

DATE			HEURE DÉBUT	HEURE FIN
11	10	25	8 h 10	10 h 10

CLASSE	MPSI
--------	------

matière	S.I.I.
---------	--------

professeur	LILLONI (casier 169)
------------	----------------------

CONSIGNES	Calculatrice	OUI ☒	NON ☐
	Documents	OUI ☐	NON ☒
	- Sorties aux toilettes de 5 min maximum autorisée à partir de 9h15, en nombre limité. - Les étudiant·e·s ne doivent pas être en possession d'un telephone portable ou d'une montre connectée. Montre autorisée si déposée sur la table ! - Pas de pochette ou trousse. - Sortie definitive autorisée à partir de 10min avant la fin prévue. - Seul le Document-réponse est à rendre (pas de copie). - Si l'espace prévu pour une réponse n'est pas suffisant, il est possible d'écrire à la fin du document réponse. - L'usage d'un document réponse ne dispense pas d'un certain soin dans la présentation qui peut faire l'objet d'un retrait de point allant jusqu'à -2pts. - Inscrire votre nom sur chaque feuille utilisée.		

Tapis de course TC 290

1 Présentation du tapis de course TC 290

Les tapis de course ont été développés dans les années 80 pour permettre aux pratiquants de course à pied de s'entraîner en intérieur dans un espace réduit. Initialement réservés aux salles de sport, les tapis de course ont désormais leur place chez les particuliers. Le TC 290 est un appareil d'entrée de gamme (moins de 400€). Il permet de courir jusqu'à 13km/h et le tapis s'incline de 1 à 10 %. Il est possible de choisir plusieurs programmes d'entraînement à partir du pupitre. Il a la particularité d'être adapté à l'installation dans un logement standard avec un encombrement limité et un poids contenu.



Fig. 1 – Le tapis de course TC 290

Les sous-ensembles du tapis de course sont présentés dans le diagramme de définition de blocs partiel de la figure 2.

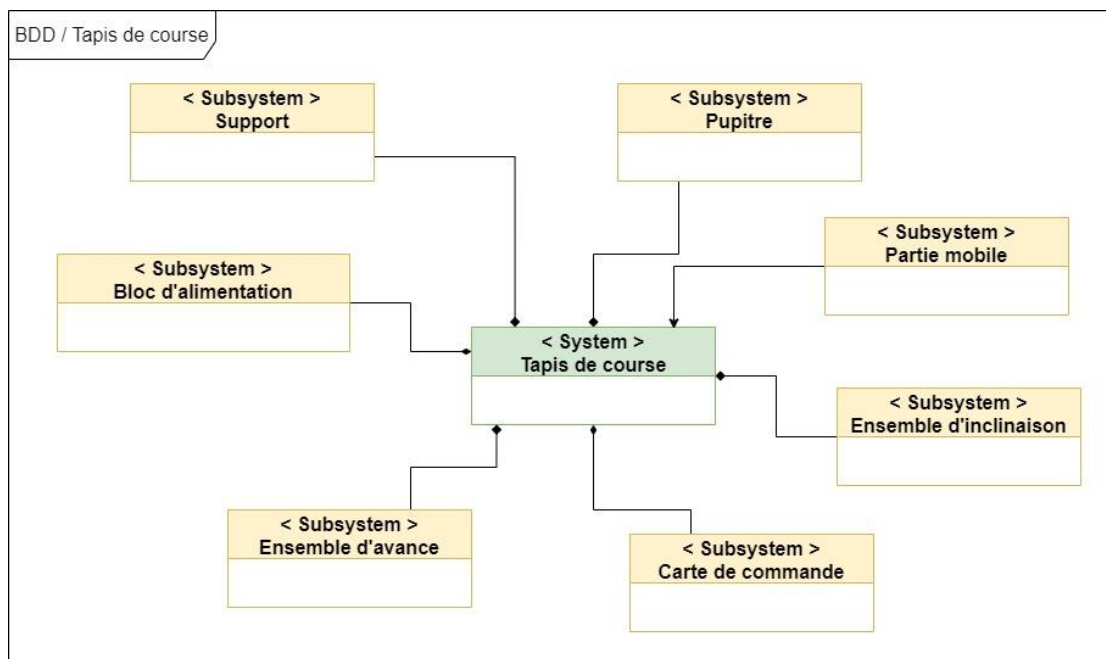


Fig. 2 – Diagramme de définition de blocs partiel du tapis de course

Le tapis de course est constitué notamment :

- d'un support, partie fixe du tapis de course.
- d'un pupitre qui permet de choisir la vitesse, l'inclinaison ou un programme d'entraînement et qui affiche diverses informations ;
- d'une partie mobile qui comporte la bande de roulement sur laquelle l'utilisateur court et une plateforme de marche, de part et d'autre de la bande de roulement ;
- d'un ensemble d'avance qui permet le défilement de la bande de roulement ;
- d'un ensemble d'inclinaison qui permet l'inclinaison de la partie mobile pour simuler une course en côte ;
- d'une carte de commande permettant la gestion de l'ensemble d'avance et de l'ensemble d'inclinaison ;
- d'un bloc d'alimentation qui permet de fournir une puissance électrique adaptée au pupitre, aux ensemble d'avance et d'inclinaison et à la carte de commande.

CARACTERISTIQUES TECHNIQUES

- Vitesse maximum : 13 km/h (8.1 mph)
- Alimentation : 220-240 V, 50 Hz
- Puissance maximum consommée : 1100 W
- Puissance moteur en continu : 1.75 CV (HP)
- Puissance moteur en pointe : 2.75 CV (HP)
- Poids du tapis : 61 kg (135 lbs)
- Dimensions du tapis déplié : H 1272 x L 1717 x l 725 mm (H 50.06 x L 67.38 x W 28.56 in)
- Dimensions du tapis plié : H 1581 x L 845 x l 725 mm (H 62.26 x L 33.27 x W 28.56 in)
- Niveau de pression acoustique mesuré à 1 m de la surface de la machine et à une hauteur de 1,60 m au-dessus du sol : 69 dB (à vitesse maximum)

3 Analyse globale du système

3.1 Exigences

La figure 3 propose un diagramme partiel d'exigences (techniques).

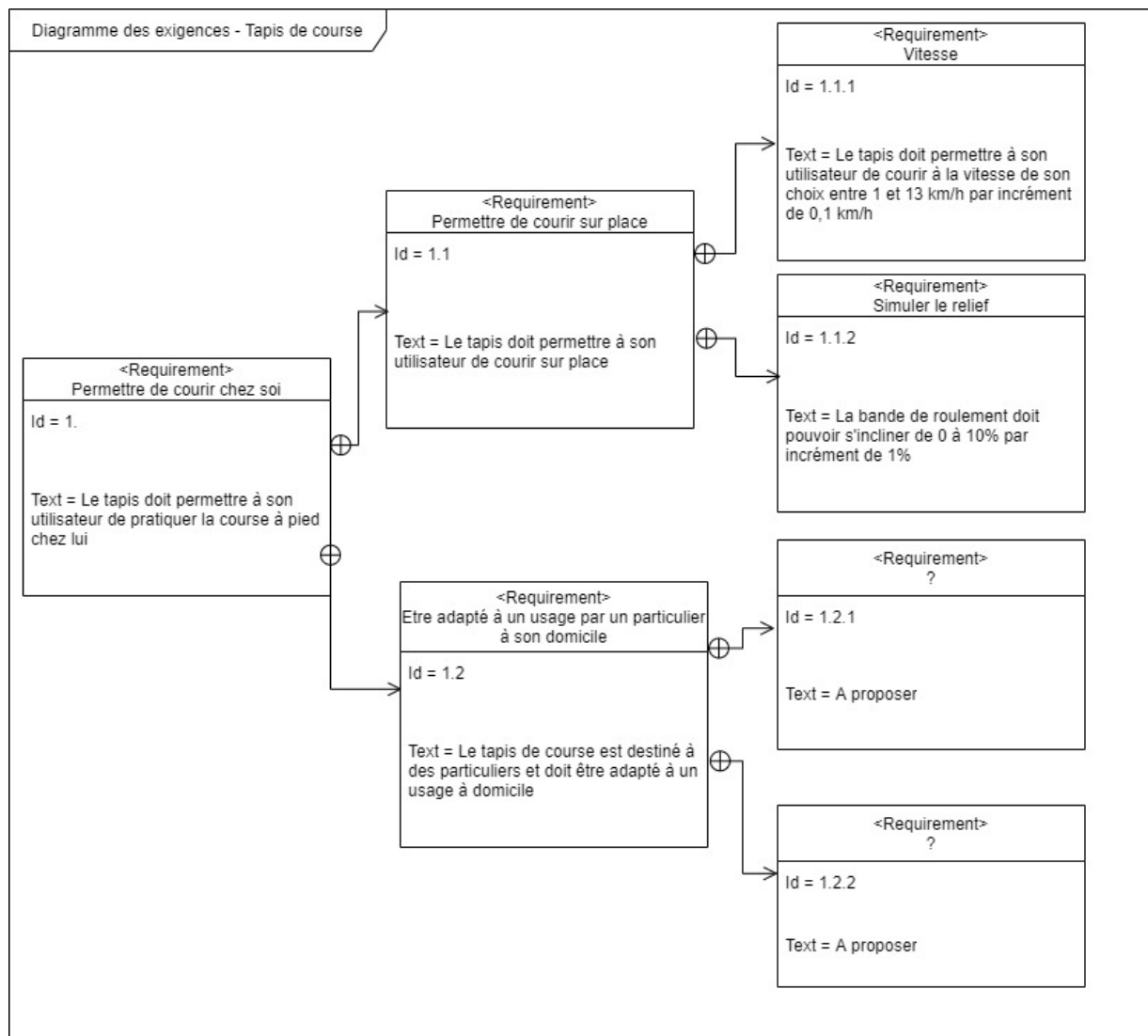


Fig. 3 – diagramme SysML d'exigences techniques

Question 1. Proposer deux exigences (exigences 1.2.1 et 1.2.2) pour compléter le diagramme de la figure 3. Vous proposerez des valeurs réalistes pour chacune de ces exigences en vous appuyant sur les caractéristiques techniques indiquées page précédente.

4 Un bref aperçu du pupitre

Une photographie et une présentation pour l'utilisateur du pupitre sont présentées en figure 4.

FONCTIONNEMENT DU TAPIS DE COURSE

FONCTIONNEMENT DE LA CONSOLE



La clé de sécurité doit être placée dans la zone marquée d'une clé au bas de la console.

A gauche de votre console vous trouverez les boutons d'accès à l'inclinaison.
A droite de la console vous trouverez les boutons d'accès à la vitesse.

AFFICHAGE ECRAN

- « **TIME** » : Durée de l'exercice en minutes : secondes.
- « **CALS.** » : Estimation des calories dépensées.
- « **DIST.** » : Distance parcourue en kilomètres ou miles.
- « **SPEED** » : Vitesse de course exprimée en kilomètres par heure ou miles per hour.
- « **♥** » en bas à droite de l'écran et lorsque vous mettez les mains sur les capteurs de pulsations cardiaques : Indication de votre fréquence cardiaque.

BOUTONS

- « **SELECT PROGRAM** » : Permet de sélectionner le programme souhaité.
- « **▼/▲ SET MAX. SPEED** » : Permet d'ajuster la vitesse dans les programmes par incréments de 0.1 km/h (0.1 mph) avant de lancer le programme
- « **GO** » : Permet de lancer le programme.
- « **DISPLAY** » : Permet de modifier l'affichage principal afin de favoriser la lecture d'une donnée (au choix : TIME, DIST, CALS et SPEED).
- « **ACCES DIRECT AUX VITESSES PRESELECTIONNEES - 4, 6, 8, 10 ou 12 km/h (2.5, 3.7, 5.0, 6.2, 7.5 mph)** » : Permet à tout moment d'accéder à une des 5 vitesses présélectionnées. Pour choisir une vitesse présélectionnée, appuyez sur le bouton correspondant à la vitesse souhaitée.
- « **▲/▼ INCLINE** » : Permet à tout moment d'ajuster l'inclinaison par incréments de 0.5%, de 0 à 10%.
- « **▲/▼ SPEED** » : Permet à tout moment d'ajuster la vitesse par incréments de 0.1 km/h (0.1 mph), de 0.8 à 13 km/h (de 0.5 à 8.1 mph).

Remarque : Un appui long permet de faire défiler les vitesses par incréments de 0.5 km/h (0.5 mph).

- « **STOP** » : Permet à tout moment d'interrompre l'exercice.

Fig. 4 – Pupitre du tapis de course TC 290

Le pupitre est constitué d'une enveloppe en plastique dur qui contient une carte électronique et divers éléments permettant l'utilisation en toute sécurité du tapis de course. L'un de ces éléments est un emplacement pour une clé de sécurité dont l'arrachement provoque l'arrêt immédiat du tapis.

Question 2. Sur le document réponse, compléter le diagramme de définition de bloc du pupitre en indiquant au moins cinq éléments du pupitre.

4.2 Etude de l'ensemble d'inclinaison

Le sous-ensemble d'inclinaison permet de modifier l'inclinaison de la partie mobile du tapis pour reproduire le relief. La figure 5 présente le tapis en position horizontale et en inclinaison maximale.

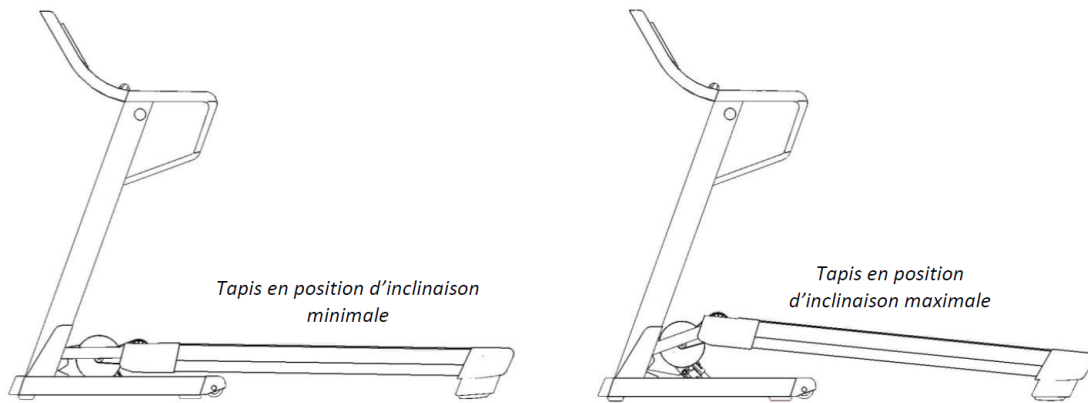


Fig. 5 – Inclinaison maximale et minimale du tapis

La figure 6 présente les constituants du sous-ensemble d'inclinaison.

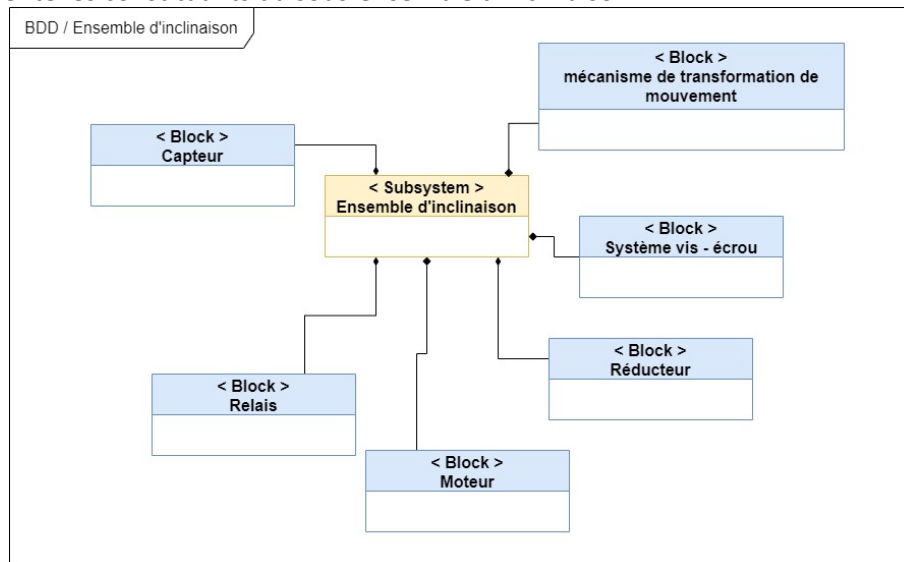


Fig. 6 – Diagramme de définition de bloc du sous-ensemble d'inclinaison

Lorsque l'utilisateur appuie sur l'une des touches du pupitre pour demander une modification de l'inclinaison du tapis, la carte électronique du pupitre envoie un signal à la carte de commande correspondant à la variation demandée (+1 ou -1%).

La carte de commande pilote alors le relais qui envoie la puissance électrique sortie du bloc d'alimentation au moteur d'inclinaison. Le moteur entraîne, par l'intermédiaire d'un réducteur, un système vis-écrou, qui grâce à un mécanisme de transformation de mouvement, incline la partie mobile du tapis.

Un capteur détecte la position de l'écrou. Lorsque le déplacement de l'écrou correspond à l'inclinaison désirée, la carte de commande donne l'ordre au relais d'interrompre l'alimentation électrique du moteur.

Question 3. A l'aide, notamment, de la figure 2 et de la figure 6, compléter le schéma fonctionnel chaîne d'information - chaîne de puissance (ou d'énergie) proposé sur le dossier réponse pour la gestion de l'inclinaison en indiquant les éléments manquants (repérés par des « ... ») et en ajoutant les liens entre la chaîne d'information et la chaîne de puissance.

On utilisera les verbes convertir, distribuer(=moduler), traiter, alimenter, communiquer, agir, acquérir et les sous-systèmes assurant ces fonctions : capteur, pupitre (bouton et afficheur à différencier dans leur fonction), l'ensemble {réducteur, vis-écrou, mécanisme}, le moteur, la carte de commande, le relais, l'ensemble mobile, l'alimentation électrique.

Question 4. Compléter l'évolution temporelle des différentes variables utiles lors d'un changement d'inclinaison lorsque l'utilisateur actionnent les touches d'inclinaison comme cela est indiqué sur les deux premières lignes. Tous les tracés nécessaires seront portés sur la figure.

Les variables proposées sont, dans l'ordre de la figure :

- l'appui sur la touche commandant l'augmentation de l'inclinaison ($\triangle$) d'un incrément (1%), qui peut prendre les valeurs 0 et 1 selon que la touche est enfoncée ou non ;
- l'appui sur la touche commandant la diminution de l'inclinaison (∇) d'un incrément (-1%), qui peut prendre les valeurs 0 et 1 selon que la touche est enfoncée ou non ;
- l'inclinaison demandée (en %), calculée par la carte de commande en fonction de l'appui sur les touches, qui peut prendre des valeurs allant de 0 à 10% ;
- la tension d'alimentation du moteur, qui est un moteur fonctionnant avec une tension de 180V et dont le sens de rotation dépend du signe de la tension d'alimentation ;
- l'inclinaison du tapis (en %).

On admettra que le temps de réponse du moteur est négligeable et que le mécanisme d'inclinaison peut être considéré comme linéaire, en conséquence de quoi, lorsque le moteur est alimenté avec une tension constante, l'angle d'inclinaison est une fonction linéaire du temps (une rampe).

On supposera que le moteur tourne à la même vitesse dans les deux sens d'inclinaison.

4.3 Etude de l'ensemble d'avance

L'ensemble d'avance permet le défilement de la bande de roulement qui défile sous les pieds du coureur.

Les constituants principaux de l'ensemble d'avance sont présentés dans le diagramme de définition de blocs partiel de la figure 7.

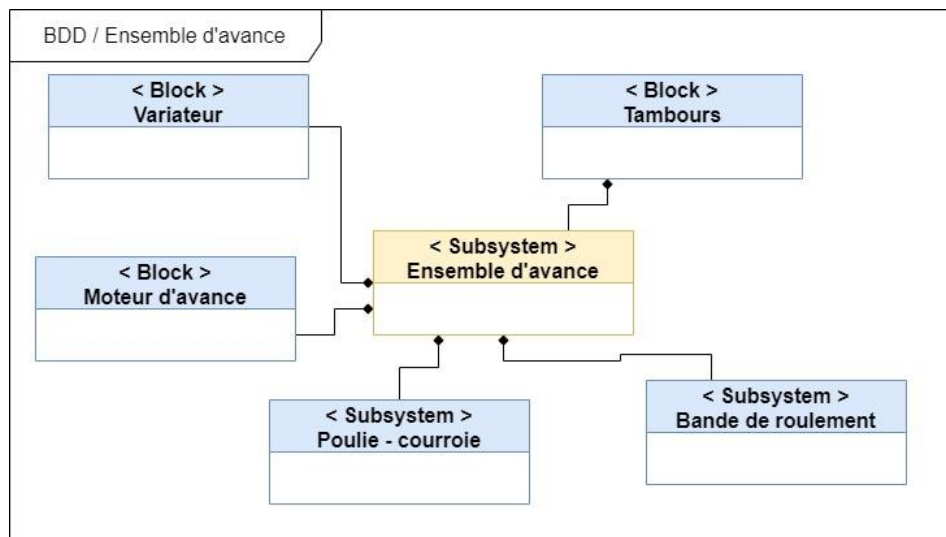


Fig. 7 – Diagramme de définition de bloc du sous-ensemble d'avance

La bande de roulement est tendue entre deux tambours (c'est-à-dire deux pièces cylindriques). Le tambour situé à l'avant du tapis est entraîné par le moteur par l'intermédiaire d'une poulie. Le second tambour, situé à l'arrière du tapis est entraîné par la courroie. La tension de la bande de roulement est telle qu'il n'y a pas de glissement entre la bande et les tambours. La figure 8 montre le moteur, la courroie, le tambour avant et bande de roulement.

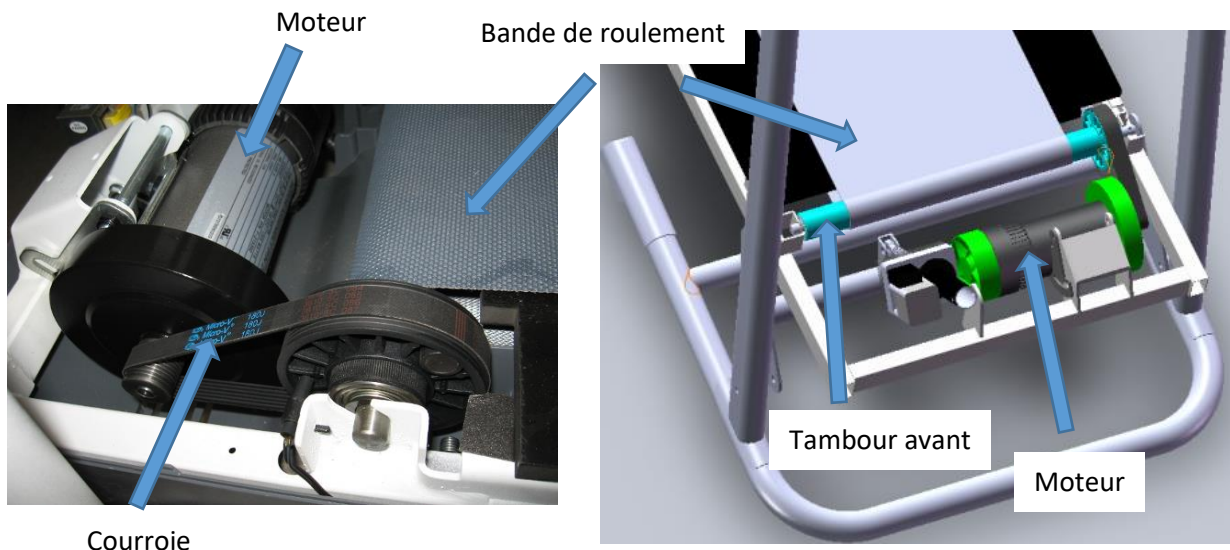


Fig. 8 – Vues partielles de l'ensemble d'avance

L'exigence 1.1.1 « Vitesse » du diagramme d'exigence de la figure 3 impose que l'utilisateur puisse choisir sa vitesse de course entre 1 et 13 km/h. Le cahier des charges des ingénieurs lors de la conception de l'ensemble d'avance demande plus précisément que :

- La commande du moteur d'entraînement soit stable,
- Le dépassement relatif en vitesse ne doit pas dépasser 15%
- La vitesse réelle de la bande de roulement soit la vitesse demandée avec une erreur maximale de 5% en régime permanent
- Le temps de réponse à 5% de l'ensemble d'avance doit être inférieur à 2 s lors d'un changement de vitesse de consigne.

4.3.1 Conception initiale de l'ensemble d'avance

Lors de la phase de conception, le fonctionnement initialement prévu pour la mise en mouvement de la bande de roulement était le suivant :

- la consigne de vitesse réglée par l'utilisateur $V_c(t)$ est transformée en une tension de consigne $U_c(t)$ par la carte du pupitre. Cette tension de consigne est envoyée à la carte de commande qui élabore la tension commande $U(t)$ du variateur de vitesse. La tension d'alimentation $U_m(t)$ est alors appliquée au moteur dont le rotor tourne à la vitesse angulaire $\omega_m(t)$ et entraîne, via une courroie, le tambour à la vitesse $\omega_r(t)$ qui permet à la bande de roulement de défiler à la vitesse $V(t)$.

Question 5. Tracer le schéma bloc fonctionnel correspondant à ce fonctionnement. Les noms des composants apparaîtront dans les blocs ainsi que les types et unités des signaux en entrée et sortie de chaque bloc. Est-ce un asservissement ? Justifier ?

La figure R1 du document réponse présente l'évolution temporelle du tapis lors d'un essai pour lequel l'utilisateur souhaite courir à 8km/h.

Question 6. Justifier l'allure de la courbe en proposant un scénario plausible de cet essai (quelles ont été les actions ou consignes de l'utilisateur et à quels moments ?). La réponse sera donnée avec des phrases du type « A $t=x$ s, l'utilisateur réalise telle action, et/ou le tapis, (ou la vitesse ...) car »

Question 7. Tous les critères du cahier des charges sont -il vérifiés (pour cela se baser sur la partie de la courbe entre 0 et 8 s) ? Les tracés nécessaires seront portés sur le document réponse sur la figure R1. Le comportement du tapis est-il satisfaisant (justifier votre réponse).

Il est possible d'améliorer les performances de l'ensemble d'avance en ajoutant un composant et en modifiant le schéma-bloc précédent.

Question 8. Quel type de composant faut-il ajouter pour obtenir un asservissement de la valeur de vitesse ? Tracer le nouveau schéma bloc fonctionnel qui permettrait d'améliorer les performances incluant ce composant.

Pour la suite du sujet, on considère que cette nouvelle architecture de commande a été adoptée par le fabricant.

4.3.2 Modélisation du comportement de l'ensemble d'avance et d'une nouvelle commande

L'objectif de cette partie est de proposer un modèle du comportement de l'ensemble d'avance et de sa commande pour vérifier que ses performances répondent au cahier des charges.

On admet, qu'en l'absence de perturbation, le schéma bloc peut se mettre sous la forme suivante (figure 9).

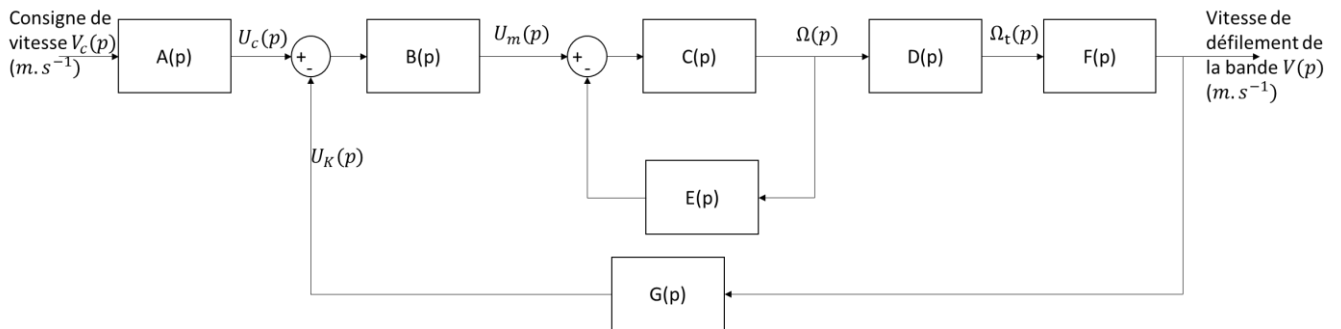


Fig. 9 – Schéma bloc modélisant le comportement de l'ensemble d'avance

$V_c(p)$ désigne la transformée de Laplace de $v_c(t)$ la vitesse de consigne fixée par l'utilisateur.

$U_c(p)$ désigne la transformée de Laplace de $u_c(t)$ la tension image de la vitesse de consigne.

$U_m(p)$ désigne la transformée de Laplace de $u_m(t)$ la tension d'alimentation du moteur.

$\Omega(p)$ désigne la transformée de Laplace de $\omega(t)$ la vitesse de rotation du rotor du moteur.

$\Omega_t(p)$ désigne la transformée de Laplace de $\omega_t(t)$ la vitesse de rotation du tambour permettant l'entraînement de la bande de roulement.

$V(p)$ désigne la transformée de Laplace de $V(t)$ la vitesse réelle de défilement de la bande de roulement.

$U_k(p)$ désigne la transformée de Laplace de $u_k(t)$, tension image de la vitesse réelle de défilement de la bande de roulement.

A l'instant $t = 0$, toutes ces variables seront supposées nulles.

Modèle du comportement du moteur

Les équations caractéristiques du moteur à courant continu peuvent se ramener, en l'absence de couple résistant, à :

$$J \frac{d\omega(t)}{dt} = K_1(u_m(t) - K_2\omega(t))$$

où J est l'inertie équivalente de l'ensemble en rotation en $kg.m^2$ et représente la difficulté à mettre en rotation l'ensemble.

Question 9. Sachant que $J \frac{d\omega(t)}{dt}$ est homogène à un couple (qui s'exprime en $N.m$) Donner les unités de K_1 et K_2

Question 10. A partir de cette équation, déterminer les fonctions de transfert $C(p)$ et $E(p)$

Modèle du comportement du mécanisme

K_r désigne le rapport de réduction du réducteur à courroie qui transmet la puissance mécanique du moteur au tambour ($K_r < 1$), tel que $\omega_t(t) = K_r \cdot \omega(t)$.

Question 11. En déduire la fonction de transfert $D(p)$

La bande de roulement est entraînée par adhérence par le rouleau. Elle est tendue sur le rouleau de telle façon qu'elle ne peut pas glisser par rapport à celui-ci, comme le montre la figure 10. Le tambour avant est entraîné en rotation par la courroie. Le tambour arrière n'est pas motorisé.

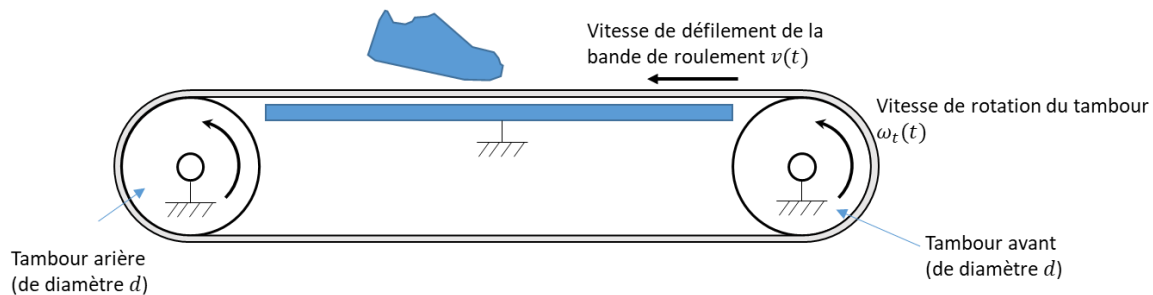


Fig. 10 – Représentation de l'ensemble d'avance

Question 12. Déterminer la fonction de transfert $F(p)$

Modèle de comportement de la partie commande

L'équation décrivant le comportement de la partie commande est :

$$u_m(t) = K_3(u_c(t) - u_k(t)) + K_4 \int_0^t u_c(\tau) - u_k(\tau) d\tau$$

Question 13. Déterminer la fonction de transfert $B(p)$. Ecrire explicitement le théorème de l'intégrale à utiliser.

Modèle de la boucle de retour

$$u_k(t) = K_5 v(t)$$

Question 14. Déterminer la fonction de transfert $G(p)$

L'adaptateur de fonction de transfert $A(p)$ est choisi de telle façon que lorsque la sortie et l'entrée sont égales, l'écart $U_c(p) - U_k(p)$ est nul.

Question 15. Déterminer la fonction de transfert $A(p)$

Le schéma bloc de la figure 9 peut se mettre sous la forme du schéma bloc de la figure 11.

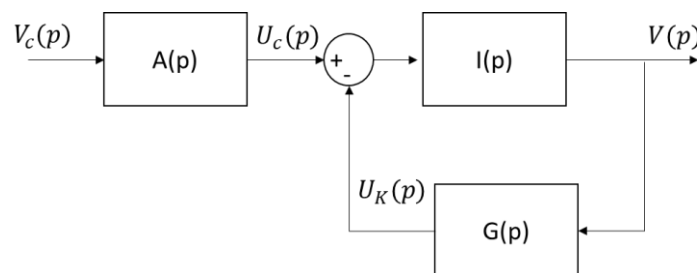


Fig. 11– Schéma bloc équivalent au schéma bloc de la figure 6

Question 16. Donner l'expression de la fonction de transfert $I(p)$ en fonction de $B(p), C(p), D(p), E(p)$ et $F(p)$.

Question 17. Calculer la fonction de transfert global $\frac{V(p)}{V_c(p)}$ en fonction de $A(p), I(p)$, et $G(p)$

Question 18. Montrer que cette fonction de transfert peut se mettre sous la forme :

$$\frac{V(p)}{V_c(p)} = \frac{1 + \tau p}{ap^2 + bp + 1}$$

Les expressions de τ, a et b seront précisées en fonction de $J, K_1, K_2, K_3, K_4, K_5$ et des paramètres géométriques du système.

Question 19. A l'aide du théorème de la valeur finale, calculer l'erreur statique en régime permanent lorsque $v_c(t)$ est un échelon unitaire (c'est à dire $\lim_{t \rightarrow +\infty} v_c(t) - v(t)$ lorsque $v_c(t) = u(t)$). Que peut-on en conclure vis-à-vis des critères du cahier des charges.

Lors d'une phase de test, le signal complexe de la figure 12 est envoyé en entrée du schéma bloc (avant l'instant $t = 0$ et après $t = t_4$, la vitesse de consigne est nulle) :

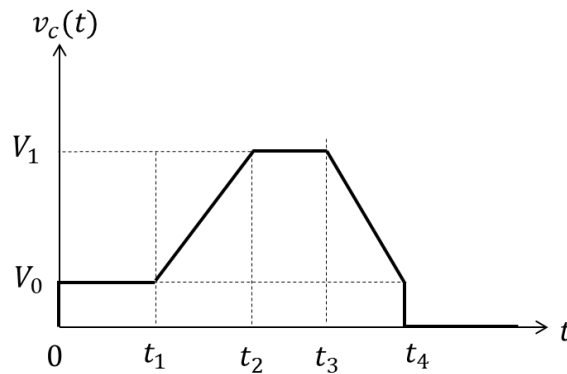


Fig. 12 – Allure de la vitesse de consigne

On rappelle le théorème du retard : Si $\mathbf{x}(t) \xrightarrow{L} \mathbf{X}(p)$ alors $\mathbf{x}(t - \tau) \xrightarrow{L} e^{-p\tau} \mathbf{X}(p)$,

On rappelle les résultats de calcul de transformées de Laplace : $a \xrightarrow{L} \frac{a}{p}$ et $a.t \xrightarrow{L} \frac{a}{p^2}$

et on utilisera la fonction échelon unité $u(t)$ (fonction de Heaviside) : $\begin{cases} u(t) = 1 \forall t \geq 0 \\ u(t) = 0 \forall t < 0 \end{cases}$

Question 20. (question difficile !) Déterminer l'expression temporelle de ce signal $v_c(t)$ en fonction de $t, t_1, t_2, t_3, t_4, V_0, V_1$ et de la fonction échelon unité $u(t)$, éventuellement retardée. Donner ensuite la transformée de Laplace $V_c(p)$ de ce signal.

Question 21. La figure R2 du document réponse représente la réponse $v(t)$ à cette consigne $v_c(t)$ entre $t = 0$ s et $t_1 = 5$ s, en l'absence de perturbation avec $V_0 = 8$ km/h. A partir de cette réponse, indiquer si les critères du cahier des charges en termes d'amortissement, rapidité et précision sont vérifiés. Les tracés nécessaires seront effectués sur la figure.

Question 22. La figure 13 représente la réponse $v(t)$ du tapis avec la nouvelle commande lors d'un essai identique à celui de la question 7 (toujours avec 8km/h de consigne)
Expliquer en quoi la nouvelle commande proposée a permis d'améliorer les performances du tapis.

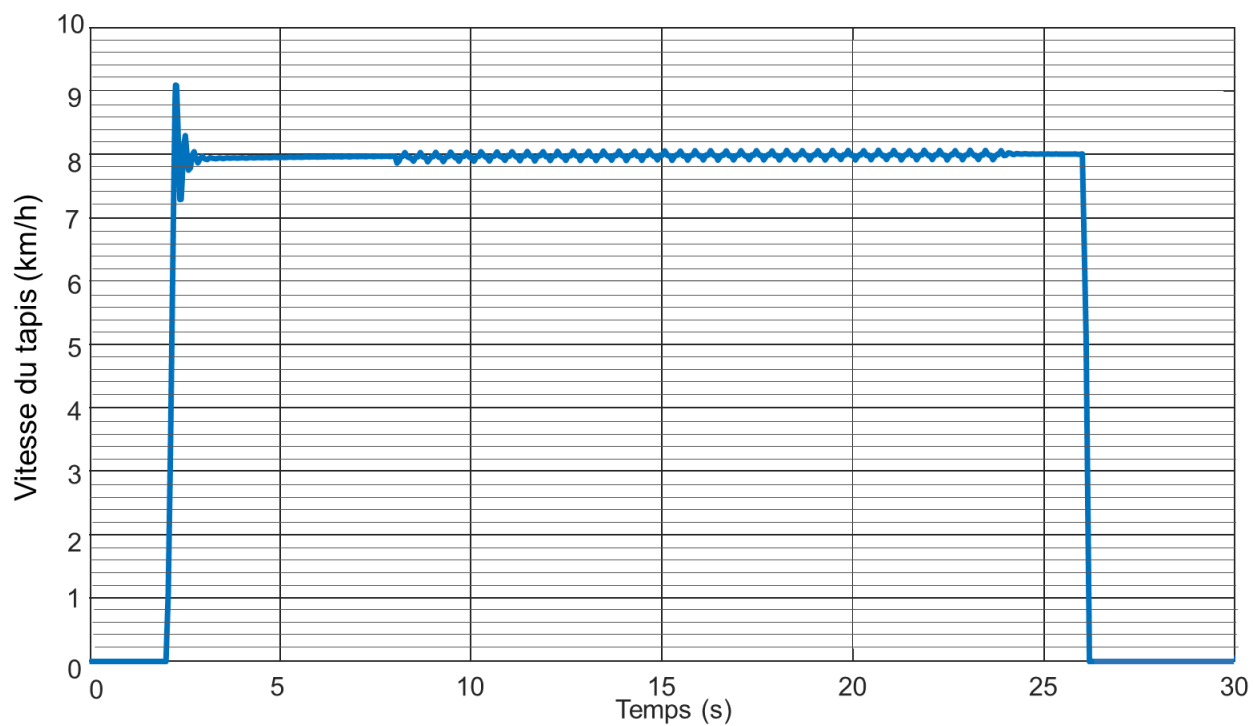


Fig. 13 – Allure de la vitesse de défilement de la bande avec la nouvelle commande lors d'un essai identique à celui de la figure R1 (Q7 du document réponse).