdot (-7,43) = +233,2 \text{ W}}$$

($\omega = -7,43 \text{ rad.s}^{-1}$ erreur de signe du sujet)

$$P_a = -\|\vec{F}_a\| \cdot V = -18,7 \cdot \frac{45}{3,6} = -233,75 \text{ W}$$

on a $P_p + P_a \approx 0$ ces puissances se compensent

Le cycliste doit développer une puissance correspondant à la puissance des actions aérodynamiques freinantes

b. On isole l'ensemble du pédalier, soumis aux actions:

• cadre $3 \rightarrow 4$ roulement en D_1 $\{T_{3 \rightarrow 4}\} = \begin{Bmatrix} X_1 & 0 \\ Y_1 & 0 \\ Z_1 & 0 \end{Bmatrix}_{D_1}$

roulement en D_2 $\{T_{3 \rightarrow 4}\} = \begin{Bmatrix} X_2 & 0 \\ Y_2 & 0 \\ Z_2 & 0 \end{Bmatrix}_{D_2}$

• chaîne $\rightarrow 4$ $\{T_{4 \rightarrow 4}\} = \begin{Bmatrix} -\vec{T}_S \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_F$

• pieds droit $\rightarrow 4$ $\{T_{d \rightarrow 4}\} = \begin{Bmatrix} \vec{R}_E \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_E$

• pieds gauche $\rightarrow 4$ $\{T_{g \rightarrow 4}\} = \begin{Bmatrix} \vec{R}_E' \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{E'}$

On applique le PFS en D_1 :

$$\{T_{3 \rightarrow 4}\}_{D_1} + \{T_{3 \rightarrow 4}\}_{D_1} + \{T_{4 \rightarrow 4}\}_{D_1} + \{T_{d \rightarrow 4}\}_{D_1} + \{T_{g \rightarrow 4}\}_{D_1} = \{0\}$$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 + 0 + 0 + 0 = 0 \text{ (1)} \\ Y_1 + Y_2 - T_S + 0 + 0 = 0 \text{ (2)} \\ Z_1 + Z_2 + 0 + R - R = 0 \text{ (3)} \\ 0 + 0 + 67.5 T_S - 170 R - 170 R = 0 \text{ (4)} \\ 0 + 70 Z_2 + 0 + 25 R + 95 R = 0 \text{ (5)} \\ 0 - 70 Y_2 - 15 T_S + 0 + 0 = 0 \text{ (6)} \end{cases}$$

problème hyperstatique car 7 inconnues pour 6 équations.

$$\text{car } \vec{M}(D_1, \vec{e}^0) = \vec{0}$$

$$\vec{M}(D_1, \vec{e}^1) = \vec{D}_1 \vec{D}_1 \wedge \vec{R}_{1, \vec{e}^1} = \begin{pmatrix} -70 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 70z_1 \\ -70y_1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{M}(D_1, \vec{e}^2) = \vec{D}_1 \vec{F}_1 \wedge \vec{T}_s = \begin{pmatrix} 15 \\ 0 \\ 67,5 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -T_s \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{M}(D_1, \vec{e}^3) = \vec{D}_1 \vec{E} \wedge \vec{R}_E = \begin{pmatrix} 15 \\ 170 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -R \end{pmatrix}$$

$$\vec{M}(D_1, \vec{e}^4) = \vec{D}_1 \vec{E}' \wedge \vec{R}_{E'} = \begin{pmatrix} -95 \\ -170 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ R \end{pmatrix}$$

Q.7. La résolution du système de 6 équations donne alors.

$$\textcircled{4} \Rightarrow \boxed{R = \frac{67,5}{2 \times 170} T_s = 98,6 \text{ N}}$$

$$\textcircled{5} \Rightarrow \boxed{z_2 = -\frac{170}{70} R = 158,7 \text{ N}}$$

$$\textcircled{6} \Rightarrow \boxed{y_2 = -\frac{15}{70} T_s = -100 \text{ N}}$$

$$\textcircled{3} \Rightarrow \boxed{z_1 = -z_2 = -158,7 \text{ N}}$$

$$\textcircled{2} \Rightarrow \boxed{y_1 = T_s - y_2 = 465 + 100 = 565 \text{ N}}$$

$$\textcircled{1} \Rightarrow x_1 + x_2 = 0 \quad x_1 \text{ et } x_2 \text{ indéterminées}$$

problème hyperstatique

on a alors $\|\vec{R}_{1,0}\| = \sqrt{Y_1^2 + Z_1^2} = 472,6 \text{ N}$

$$\|\vec{R}_{1,0}\| = \sqrt{Y_1^2 + Z_1^2} = 159,9 \text{ N}$$

Ces charges sont très inférieures à C_0 , ce qui devrait assurer une bonne tenue (une bonne durée de vie) aux roulements.

$R = 92,6 \text{ N}$ est un effort musculaire important, mais cohérent avec les capacités humaines (équivalent au poids de 10 kg ici)