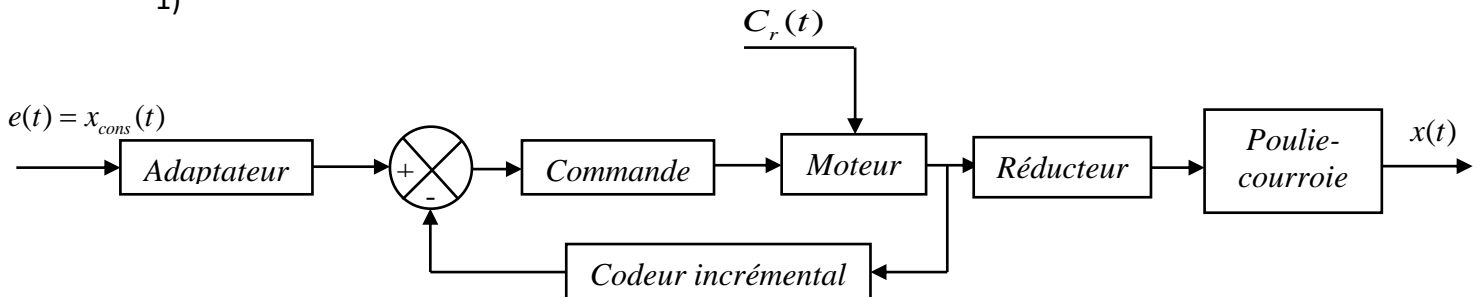


## II. Travail demandé

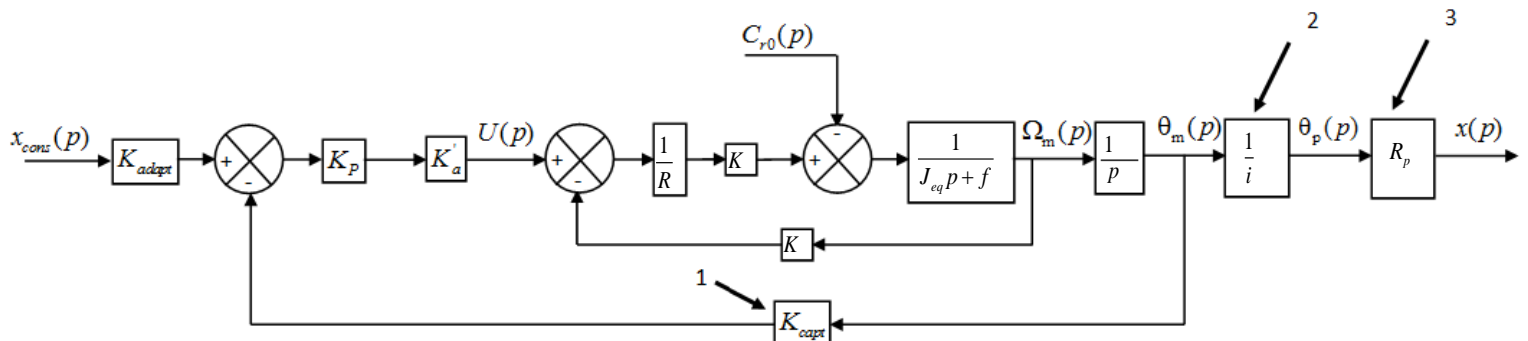
### 3. Construction d'un modèle de connaissance

#### a. Schéma fonctionnel

1)



#### b. Modèle de connaissance



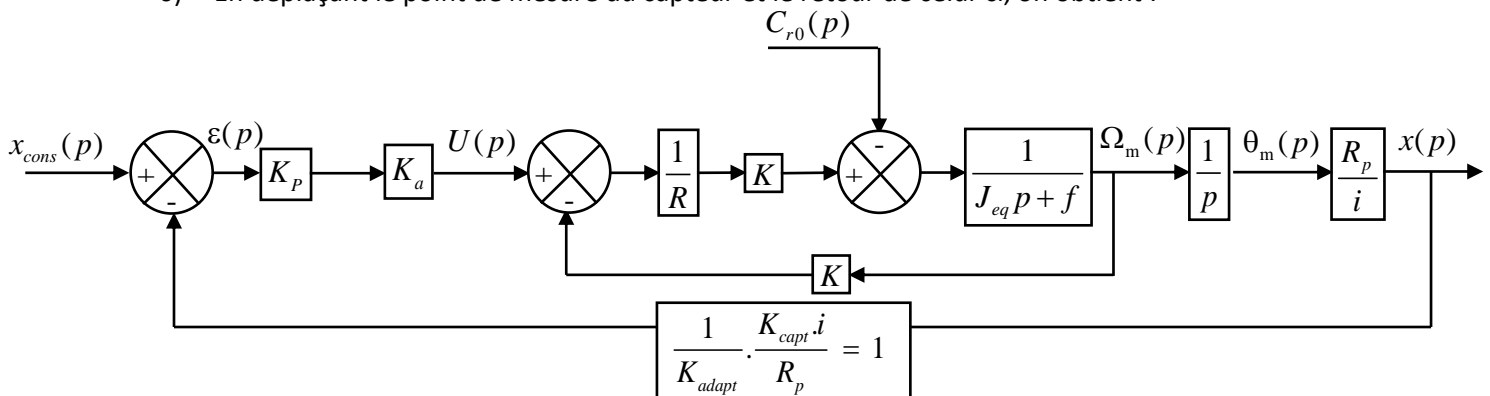
2) 1 correspond au capteur (codeur incrémental), 2 au réducteur et 3 au système poulie-courroie.

3) Cf schéma-bloc ci-dessus.

4) Cf schéma-bloc ci-dessus.

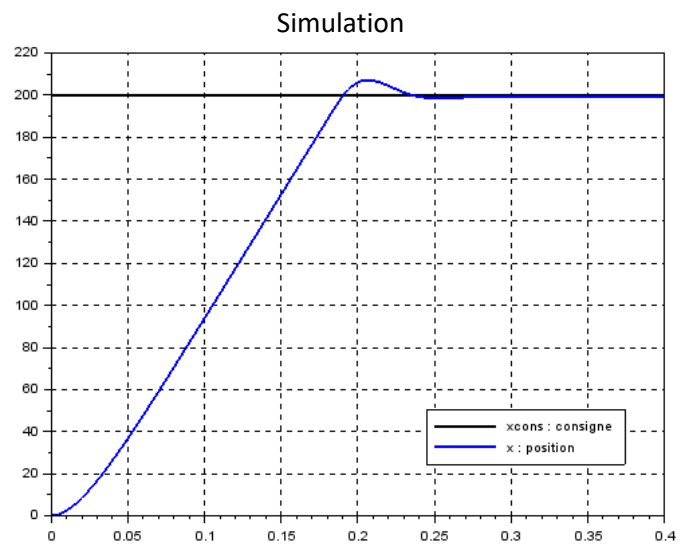
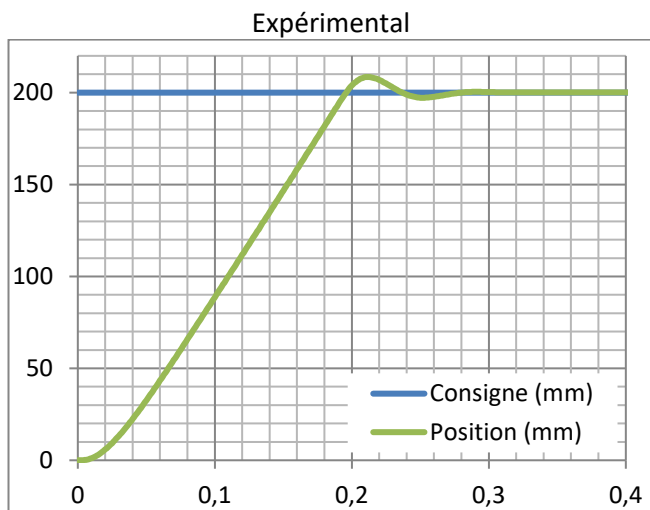
5)  $\varepsilon(t) = K_{adapt} \cdot x_{cons}(t) - K_{capt} \cdot \frac{i}{R_p} x(t)$ , et donc :  $K_{adapt} = \frac{K_{capt} \cdot i}{R_p}$ .

6) En déplaçant le point de mesure du capteur et le retour de celui-ci, on obtient :



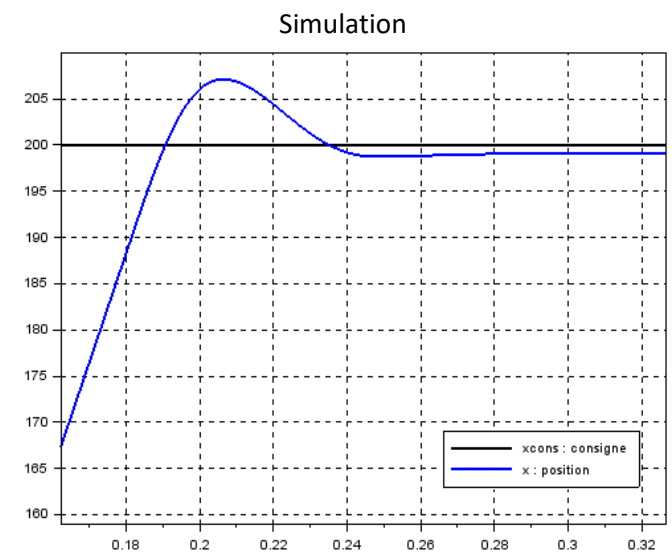
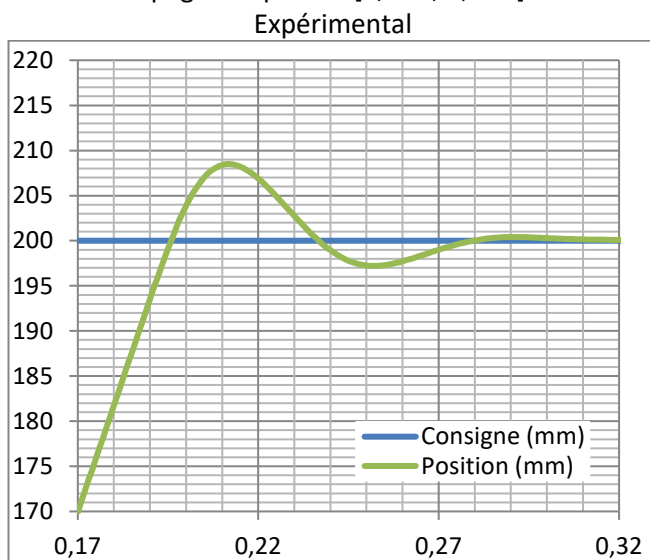
#### 4. Validation du modèle mis en place en boucle fermée

##### 7) Comparaison expérimental et simulation



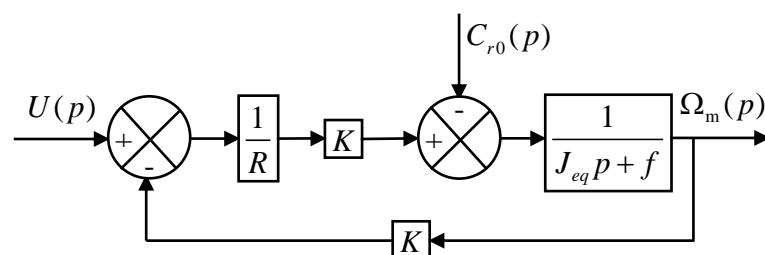
Pour valider le modèle, on doit comparer la valeur finale (200 mm dans les 2 cas), la valeur du premier dépassement (expérimental 209 mm et simulation 207 mm) et l'instant du premier dépassement (expérimental : 0,21 s et expérimental : 0,206 s).

Zoom sur la page temporelle [0,17 s ; 0,32 s] :

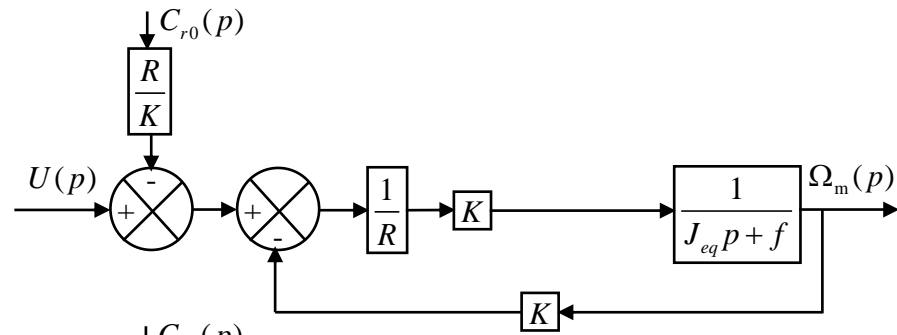


#### 5. Etude de la précision pour une perturbation nulle

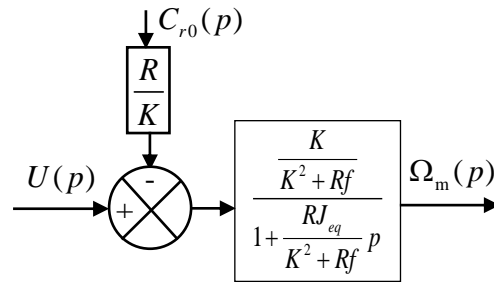
##### 8) La partie du schéma-bloc correspondant au moteur seul :



peut se mettre sous la forme :

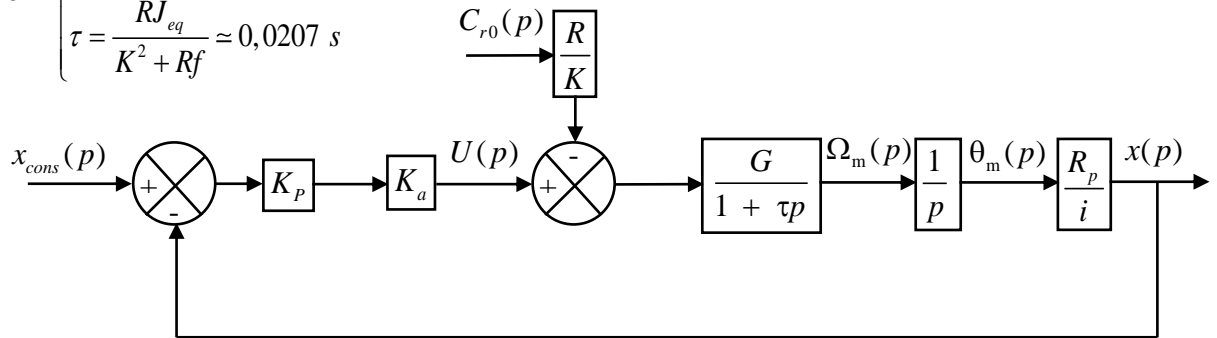


puis :



et donc :

$$\begin{cases} G = \frac{K}{K^2 + Rf} \approx 3,99 \text{ rad / s.V} \\ \tau = \frac{RJ_{eq}}{K^2 + Rf} \approx 0,0207 \text{ s} \end{cases}$$



9) Expression de l'écart  $\varepsilon(p)$  :

$$\varepsilon(p) = x_{cons}(p) - x(p) = x_{cons}(p) - \frac{R_p}{i} \cdot \frac{1}{p} \cdot \frac{G}{1 + \tau p} \cdot K_a \cdot K_p \cdot \varepsilon(p)$$

$$\text{et donc : } \varepsilon(p) = \frac{x_{cons}(p)}{1 + \frac{K_p K_a G R_p / i}{(1 + \tau p) p}} = \frac{x_{cons}(p)}{1 + FTBO}$$

10) Entrée échelon :  $x_{cons}(t) = X_0 \cdot u(t)$  et donc :  $x_{cons}(p) = \frac{X_0}{p}$

$$\varepsilon_s = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{X_0}{1 + \frac{K_p K_a G R_p / i}{(1 + \tau p) p}} = 0 \quad \boxed{\varepsilon_s = 0}$$

Entrée rampe :  $x_{cons}(t) = V_0 \cdot t \cdot u(t)$  et donc :  $x_{cons}(p) = \frac{V_0}{p^2}$

$$\varepsilon_s = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{V_0}{p + \frac{K_p K_a G R_p / i}{1 + \tau p}} = \frac{V_0}{i} \quad \boxed{\varepsilon_s = \frac{i V_0}{K_p K_a G R_p} = \frac{V_0}{K_{BO}}}$$

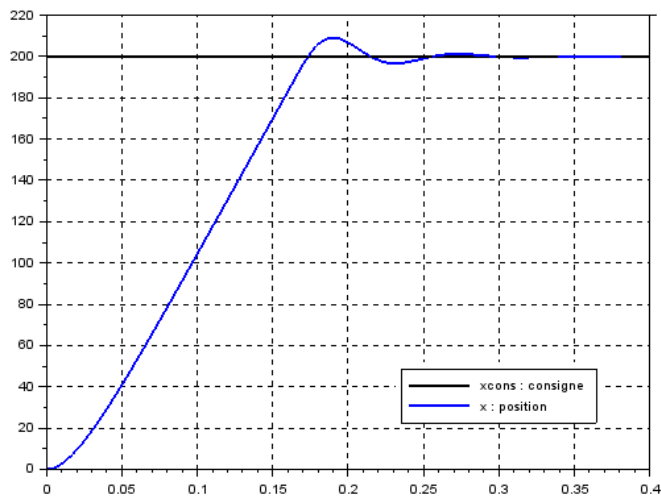
Avec les valeurs numériques :  $K_{BO} \approx 131,2 \text{ s}^{-1}$   $\boxed{\varepsilon_s \approx 3,81 \text{ mm}}$

Entrée parabole :  $x_{cons}(t) = \gamma_0 \cdot t^2 \cdot u(t)$  et donc :  $x_{cons}(p) = \frac{2\gamma_0}{p^3}$

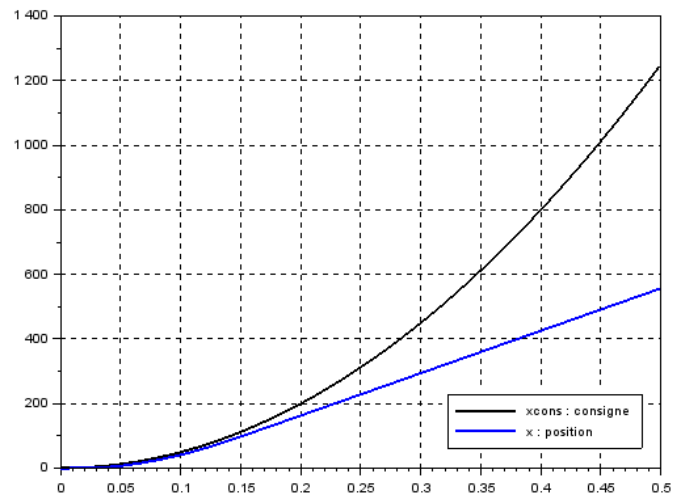
$$\varepsilon_s = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{2\gamma_0}{p^2 + \frac{K_p K_a G R_p / i}{1 + \tau p} p} = \infty \quad \boxed{\varepsilon_s \rightarrow \infty}$$

11) Modèle Scilab avec  $Cr0 = 0 \text{ Nm}$  :

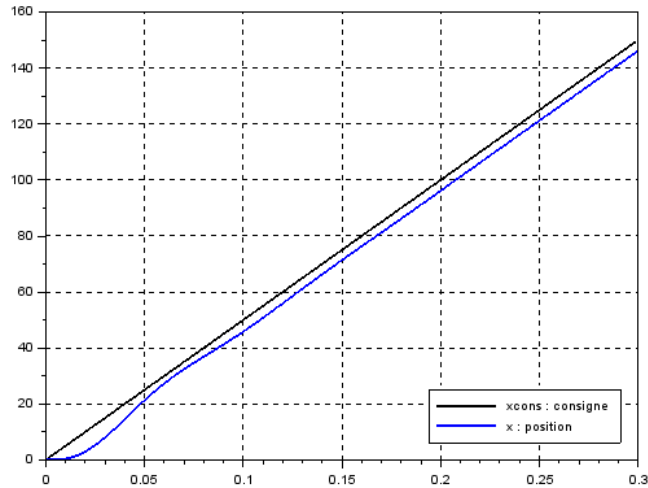
Echelon : l'écart tend bien vers 0



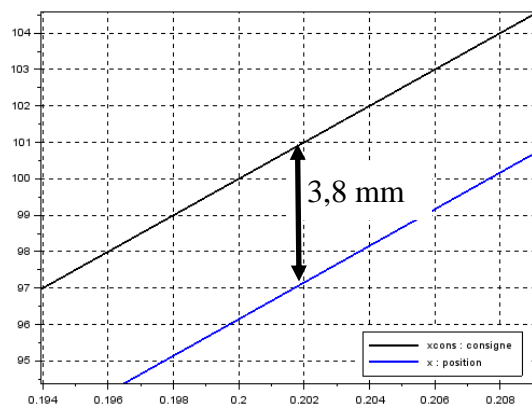
Entrée parabole : l'écart augmente donc tend vers l'infini



Entrée rampe : l'écart mesuré tend vers 3,8 mm

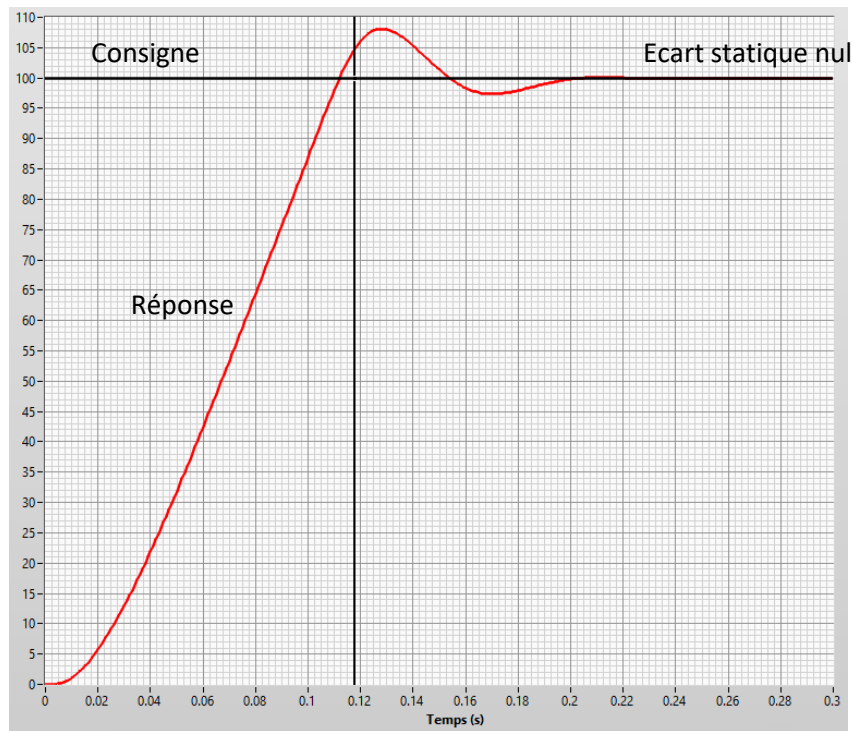


Zoom

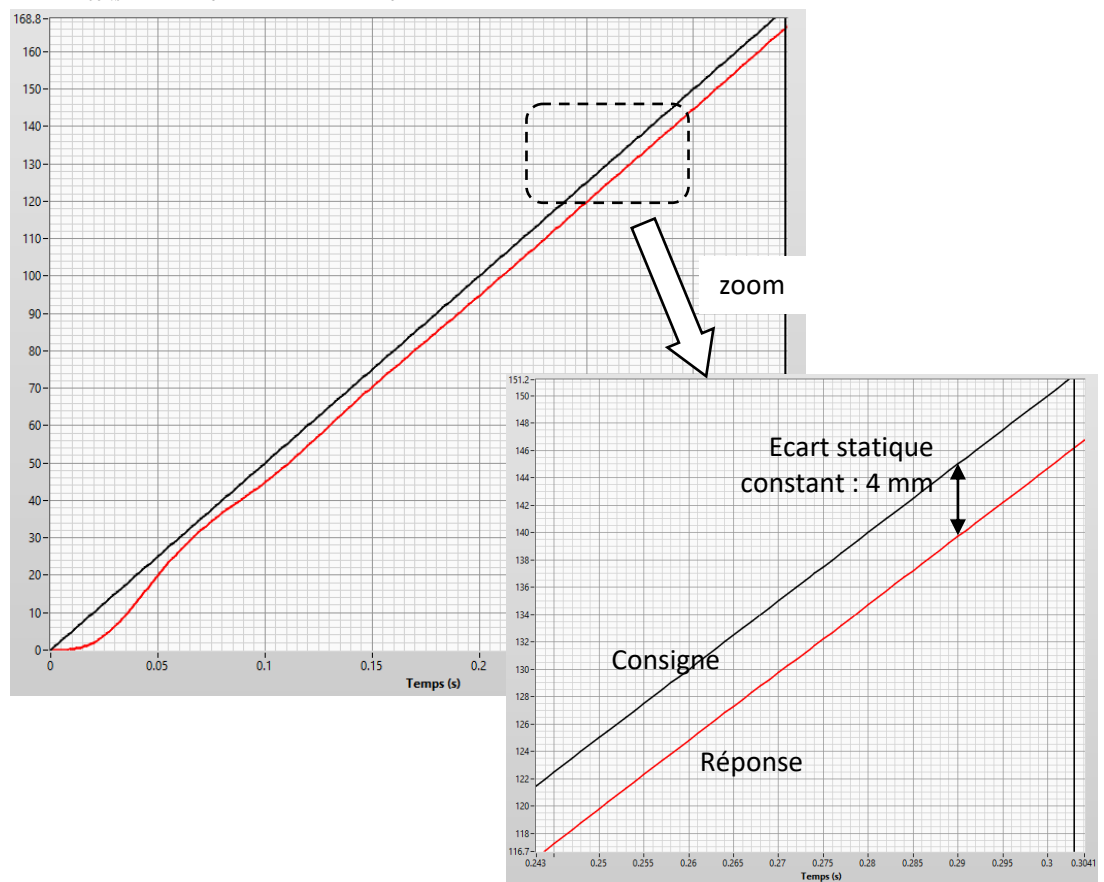


## 12) Essais expérimentaux :

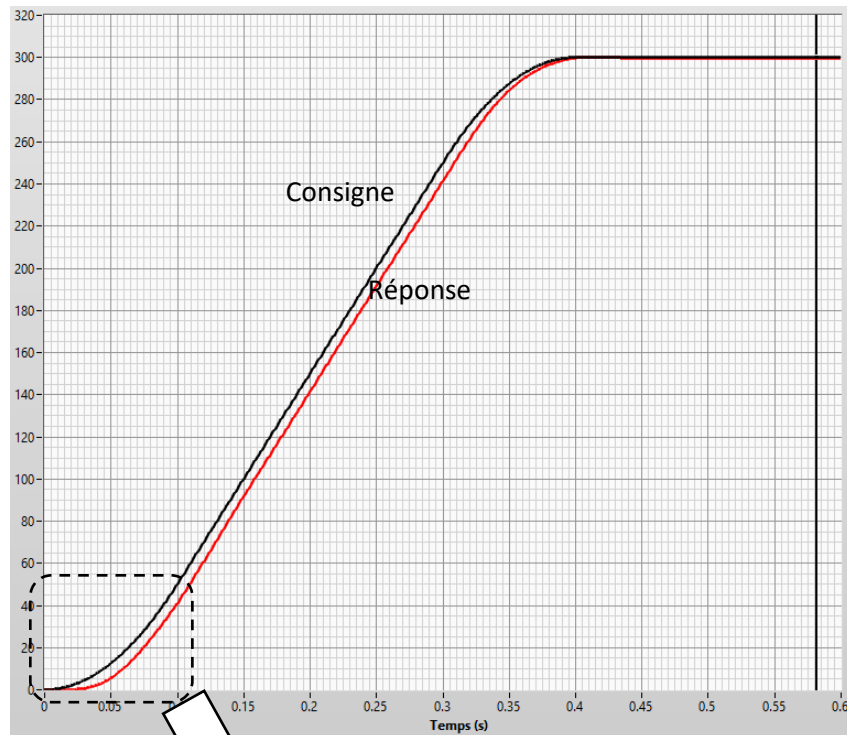
- $x_{cons}(t) = X_0 \cdot u(t)$  avec  $X_0 = 100 \text{ mm}$



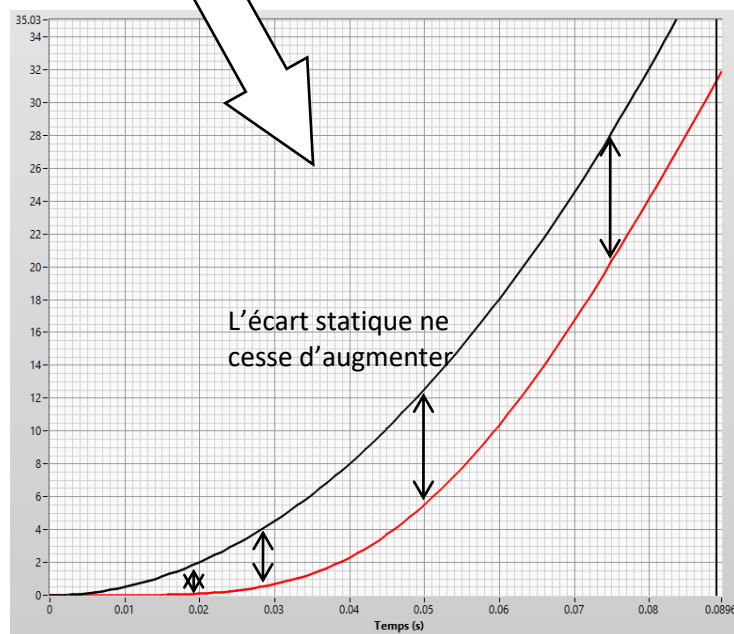
- $x_{cons}(t) = V_0 \cdot t \cdot u(t)$  avec  $V_0 = 500 \text{ mm/s}$  avec un position finale de  $200 \text{ mm}$



- trapèze de vitesse avec :
  - une position de  $300\text{ mm}$
  - une vitesse de  $1000\text{ mm/s}$
  - une accélération de  $10000\text{ mm/s}^2$ .

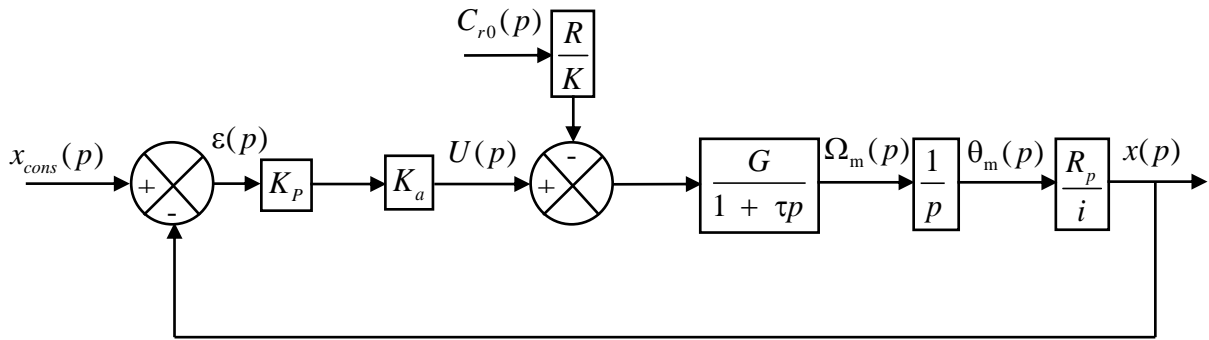


zoom

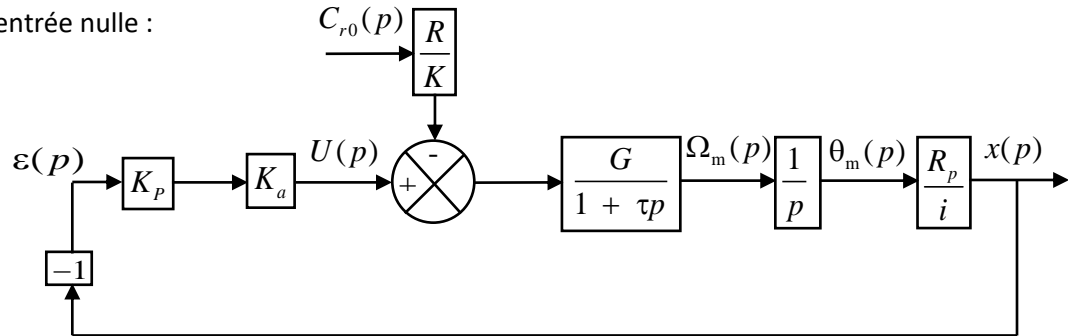


## 6. Etude de la précision pour une perturbation constante et une entrée nulle

13) Sensibilité à une perturbation constante  $C_{r0}$ .



Pour une entrée nulle :



Et donc :

$$\varepsilon(p) = -x(p) = -\frac{R_p G}{ip(1+\tau p)} \left( -\frac{R}{K} C_{r0}(p) + K_p K_a \varepsilon(p) \right)$$

$$\varepsilon(p) = \frac{\frac{R_p G}{ip(1+\tau p)} \frac{R}{K} C_{r0}(p)}{1 + \frac{R_p G K_p K_a}{ip(1+\tau p)}} = \frac{R_p G \frac{R}{K} C_{r0}(p)}{ip(1+\tau p) + R_p G K_p K_a}$$

Pour une perturbation constante :  $C_{r0}(p) = \frac{C_{r0}}{p}$

$$\varepsilon_s = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{R_p G \frac{R}{K} C_{r0}}{ip(1+\tau p) + R_p G K_p K_a} = \frac{R_p G \frac{R}{K} C_{r0}}{R_p G K_p K_a} = \frac{RC_{r0}}{KK_p K_a}$$

$$\varepsilon_s = \frac{RC_{r0}}{KK_p K_a}$$

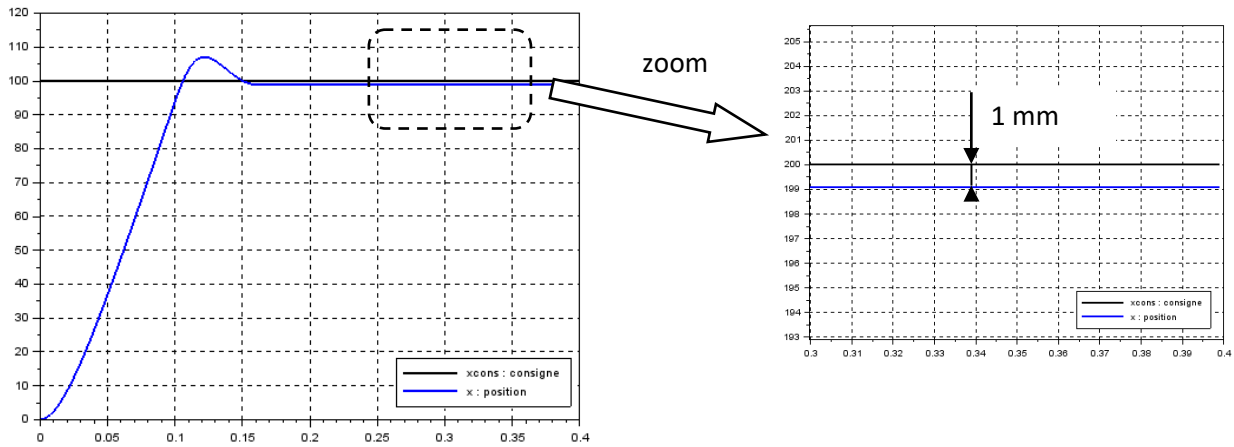
$$\varepsilon_s = \underbrace{\left[ \frac{-1}{K_p K_a} \right]}_{\text{gain statique de la partie de la BO en amont de la perturbation}} \cdot \underbrace{\left[ \frac{RC_{r0}}{K_a} \right]}_{\text{perturbation}}$$

Application numérique :  $\varepsilon_s \approx 1,01 \text{ mm}$

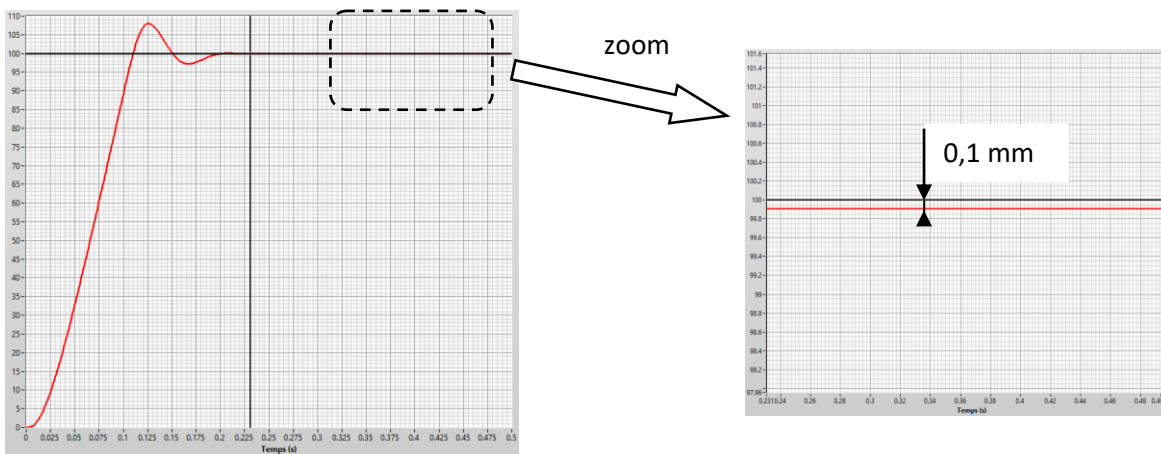
gain statique de la partie de la BO en amont de la perturbation

perturbation

#### 14) Simulation sur Scilab :



15) Sur le système réel, on impose une entrée échelon :  $x_{cons}(t) = X_0 u(t)$  avec  $X_0 = 100 \text{ mm}$ .



On constate une différence importante entre l'écart du à la perturbation sur le modèle et celui sur le système réel. La valeur du couple résistant choisie pour le modèle peut être contestée. Mais cette mesure se fait en statique et on sait que dans ce cas là, la composante  $dT < fdN$  et cette propriété n'a pas été modélisée sur le couple résistant.

### 7. Précision avec un correcteur proportionnel intégral

16) Ecart statique en l'absence de perturbation :

$$\text{Expression de l'écart : } \varepsilon(p) = \frac{x_{cons}(p)}{1 + \frac{K_p(1 + \tau_i \cdot p)K_a GR_p / i}{(1 + \tau p)p^2}}$$

$$\text{Entrée échelon : } \varepsilon_S = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{X_0}{1 + \frac{K_p(1 + \tau_i \cdot p)K_a GR_p / i}{(1 + \tau p)p^2}} = 0$$

$$\text{Entrée rampe : } \varepsilon_S = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{V_0}{p + \frac{K_p(1 + \tau_i \cdot p)K_a GR_p / i}{(1 + \tau p)p}} = 0$$

$$\text{Entrée parabole : } \varepsilon_S = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{2\gamma_0}{p^2 + \frac{K_p(1 + \tau_i \cdot p)K_a GR_p / i}{1 + \tau p}} = \frac{2\gamma_0 i}{K_p K_a GR_p}$$

Sensibilité à une perturbation constante :



$$\varepsilon_s = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{R_p G \frac{R}{K} C_{r0}}{ip(1 + \tau p) + R_p G \frac{K_P(1 + \tau_i \cdot p)}{p} K_a} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{p R_p G \frac{R}{K} C_{r0}}{ip^2(1 + \tau p) + R_p G K_P(1 + \tau_i \cdot p) K_a} = 0$$

17) Tableau bilan :

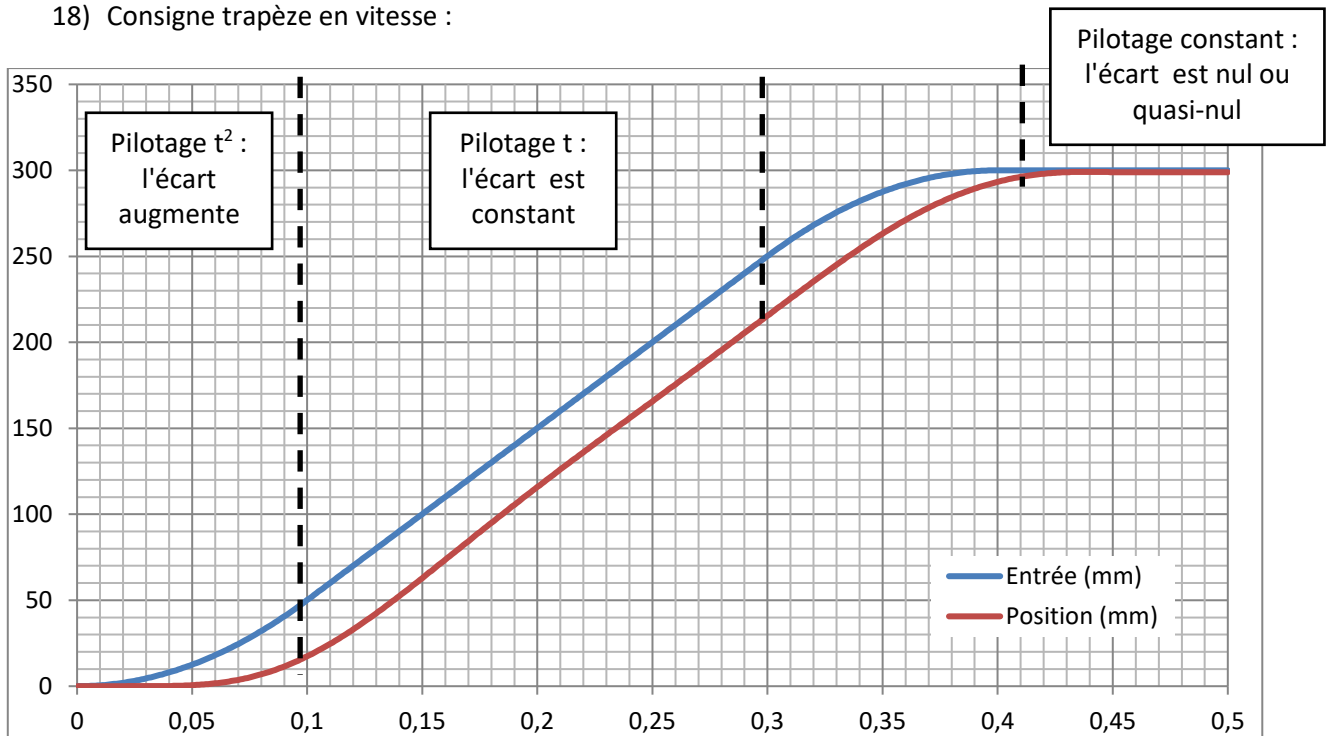
		$\alpha$ : classe du système		
		0	1	2
Entrées du système	$x_{cons}(t) = X_0 \cdot u(t)$	$\frac{X_0}{1 + K_{BO}}$	0	0
	$x_{cons}(t) = V_0 \cdot t \cdot u(t)$	$\infty$	$\frac{V_0}{K_{BO}}$	0
	$x_{cons}(t) = \frac{1}{2} \gamma_0 \cdot t^2 \cdot u(t)$	$\infty$	$\infty$	$\frac{\gamma_0}{K_{BO}}$

Ne peut être complété avec les questions précédentes

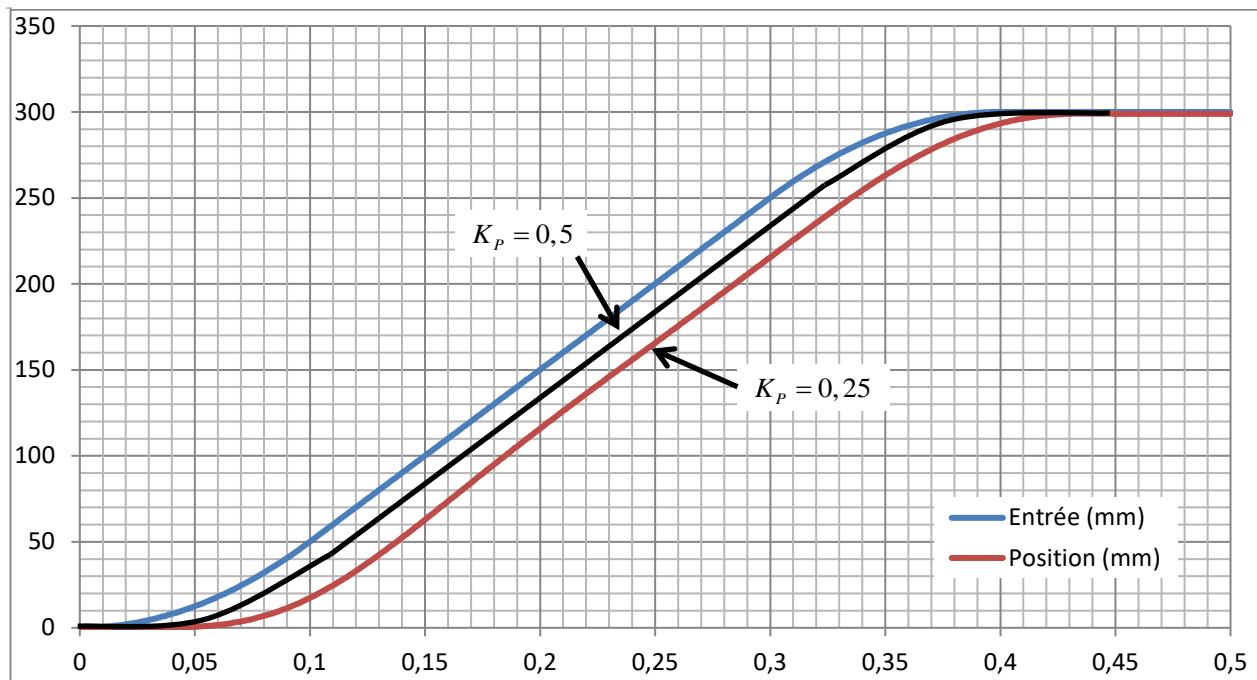
Q10

Q16

18) Consigne trapèze en vitesse :



Avec une valeur de  $K_P = 0,5$ , la valeur de  $K_{BO}$  est multipliée par deux, donc l'écart statique est divisé par deux.

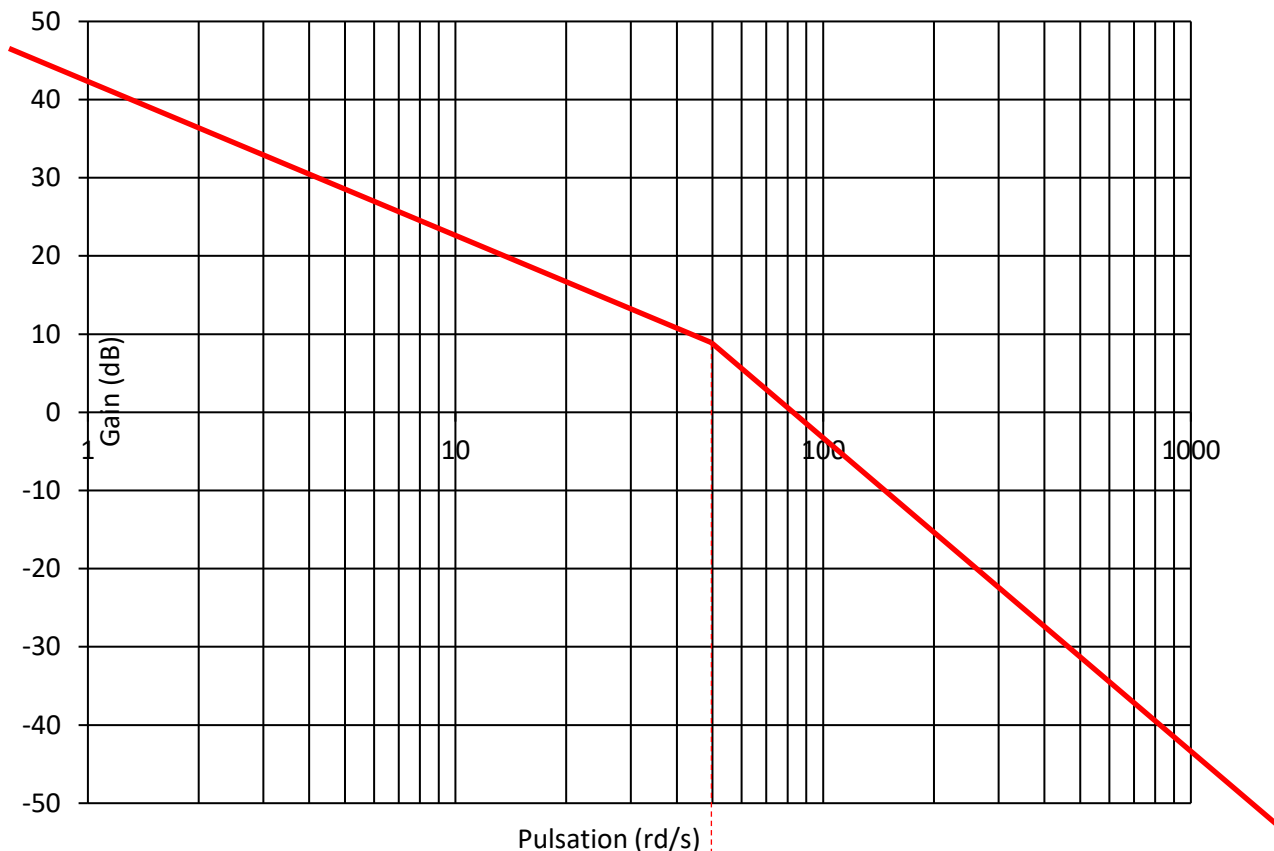


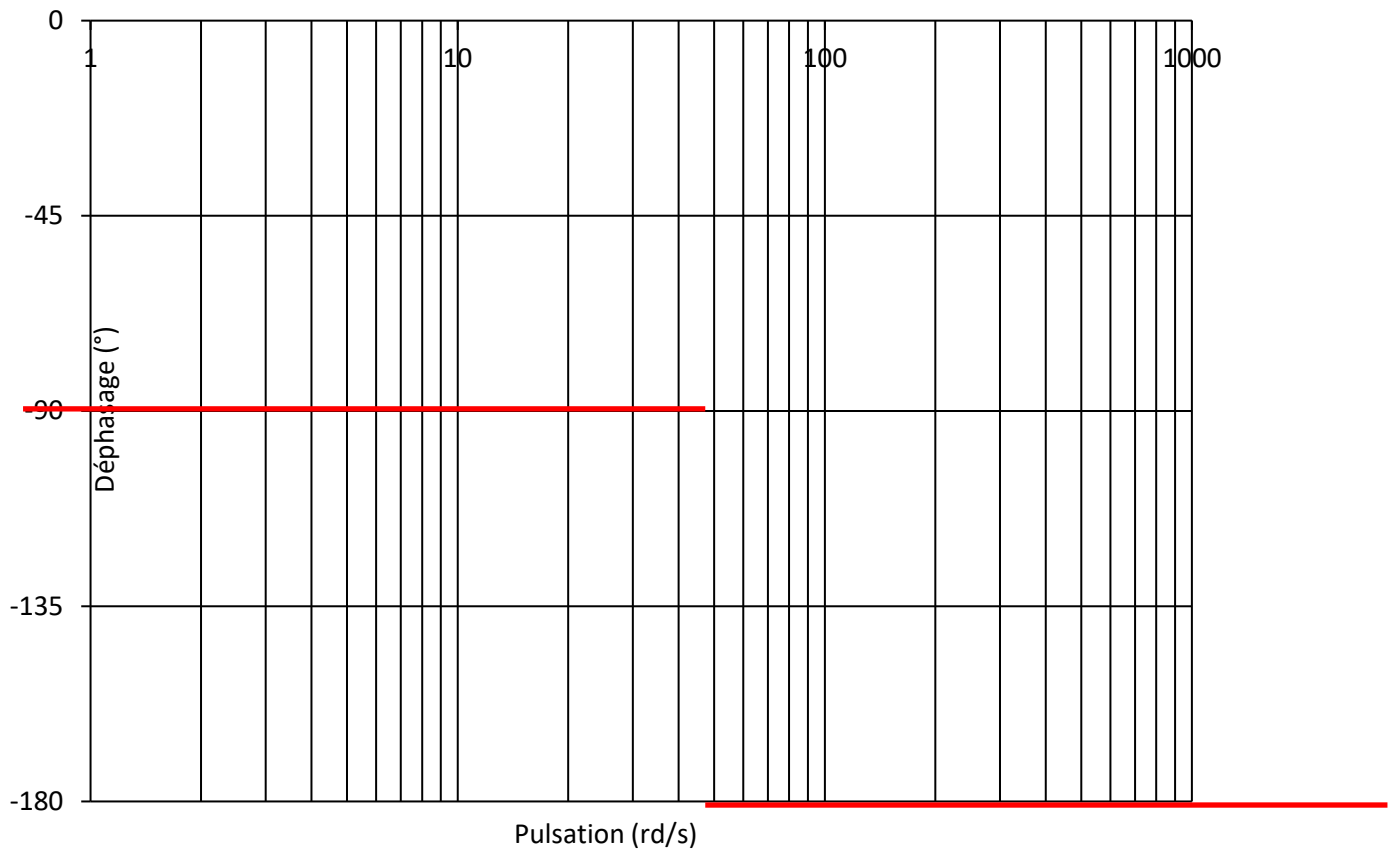
- 19) L'écart statique n'est pas exactement nul lors de la phase avec une consigne constante. Cet écart est causé par une perturbation constante due à la présence de frottements secs qui créent un couple résistant constant.

## 8. Etude de la réponse fréquentielle en boucle ouverte

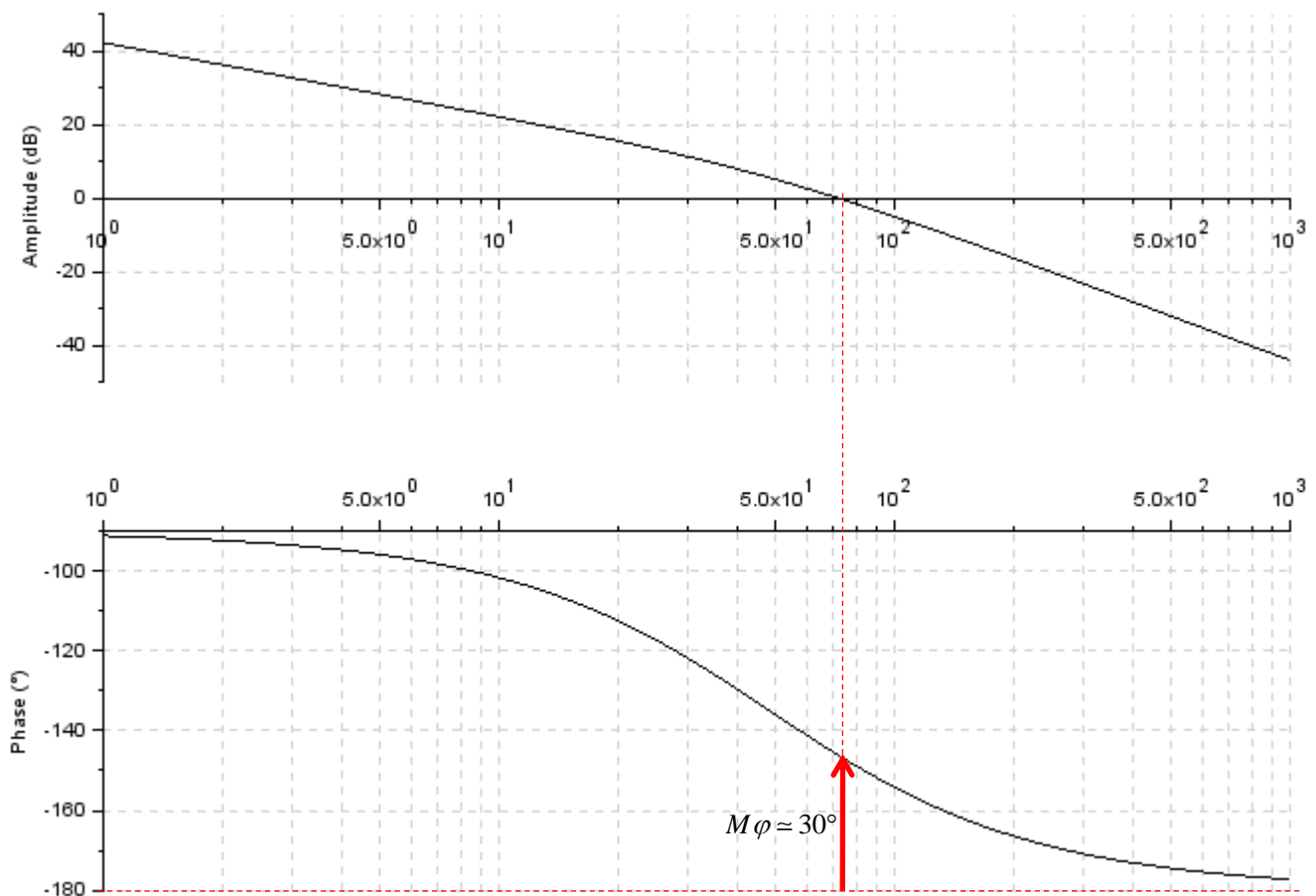
20) Expression de la FTBO :  $H_{BO}(p) = \frac{R_p G K_p K_a}{ip(1 + \tau p)} = \frac{131,2}{p(1 + 0,0207 \cdot p)}$

- 21) Tracé asymptotique de Bode pour  $K_p = 1$ .





22) Sur la réponse fréquentielle proposée par Scilab, on retrouve la valeur en 1 rad/s : 42 dB, les 2 pentes à -20 dB/décade et -40, et la cassure en 50 rad/s.

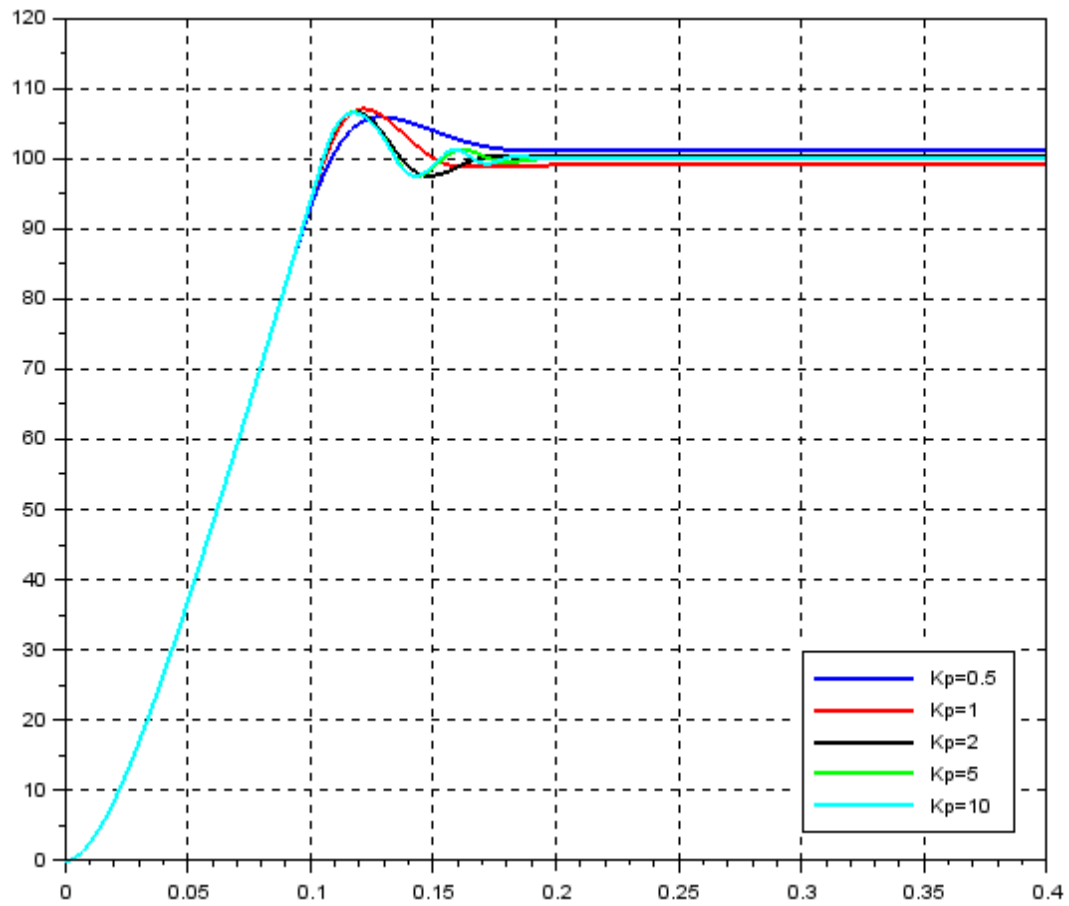


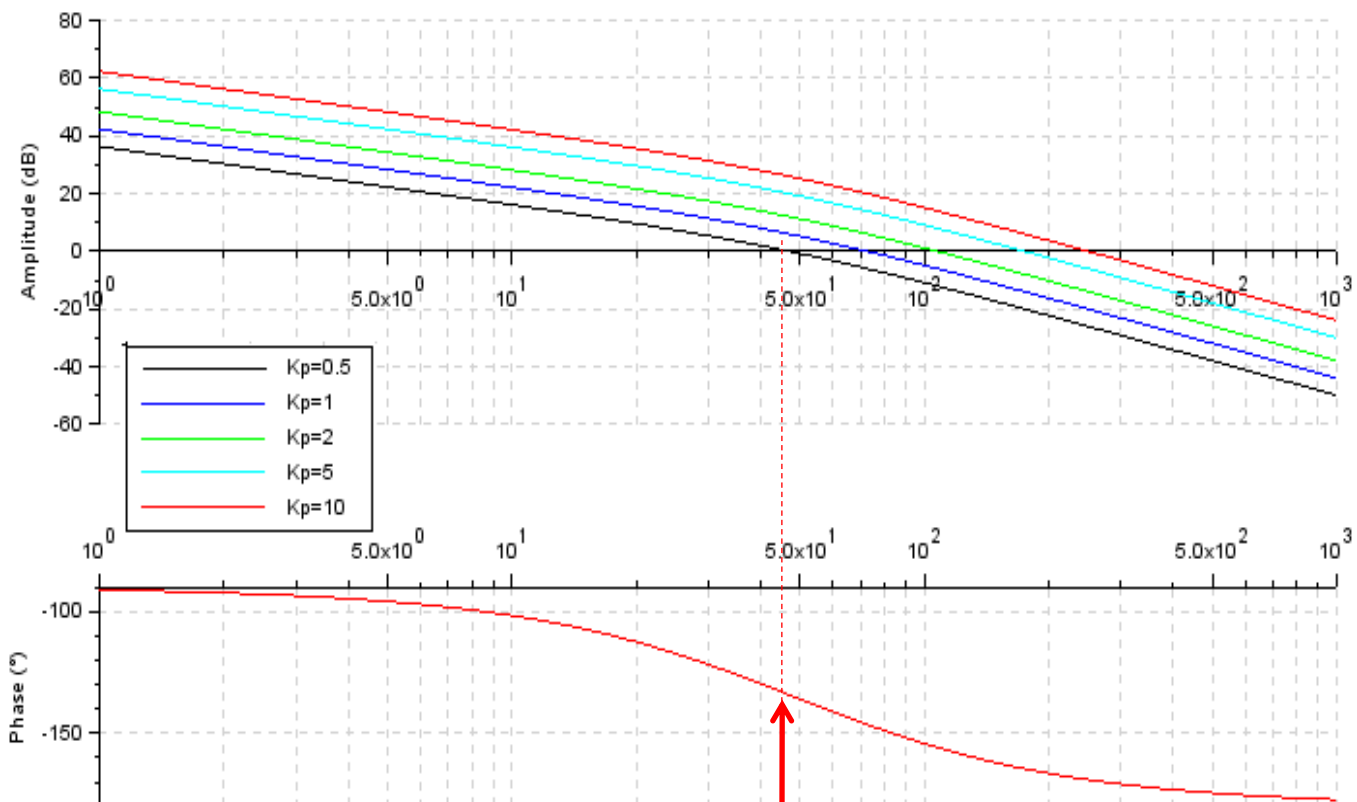
## 10. Influence du correcteur proportionnel sur la stabilité

23) Mesure des valeurs des marges de gain et de phase pour  $K_p = 1$ , voir ci-dessus :

$$MG \rightarrow \infty \text{ et } M\varphi \approx 30^\circ$$

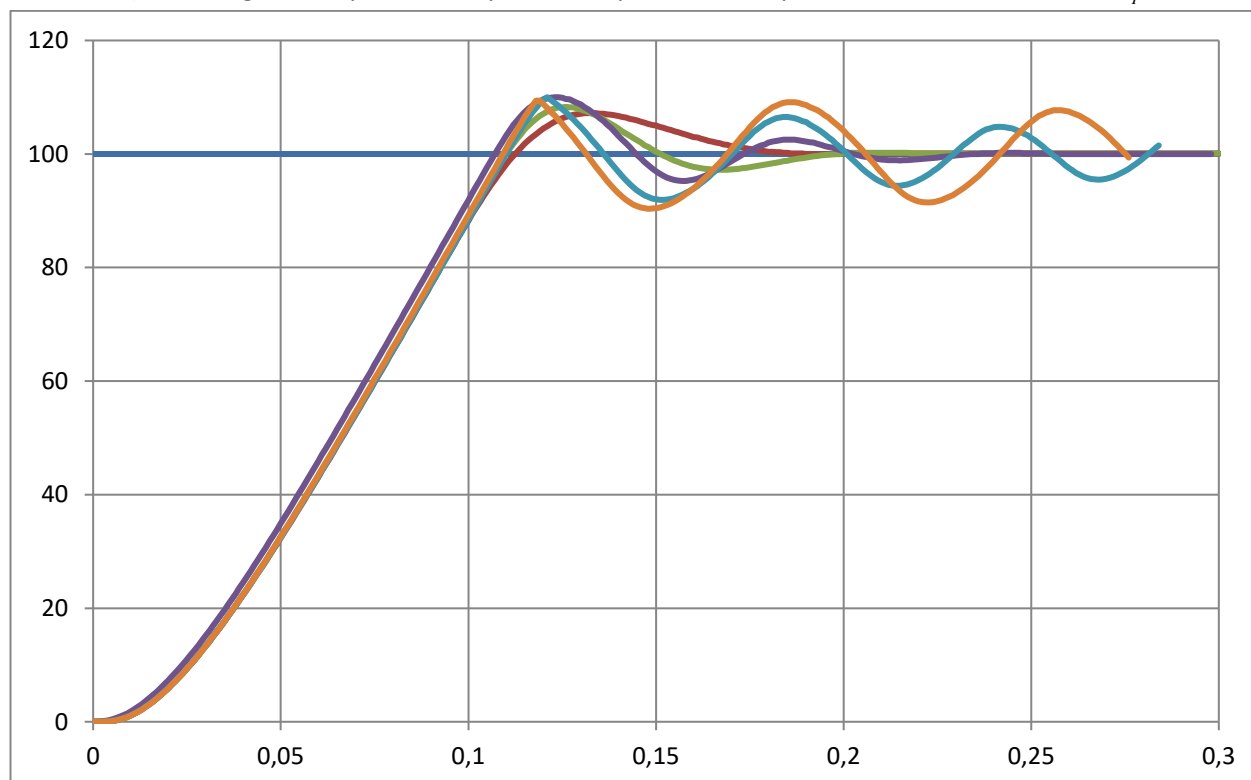
24) Réponses temporelles et fréquentielles :





On peut observer un lien entre la valeur de la marge de phase : 45°, 30°, 22°, 15° et 12° pour les valeurs respectives 0.5, 1, 2, 5 et 10 de  $K_p$  et l'amplitude du dépassement. Plus les marges sont faibles, plus le système est instable et plus les dépassements sont importants.

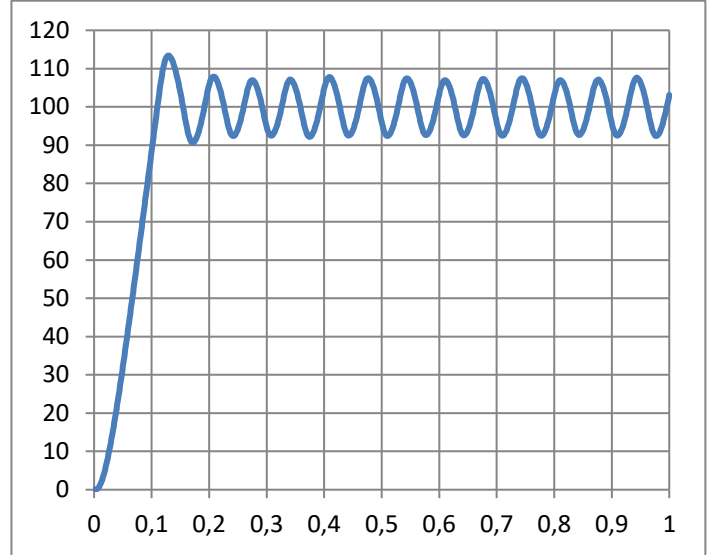
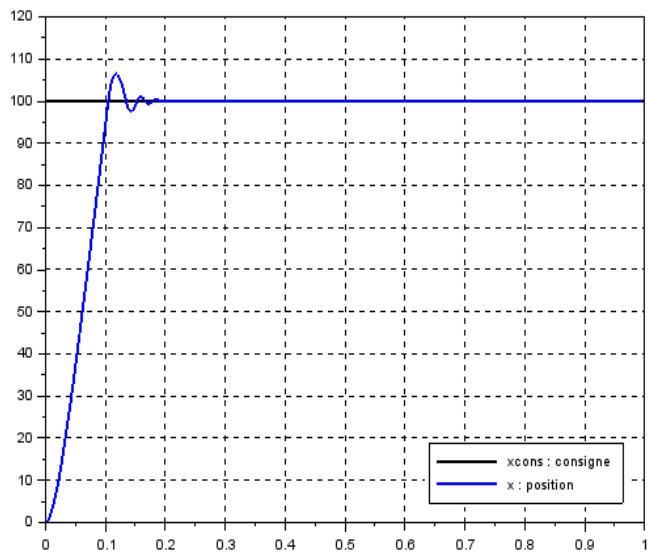
25) Affichage des réponses temporelles expérimentales pour les mêmes valeurs de  $K_p$  :



On remarque clairement que les réponses expérimentales sont moins stables que les réponses simulées. En particulier pour  $K_p = 10$ , la marge de phase vaut 12° :

Simulé

expérimental



Comme vu en cours, le modèle est stable mais faiblement amorti, mais pour la même valeur le système réel est instable.

Une simulation plus avancée permet de modéliser le hacheur par un 1<sup>er</sup> ordre au lieu d'un gain pur. Donc, dans notre modèle, on néglige une constante de temps qui a tendance à déstabiliser le système.