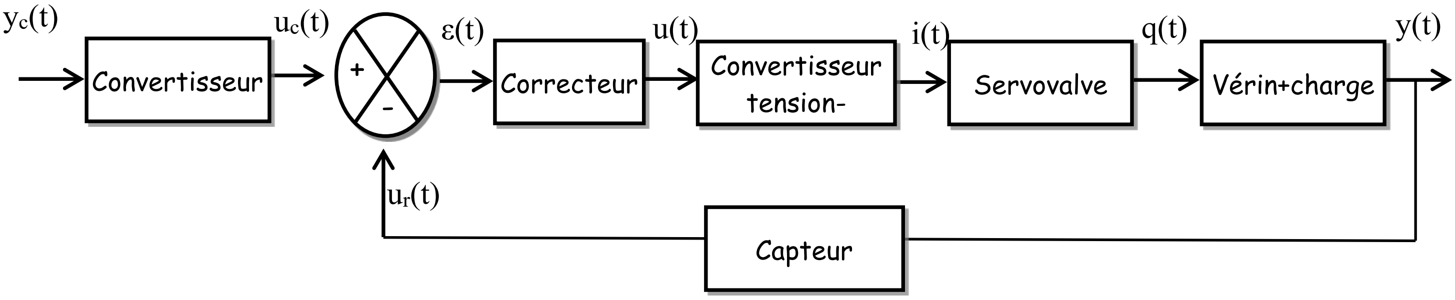
DS : Asservissement en roulis d'une voiture pendulée de TGV

Partie I : Description fonctionnelle de la pendulation

Question 1 : Donner le schéma bloc fonctionnel permettant de décrire le dispositif d'asservissement de la position y(t) de la tige de vérin à la position de consigne $y_c(t)$. Préciser les noms des composants de chaque bloc ainsi que les grandeurs physiques intermédiaires et leur unité.



yc(t),y(t) en mètre
$u_c(t)$, u(t), $u_r(t)$ en Volt
i(t) en ampères (A)
q(t) en m^3/s

Partie II : Modélisation du vérin et de sa charge

Question 2 : Passer les équations (1) à (6) dans le domaine de Laplace

On se place dans les conditions de Heaviside (conditions initiales nulles)

L'équation (1) donne : $R\alpha_2(p) = Y(p)$

L'équation (2) donne : $Q(p) = 2SV(p) + \frac{V_o}{b}p\Sigma(p)$

(3) devient : $F(p) = S\Sigma(p)$

(4) donne $Jp^2\alpha_2(p) = F(p)R - \mu\alpha_2(p)$

(5) et (6) deviennent : $V(p) = pY(p)$ *et* $\Gamma(p) = pV(p)$

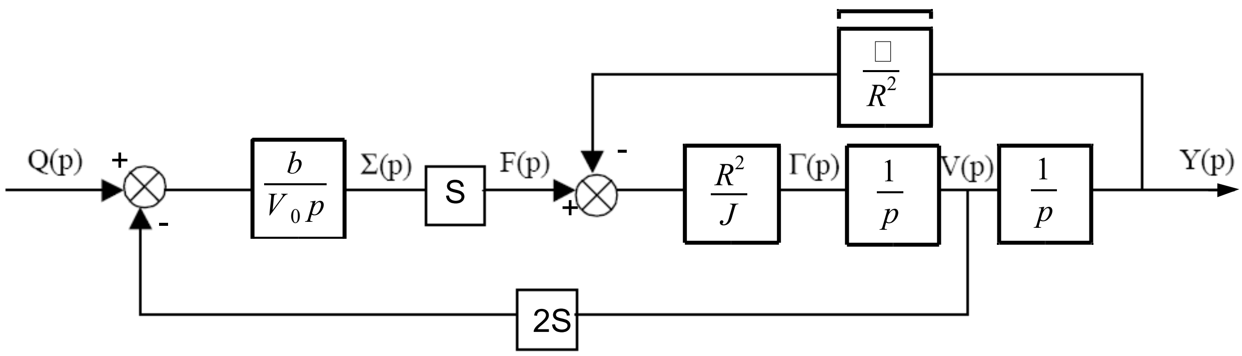
Question 3 : Montrer qu'à partir des équations précédentes, on peut écrire :

$$\Gamma(p) = \frac{R^2}{J}\left(F(p) - \frac{\mu}{R^2}Y(p)\right)$$

D'après (1) on a : $\alpha_2(p) = \frac{Y(p)}{R}$ et en remplaçant dans (4) on obtient : $Jp^2\frac{Y(p)}{R} = F(p)R - \mu\frac{Y(p)}{R}$

Or d'après (5) et (6) on a : $\Gamma(p) = p^2Y(p)$ d'où : $\Gamma(p) = \frac{R^2}{J}\left(F(p) - \frac{\mu}{R^2}Y(p)\right)$

Question 4 : Compléter le schéma bloc représentant les équations de comportement du vérin. Ce schéma admet Q(p) comme entrée et Y(p) comme sortie. Préciser la transmittance de chaque bloc ainsi que les signes des entrées des comparateurs.



Question 5 : Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée : $H_2(p) = \frac{V(p)}{V_c(p)}$

On utilise la formule de Black $H_2 = \frac{KAG\delta}{1+\frac{p^2}{\beta^2}} \frac{1}{1+\frac{(1+\tau p)gKAG\delta}{1+\frac{p^2}{\beta^2}}} = \frac{KAG\delta}{1+\frac{p^2}{\beta^2}+(1+\tau p)gKAG\delta}$

Question 6 : Mettre $H_2(p)$ sous la forme canonique d'un second ordre.

En développant, on obtient : $H_2(p) = \frac{KAG\delta}{1+gKAG\delta+\tau gKAG\delta p+\frac{p^2}{\beta^2}} = \frac{KAG\delta}{1+gKAG\delta} \cdot \frac{1}{1+\frac{\tau gKAG\delta}{1+gKAG\delta}p+\frac{p^2}{\beta^2(1+gKAG\delta)}}$

Question 7 : En déduire les expressions de K_2 gain de H_2, z coefficient d'amortissement et ω_0 pulsation propre non amortie (préciser leur unité) en fonction de K, A, G, g, δ, τ et β.

On identifie à l'expression d'un second ordre :

Soit $K_2 = \frac{KAG\delta}{1+gKAG\delta}$ *sans unité*

$$2\frac{z}{\omega_0} = \frac{\tau gKAG\delta}{1+gKAG\delta}$$

$$\omega_0^2 = \beta^2(1+gKAG\delta)$$

Ainsi $\omega_0 = \beta\sqrt{1+gKAG\delta}$ *en rad/s*

et $z = \frac{1}{2}\frac{\beta\tau gKAG\delta}{\sqrt{1+gKAG\delta}}$ *sans unité*

Question 8 : Faire l'application numérique en exprimant les constantes en fonction de K et τ

On utilisera les valeurs suivantes : $A.G = \frac{1}{300}m^3.s^{-1}.V^{-1}$; $g = 10\mathrm{V.m^{-1}}.s^{-1}$; $\delta = 28.1m^{-2}$; $\beta = 77rad.s^{-1}$

$$z = 36.1\frac{\tau K}{\sqrt{1+0.94K}}$$

$$K_2 = 0.094\frac{K}{1+0.94K}$$

$$\omega_0 = 77\sqrt{1+0.94K}$$

Question 9 : En utilisant l'abaque du temps de réponse réduit Tr ($Tr = t_{5\%}.\omega_0$) en fonction de z et les expressions précédentes, en déduire les valeurs numériques de K et τ qui permettent d'obtenir un système performant.

Pour z=0,7, on obtient Tr=3 soit $\omega_0 = \frac{3}{t_{5\%}} = \frac{3}{0.017} = 177\,rad/s$

On en déduit alors la valeur de K à partir de l'expression précédente :

K = 4,56

Avec l'expression de z = 0.7, on obtient $\tau = 0{,}0098s$

Question 10 : Exprimer l'écart $\varepsilon_p(p) = Y_c(p) - Y(p)$ en fonction de la consigne *Yc(p)*, $H_2(p)$, h et p.

$$\varepsilon_p = Y_c - Y = Y_c - FTBF.Y_c = Y_c\left(1 - h\frac{\frac{H_2}{p}}{1+\frac{hH_2}{p}}\right)$$

$$\varepsilon_p = Y_c\left(\frac{1}{1+\frac{hH_2}{p}}\right)$$

Question 11 : En déduire l'écart statique pour une entrée échelon de valeur $y_c(t) = y_0\ u(t)$. Que peut-on en déduire sur la boucle d'asservissement en position ?

Pour une entrée en échelon on a $\varepsilon_p = \frac{y_0}{p}.\frac{1}{1+FTBO(p)}$

$$\varepsilon_s = \lim_{t\to\infty}\varepsilon_p(t) = \lim_{p\to 0} p\varepsilon_p(p) = \lim_{p\to 0}\frac{y_0}{1+FTBO(p)}$$

Or $\lim_{p\to 0} FTBO(p) = \lim_{p\to 0}\frac{a_0}{p(1+b_1p+b_2p^2)} = \infty$

Donc $\varepsilon_s = 0$

*La boucle d'asservissement en position est donc **<u>précise</u>**.*

Question 12 : Expliquer en quoi cette réponse correspond à celle d'un système du deuxième ordre.

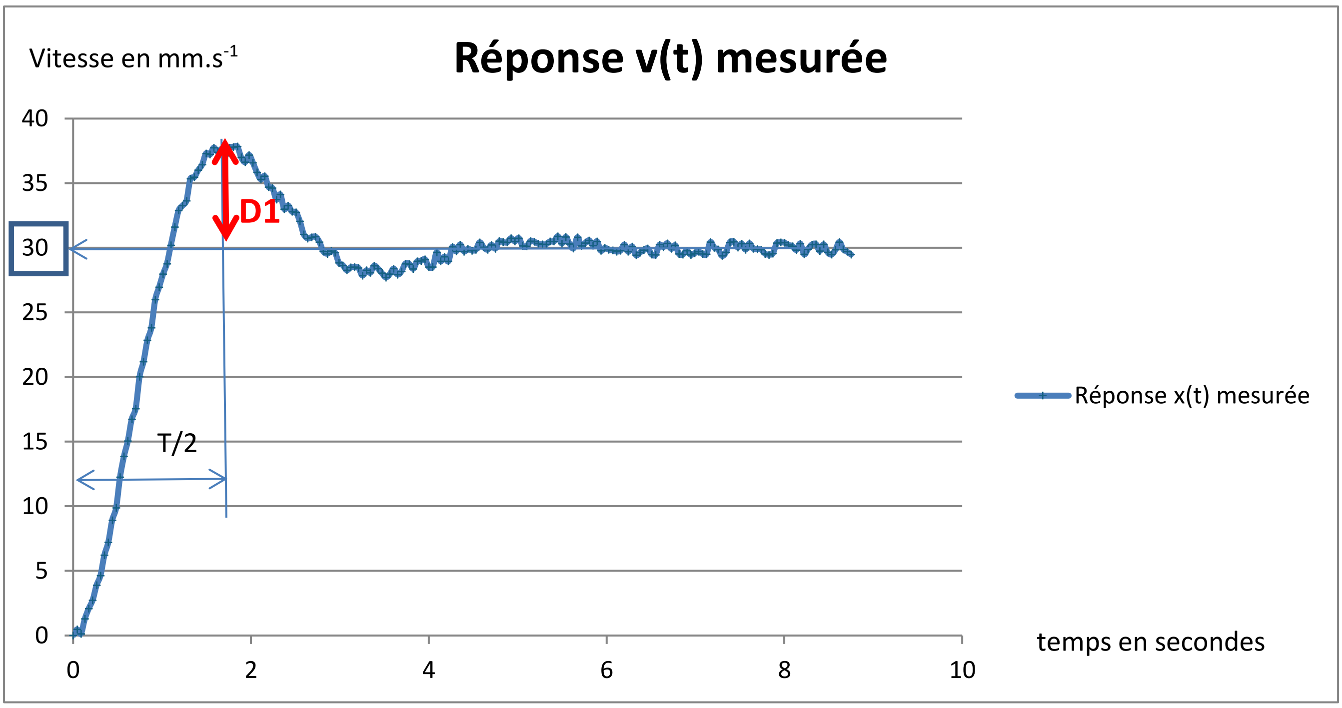
Des <u>oscillations</u> apparaissent : cela ne peut être un premier ordre et <u>la pente à l'origine étant nulle</u> cela ne peut pas être un ordre supérieur à 2. C'est donc un second ordre.

Question 13 : Rappeler les formules du cours des premier dépassement relatif D_1 et de la pseudo période T.

$$D_1 = e^{-\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0\sqrt{1-\xi^2}}$$

Question 14 : A partir de relevés à faire apparaitre sur la courbe, déterminer les 3 paramètres de cette fonction de transfert.



La valeur finale vaut 30 $mm.s^{-1}$ donc le gain statique est égal à 1

Il y a des oscillations, donc le coefficient d'amortissement est inférieur à 1.

On relève la demi pseudo-période T/2 sur la courbe : 1,8 secondes donc T=3,6 s

On relève le premier dépassement sur la courbe $D1 = \frac{38-30}{30} = 0,27$

$$D_1 = e^{-\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$$

donc $\xi = \frac{|\ln(D_1)|}{\sqrt{\pi^2 + \ln(D_1)^2}} = 0,38$

Et la pseudo-pulsation vaut $\omega = \omega_0\sqrt{1-\xi^2} = \frac{2\pi}{T}$ donc $\omega_0 = \frac{2\pi}{T\sqrt{1-\xi^2}}$ = 1,89 rad.s^{-1}

Question 15 : Exprimer alors cette fonction de transfert sous forme littérale puis numérique.

$$H(p) = \frac{K}{1 + \frac{2\varepsilon}{\omega_0}p + \frac{p^2}{{\omega_0}^2}}$$

$$H(p) = \frac{1}{1 + 6.10^{-3}p + 2,5.10^{-5}p^2}$$