

DS1 PCSIb MPSI Corrigé

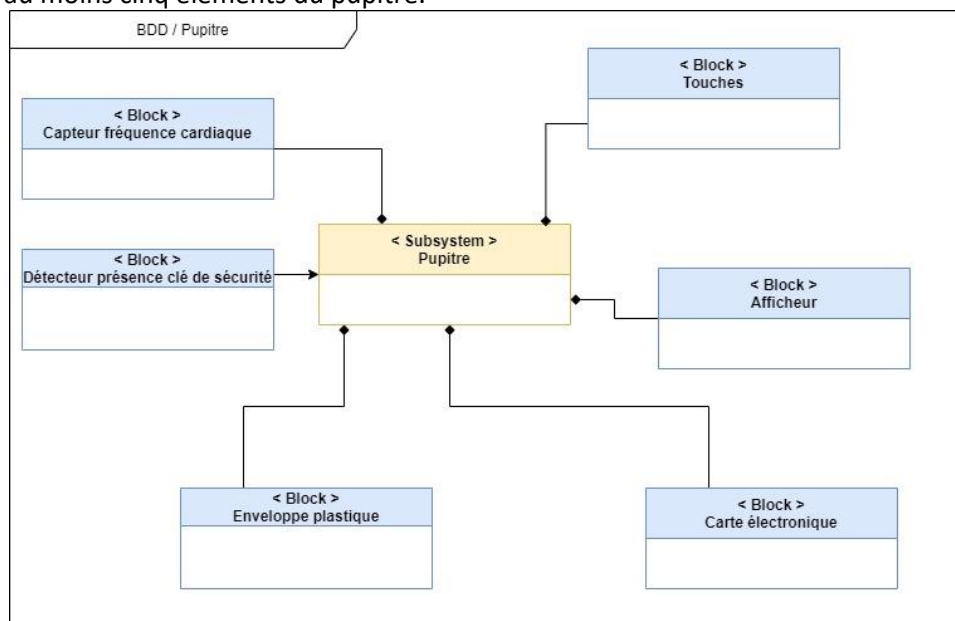
Question 1. Proposer deux exigences (exigences 1.2.1 et 1.2.2) pour compléter le diagramme de la figure 3. Vous proposerez des valeurs réalistes pour chacune de ces exigences

1.1.2 : Posséder des dimensions compatibles avec une pièce usuelle : 1,70m*1m au sol et 1,20 de hauteur en utilisation, 1m*80cm en position repliée pour le stockage

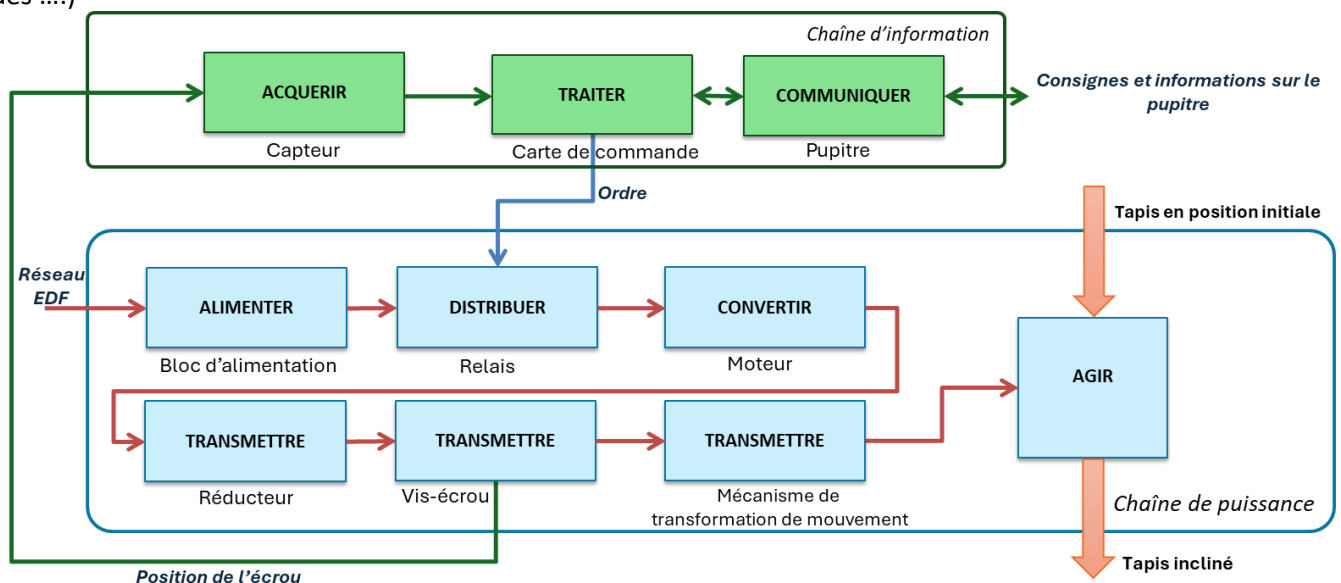
1.1.3 : Etre manipulable/déplaçable par un particulier : moins de 60 kg

Autres possibilités : compatible avec le circuit électrique standard résidentiel (consommation max en utilisation <2000 W, 230V, 50Hz)

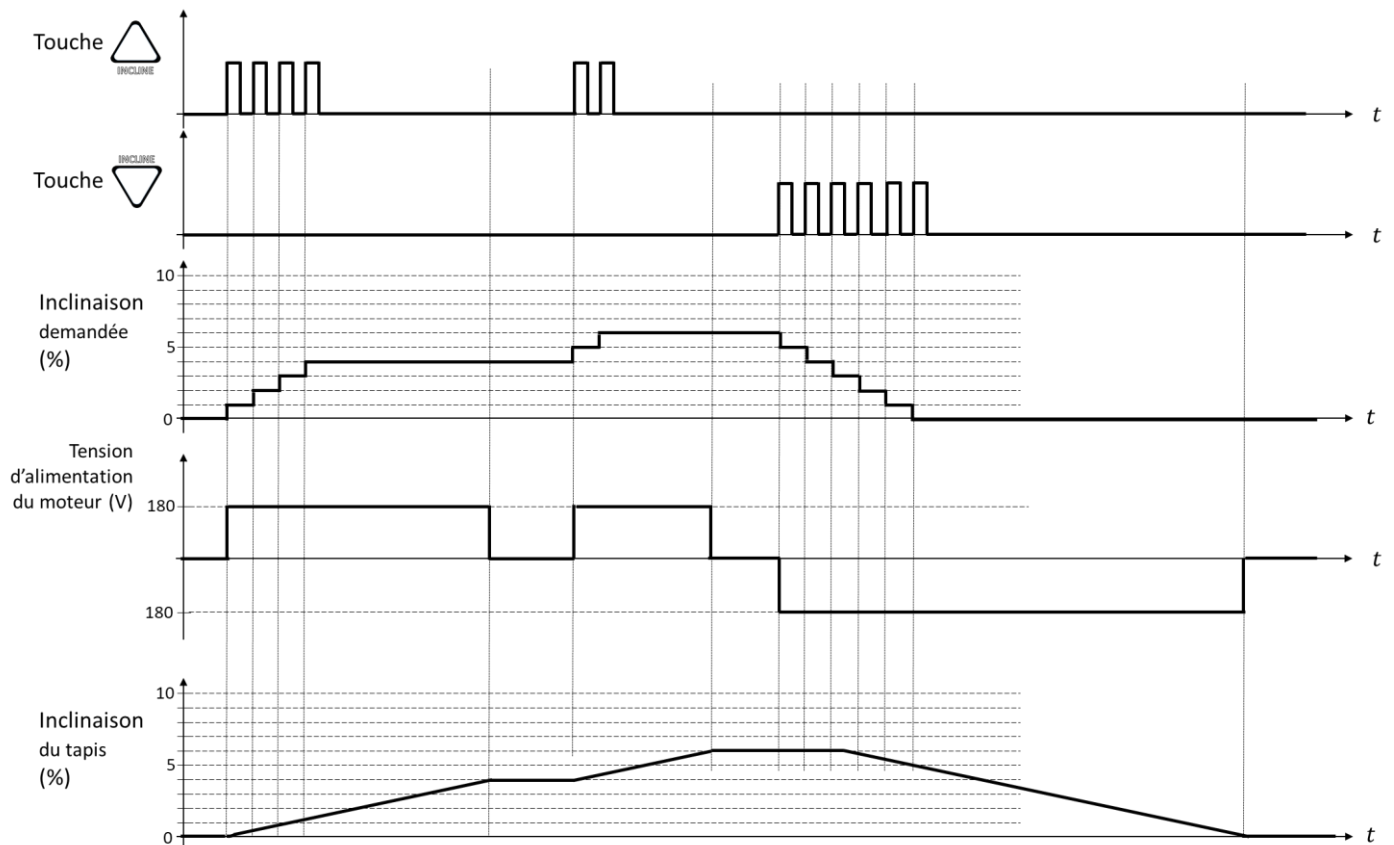
Question 2. Sur le document réponse, compléter le diagramme de définition de bloc du pupitre en indiquant au moins cinq éléments du pupitre.



Question 3. Compléter le schéma fonctionnel chaîne d'information - chaîne de puissance proposé sur le dossier réponse pour la gestion de l'inclinaison en indiquant les éléments manquants (repérés par des)

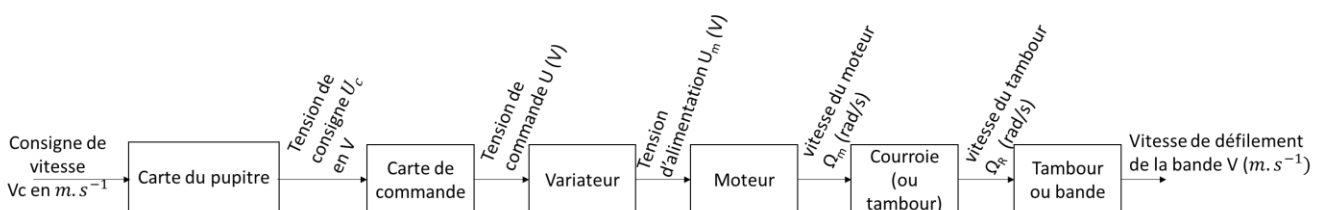


Question 4. Compléter l'évolution temporelle des différentes variables utiles lors d'un changement d'inclinaison lorsque l'utilisateur actionnent les touches d'inclinaison comme cela est indiqué sur les deux premières lignes.



Question 5. Tracer le schéma bloc fonctionnel correspondant à ce fonctionnement. Les noms des composants apparaitront dans les blocs ainsi que les types et unités des signaux en entrée et sortie de chaque bloc.

Comment appelle-t-on ce type de commande ?



Il s'agit d'une commande en chaîne directe.

Question 6. Justifier l'allure de la courbe en proposant un scénario plausible de cet essai (quelles ont été les actions ou consignes de l'utilisateur et à quels moments ?). La réponse sera donnée avec des phrases du type « A $t=x$ s, l'utilisateur réalise telle action, et/ou le tapis, (ou la vitesse ...) car »

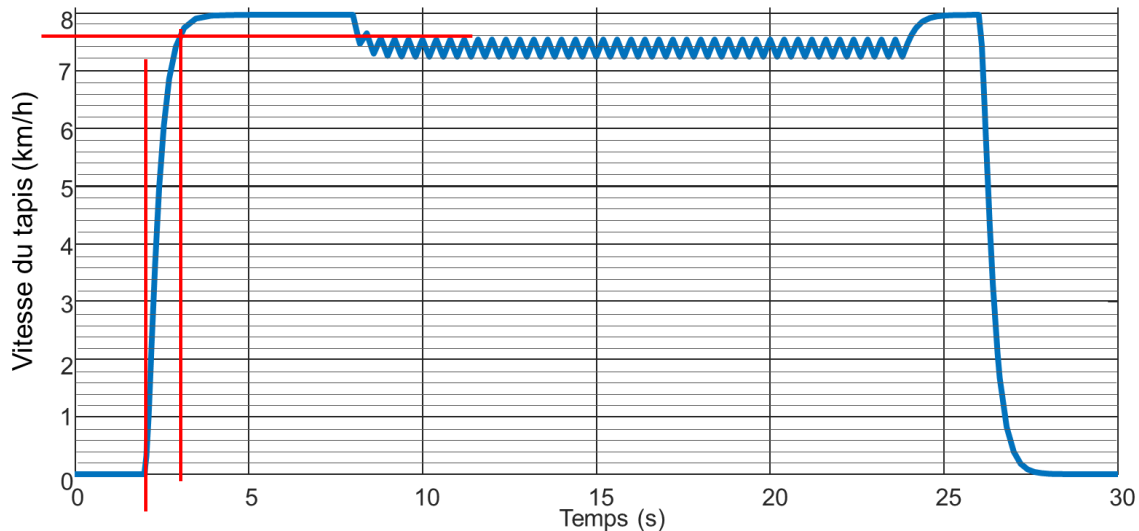
A $t=2$ s, l'utilisateur met en marche le tapis et règle une vitesse de 8km/h. Le tapis accélère progressivement jusqu'à atteindre cette vitesse

A $t=8$ s, l'utilisateur commence à courir sur le tapis. Sous l'action du choc de ses pieds sur la bande, celle-ci présente des oscillations (à chaque impact elle ralentit et accélère quand les pieds ne sont plus en contact avec la bande)

A $t = 24s$, l'utilisateur descend, le tapis retrouve progressivement sa vitesse en l'absence du coureur.

A $t=26s$, le coureur arrête le tapis qui décélère progressivement.

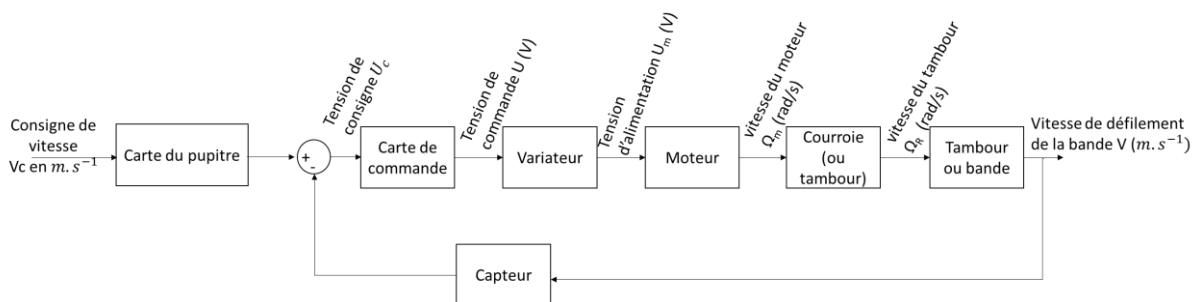
Question 7. Tous les critères du cahier des charges sont -il vérifiés (pour cela se baser sur la partie de la courbe entre 0 et 8 s) ? Les tracés nécessaires seront portés sur le document réponse. Le comportement du tapis est-il satisfaisant (justifier votre réponse).



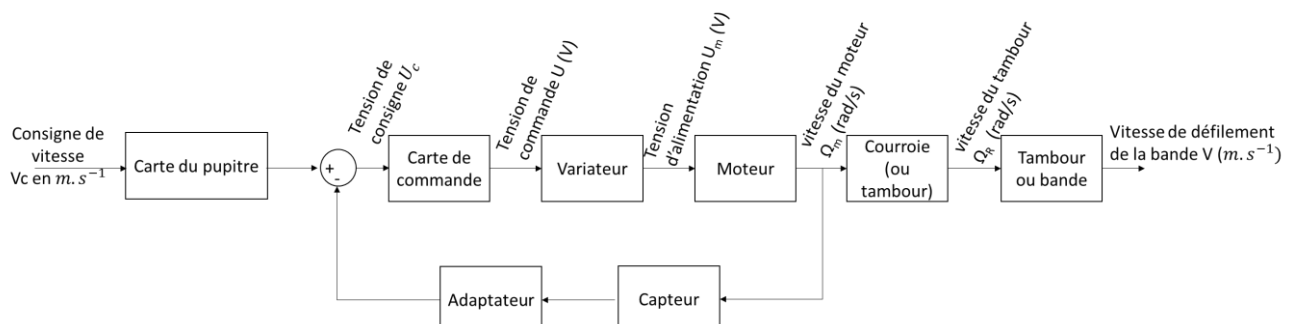
En l'absence de perturbation, le tapis est stable, précis et possède un temps de réponse de l'ordre d'une seconde. Tous les critères du cahier des charges sont remplis, cependant le comportement n'est pas satisfaisant car lorsque le coureur monte sur le tapis la vitesse diminue de façon significative.

Question 8. Quel type de composant faut-il ajouter ? Tracer le nouveau schéma bloc fonctionnel qui permettrait d'améliorer les performances.

Il faut ajouter un **capteur qui mesure la vitesse** de défilement de la bande (capteur optique qui mesure le temps de passage d'un élément entre deux repères par exemple) ou la vitesse de rotation du tapis. On peut utiliser un codeur incrémental ou une génératrice tachymétrique.



Ou, plus vraisemblablement, avec une mesure de vitesse de rotation :



Question 9. Sachant que $J \frac{d\omega(t)}{dt}$ est homogène à un couple (qui s'exprime en $N.m$) Donner les unités de K_1 et K_2 dans l'équation $J \frac{d\omega(t)}{dt} = K_1(U - K_2\omega(t))$

$$K_1 \text{ est en } N.m.V^{-1}$$

$$K_2 \text{ est en } V.s.rad^{-1}$$

Question 10. A partir de cette équation, déterminer les fonctions de transfert $C(p)$ et $E(p)$

$J \frac{d\omega(t)}{dt} = K_1(U - K_2\omega(t))$ se transforme en $Jp\Omega(p) = K_1(U - K_2\Omega(p))$, on en déduit

$$\begin{aligned} C(p) &= \frac{K_1}{Jp} \\ E(p) &= K_2 \end{aligned}$$

Question 11. En déduire la fonction de transfert $D(p)$

$$D(p) = K_r$$

Question 12. Déterminer la fonction de transfert $F(p)$

$$F(p) = \frac{d}{2}$$

Question 13. Déterminer la fonction de transfert $B(p)$

$$\text{si } x(t) \xrightarrow{L} X(p) \text{ alors } \int_0^t x(u)du \xrightarrow{L} \frac{X(p)}{p}$$

$$B(p) = K_3 + \frac{K_4}{p}$$

Question 14. Déterminer la fonction de transfert $G(p)$

$$G(p) = K_5$$

Question 15. Déterminer la fonction de transfert $A(p)$

$$A(p) = G(p) = K_5$$

Question 16. Donner l'expression de la fonction de transfert $I(p)$ en fonction de $B(p), C(p), D(p), E(p)$ et $F(p)$.

En appliquant la formule de Black puis en multipliant les blocs en série :

$$I(p) = B(p) \frac{C(p)}{1 + C(p)E(p)} D(p)F(p)$$

Question 17. Calculer la fonction de transfert global $\frac{V(p)}{V_c(p)}$ en fonction de $A(p), I(p)$, et $G(p)$

$$\text{En appliquant la formule de Black : } \frac{V(p)}{V_c(p)} = \frac{A(p)I(p)}{1 + I(p)G(p)}$$

Question 18. Montrer que cette fonction de transfert peut se mettre sous la forme :

$$\frac{V(p)}{V_c(p)} = \frac{1 + \tau p}{ap^2 + bp + 1}$$

Les expressions de τ, a et b seront précisées en fonction de $J, K_1, K_2, K_3, K_4, K_5$ et des paramètres géométriques du système.

En remplaçant les fonctions de transfert par leurs expressions dans le résultat de la question 19 :

$$\frac{V(p)}{V_c(p)} = \frac{A(p)I(p)}{1 + I(p)G(p)} = \frac{A(p)B(p) \frac{C(p)}{1 + C(p)E(p)} D(p)F(p)}{1 + B(p) \frac{C(p)}{1 + C(p)E(p)} D(p)F(p)G(p)}$$

$$= \frac{A(p)B(p)C(p)D(p)F(p)}{1 + C(p)E(p) + B(p)C(p)D(p)F(p)G(p)}$$

$$\frac{V(p)}{V_c(p)} = \frac{K_5 \left(K_3 + \frac{K_4}{p} \right) \frac{K_1}{Jp} K_r \frac{d}{2}}{1 + \frac{K_1 K_2}{Jp} + \left(K_3 + \frac{K_4}{p} \right) \frac{K_1}{Jp} K_r \frac{d}{2} K_5}$$

$$\frac{V(p)}{V_c(p)} = \frac{K_5(K_3p + K_4)K_1 K_r \frac{d}{2}}{Jp^2 + K_1 K_2 p + (K_3p + K_4)K_1 K_r \frac{d}{2} K_5} = \frac{K_5 K_3 K_1 K_r \frac{d}{2} p + K_4 K_1 K_r \frac{d}{2} K_5}{Jp^2 + (K_1 K_2 + K_3 K_1 K_r \frac{d}{2} K_5)p + K_4 K_1 K_r \frac{d}{2} K_5}$$

Expression de la forme :

$$\frac{V(p)}{V_c(p)} = \frac{1 + \tau p}{ap^2 + bp + 1}$$

Avec $\tau = \frac{K_3}{K_4}$

$$a = \frac{J}{K_4 K_1 K_r \frac{d}{2} K_5}, b = \frac{K_1 K_2 + K_3 K_1 K_r \frac{d}{2} K_5}{K_4 K_1 K_r \frac{d}{2} K_5}$$

Question 19. A l'aide du théorème de la valeur finale, calculer l'erreur statique en régime permanent lorsque $v_c(t)$ est un échelon unitaire (c'est à dire $\lim_{t \rightarrow +\infty} v_c(t) - v(t)$ lorsque $v_c(t) = u(t)$). Que peut-on en conclure vis-à-vis des critères du cahier des charges.

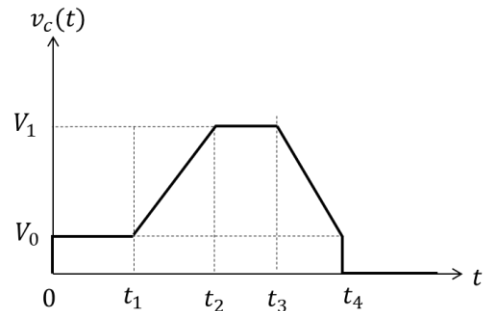
$$\lim_{t \rightarrow +\infty} v_c(t) - v(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p(V_c(p) - V(p)) = \lim_{p \rightarrow 0} p(V_c(p) - \frac{V(p)}{V_c(p)} V_c(p))$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} v_c(t) - v(t) = \lim_{p \rightarrow 0} 1 - \frac{1 + \tau p}{ap^2 + bp + 1} = 0$$

Le système sera **précis** pour une entrée en échelon.

Question 20. Déterminer l'expression temporelle de ce signal $v_c(t)$ en fonction de $t, t_1, t_2, t_3, t_4, V_0, V_1$ et de la fonction échelon unitaire $u(t)$, éventuellement retardé.
Donner ensuite la transformée de Laplace $V_c(p)$ de ce signal.

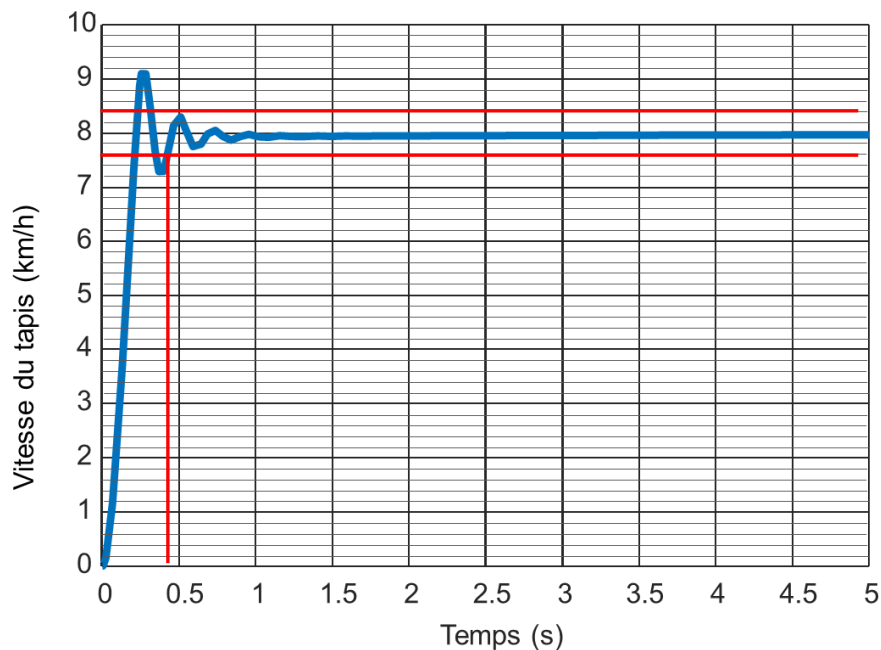
$$v_c(t) = V_0 u(t) + \frac{V_1 - V_0}{t_2 - t_1} (t - t_1) u(t - t_1) - \frac{V_1 - V_0}{t_2 - t_1} (t - t_2) u(t - t_2) + \frac{V_0 - V_1}{t_4 - t_3} (t - t_3) u(t - t_3) - \frac{V_0 - V_1}{t_4 - t_3} (t - t_4) u(t - t_4) - V_0 u(t - t_4)$$



En appliquant la transformée de Laplace :

$$V_c(p) = \frac{V_0}{p} + \frac{V_1 - V_0}{t_2 - t_1} \frac{e^{-t_1 p}}{p^2} - \frac{V_1 - V_0}{t_2 - t_1} \frac{e^{-t_2 p}}{p^2} + \frac{V_0 - V_1}{t_4 - t_3} \frac{e^{-t_3 p}}{p^2} - \frac{V_0 - V_1}{t_4 - t_3} \frac{e^{-t_4 p}}{p^2} - \frac{V_0}{p} e^{-t_4 p}$$

Question 21. La figure R2 du document réponse représente la réponse $v(t)$ à cette consigne $v_c(t)$ entre $t = 0$ s et $t_1 = 5$ s, en l'absence de perturbation avec $V_0 = 8$ km/h. A partir de cette réponse, indiquer si les critères du cahier des charges en termes de stabilité, rapidité et précision sont vérifiés. Les tracés nécessaires seront effectués sur la figure.



Stable, précis et $t_{r5\%} = 0,4$ s

Question 22. La figure 13 du document réponse représente la réponse $v(t)$ du tapis avec la nouvelle commande lors d'un essai identique à celui de la question 6 (toujours avec 8 km/h de consigne). Expliquer en quoi la nouvelle commande proposée a permis d'améliorer les performances du tapis.

Cette fois le contact entre le coureur et le tapis ralentit très peu la bande de roulement. Le coureur peut vraiment courir à la vitesse demandée.