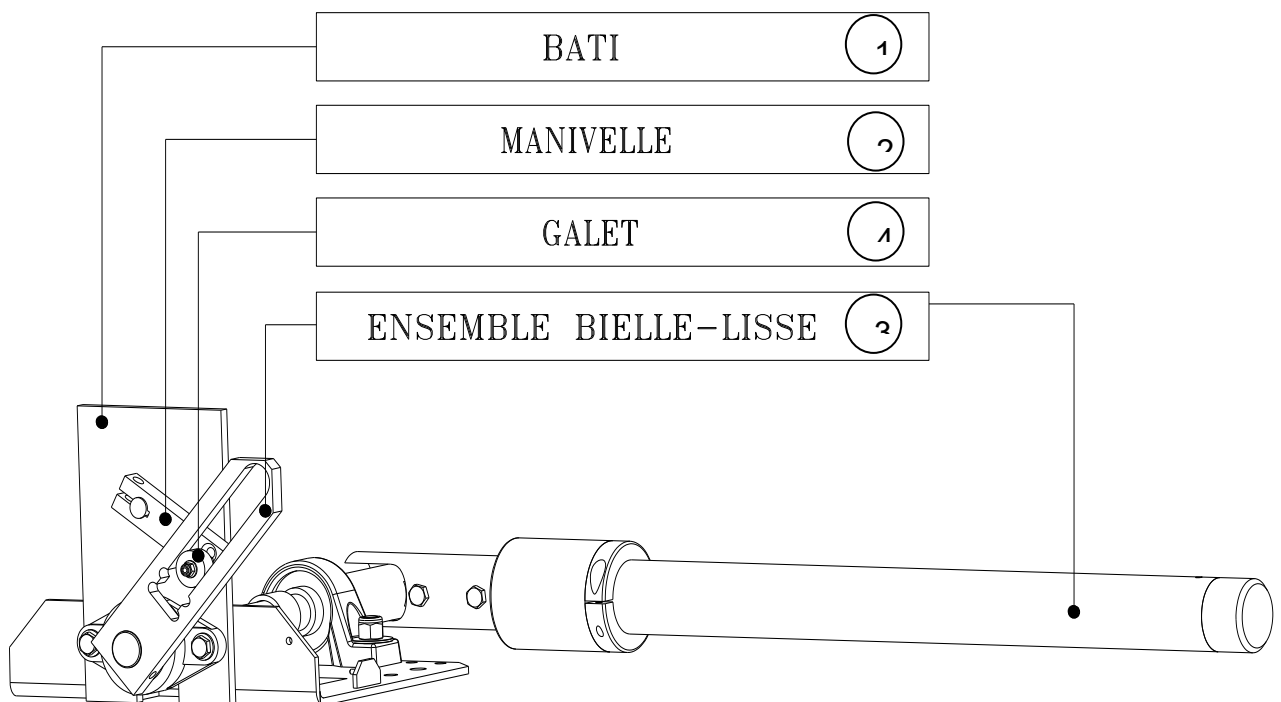
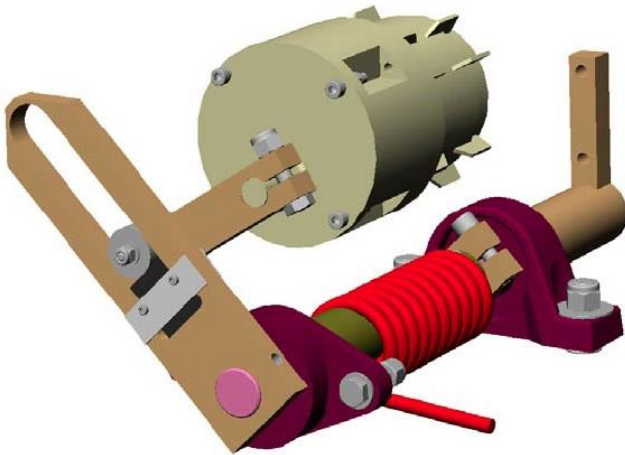


## BARRIERE DE PEAGE SYMPACT



### 1. L'objectif est de vérifier :

- Exigence 1 : l'amplitude du mouvement de rotation est de  $90^\circ$  à  $+ ou - 3^\circ$  quel que soit la configuration autoroutière (réversible) ou parking privé (irréversible par position du galet différente)
- Exigence 2 : accostage à vitesse nulle pour éviter les chocs et l'usure des composants.

**2. Schéma cinématique et paramétrage**

Le modèle cinématique de la barrière comprend deux grandeurs géométriques caractéristiques :

- $R$  : rayon de la manivelle
- $H$  : entraxe lisse manivelle (distance AB)
- $\lambda(t)$  : distance AC variable dans le temps lorsque la manivelle tourne

Les valeurs sont celles du « modèle ERO industriel » :

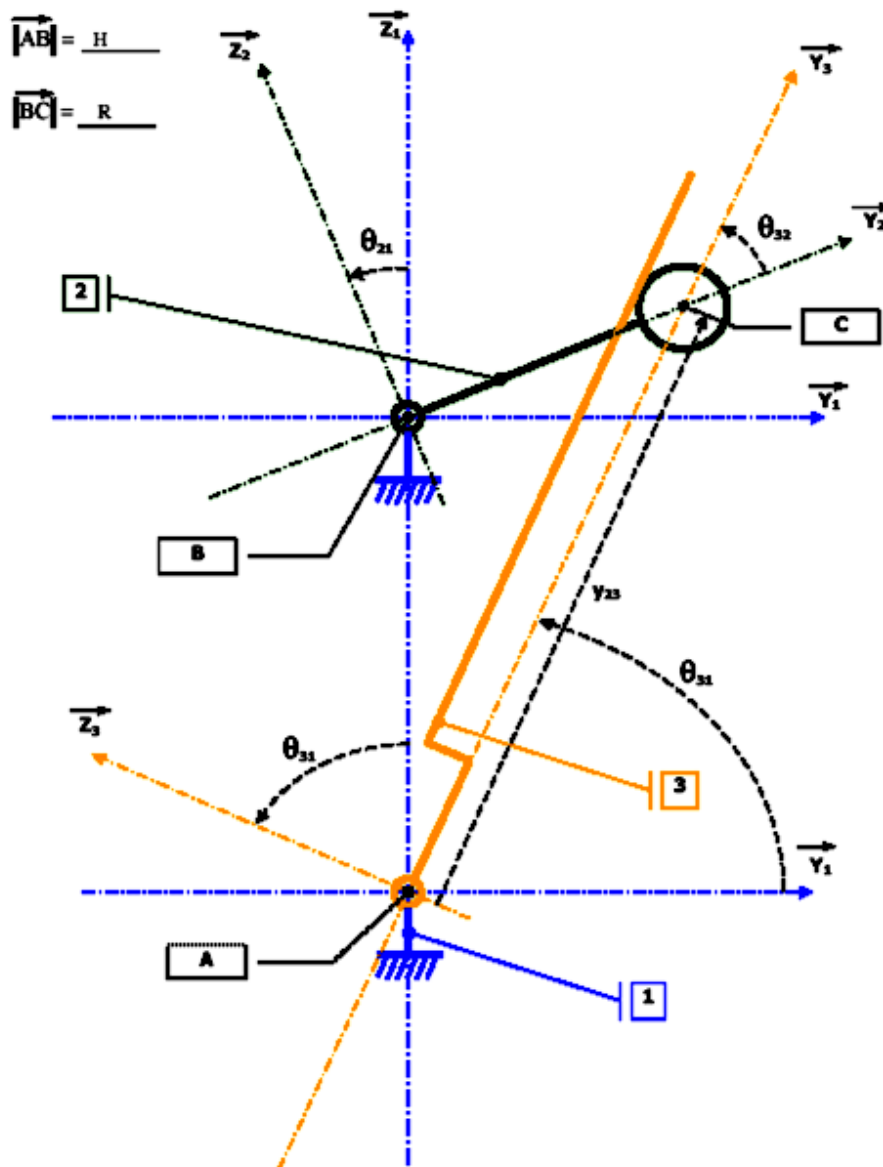
$R = 81\text{mm}$  pour la configuration autoroutière ou

$R = 79\text{ mm}$  pour la configuration parking privé et

$H = 109\text{ mm}$ .

Le schéma plan paramétré est le suivant :

$$\overrightarrow{AC} = \lambda \overrightarrow{y_3}$$



La manivelle 2 est entraînée par le moteur en rotation d'angle  $\theta_{21}$ .

La bielle 3 solidaire de la lisse (barrière) tourne alors d'un angle  $\theta_{31}$ .

Le contact entre 2 et 3 et supposer ponctuel.

**Q1. Proposer un graphe de liaison du mécanisme.**

**Q2. Représenter les figures planes de calculs représentant les rotations d'angles  $\theta_{21}$  et  $\theta_{31}$ .**

**Q3. Ecrire la fermeture géométrique vectorielle (triangle ABC) du mécanisme, et la projeter dans la base liée à 1.**

**Q4. En déduire par résolution de ce système d'équations la relation entrée sortie du mécanisme entre  $\theta_{31}$  et  $\theta_{21}$  pour  $\theta_{21} \in [-90^\circ, +90^\circ]$ .**

**On notera alors que le mouvement est similaire pour  $\theta_{21} \in [+90^\circ, +270^\circ]$ .**

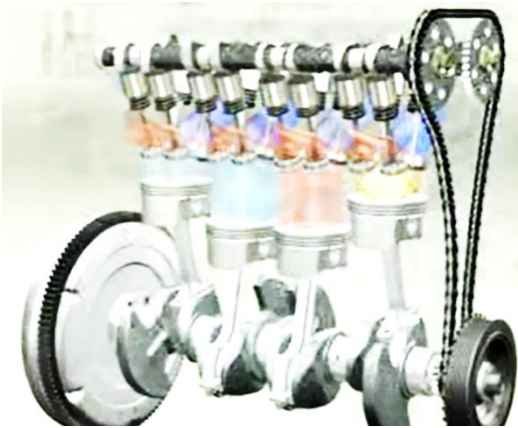
**Q5. Montrer que la valeur extrême de  $\theta_{31}$  est atteinte pour  $\theta_{21} = \arcsin n \left( \frac{R}{H} \right)$**

**Q6. Vérifier que l'exigence 1 est respectée.**

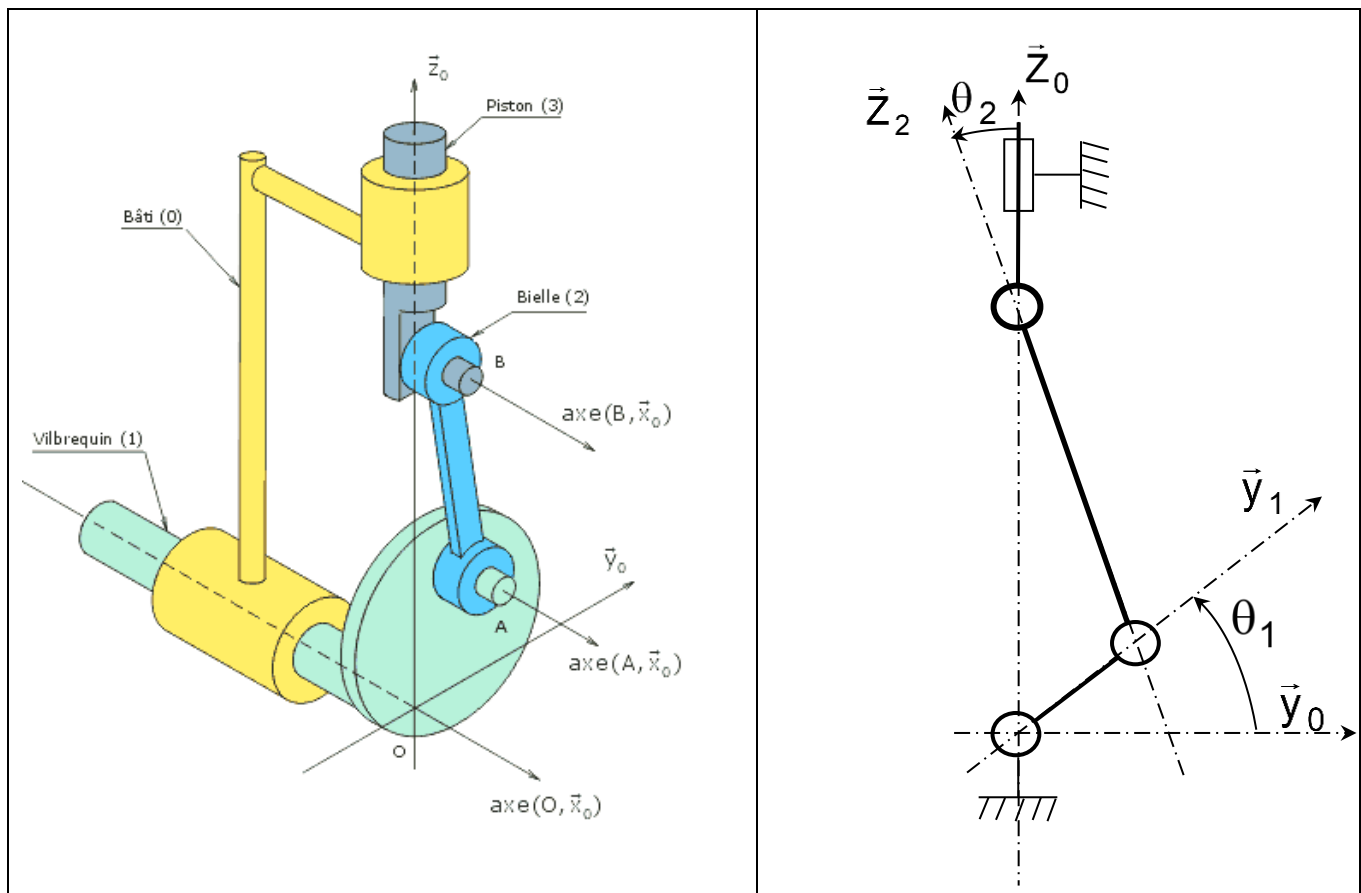
**Q7. Vérifier que l'exigence 2 respectée.**

**Pour cela il faut montrer que  $\dot{\theta}_{31} = \frac{d\theta_{31}}{dt} = \frac{d\theta_{31}}{d\theta_{21}} \frac{d\theta_{21}}{dt} = 0$  pour  $\theta_{21} = \arcsin n \left( \frac{R}{H} \right)$**

## SYSTEME BIELLE-MANIVELLE



On étudie le mouvement d'un système bielle/manivelle, constitué d'un vilebrequin (1), d'une bielle (2), d'un piston (3) et d'un bâti (0). Le mouvement de rotation continu du vilebrequin par rapport au bâti est transformé en mouvement rectiligne alternatif du piston par rapport au bâti ou inversement.



### Paramétrage

On associe au solide 0, le bâti ici, le repère  $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ .

On associe au solide 1, appelé vilebrequin, le repère  $R_1(O, \vec{x}_0, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ .

$\lambda(t)\vec{z}_0$  On associe au solide 2, appelé bielle, le repère  $R_2(A, \vec{x}_0, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ .

On associe au solide 3, appelé piston, le repère  $R_3(B, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)$ .

On note :  $\vec{OA} = e\vec{y}_1$      $\vec{AB} = L\vec{z}_2$      $\vec{OB} = \lambda(t)\vec{z}_0 = \lambda\vec{z}_0$  et  $\theta_i = (\vec{y}_0, \vec{y}_i)$

La travail mécanique utile en sortie de moteur est relatif à la rotation du vilebrequin (manivelle)  
 $\theta_1 = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$ .

C'est pourquoi on cherche la relation géométrique entre ces paramètres. On parle de relation entrée-sortie géométrique  $\lambda$  en fonction de  $\theta_1$ , L et e.

Travail demandé :

**Question 1 : Proposer un graphe de liaison du mécanisme. Nommer les liaisons du mécanisme et donner leurs caractéristiques géométriques. Faire les figures de calcul.**

**Question 2 : Ecrire la fermeture vectorielle du triangle OAB (fermeture de chaîne géométrique) et en déduire l'expression de  $\lambda$  et  $\theta_2$  en fonction de  $\theta_1$ , L et e.**

La course du piston est le déplacement total du piston  $c = \lambda_{\max} - \lambda_{\min}$

On peut montrer que  $c = 2.e$

**Question 3 : En déduire la vitesse de glissement du piston dans le bâti  $\dot{\lambda}$  pour un système bielle manivelle de moteur thermique de course 83,1mm et de longueur de bielle 100mm tournant à 6000tr/min pour la position  $\theta_1 = 0$  rad**

On a alors :  $\dot{\theta}_1 = 6000 \text{tr} / \text{min} = 6000 \cdot \frac{2\pi}{60} \text{rad} / \text{s}$

Et on peut calculer la vitesse par dérivation de l'expression trouvée en Question 2 :

$$\dot{\lambda} = \frac{d\lambda}{dt} = \frac{d\lambda}{d\theta_1} \frac{d\theta_1}{dt} = \frac{d\lambda}{d\theta_1} \dot{\theta}_1$$

## POMPE A PISTONS AXIAUX

### 1. Mise en situation

On trouve ce type de pompe dans de nombreux systèmes utilisant l'énergie hydraulique. Par exemple, la transmission Fendt 900 Vario (Variateur de vitesse) support du sujet CCP MP 2008.

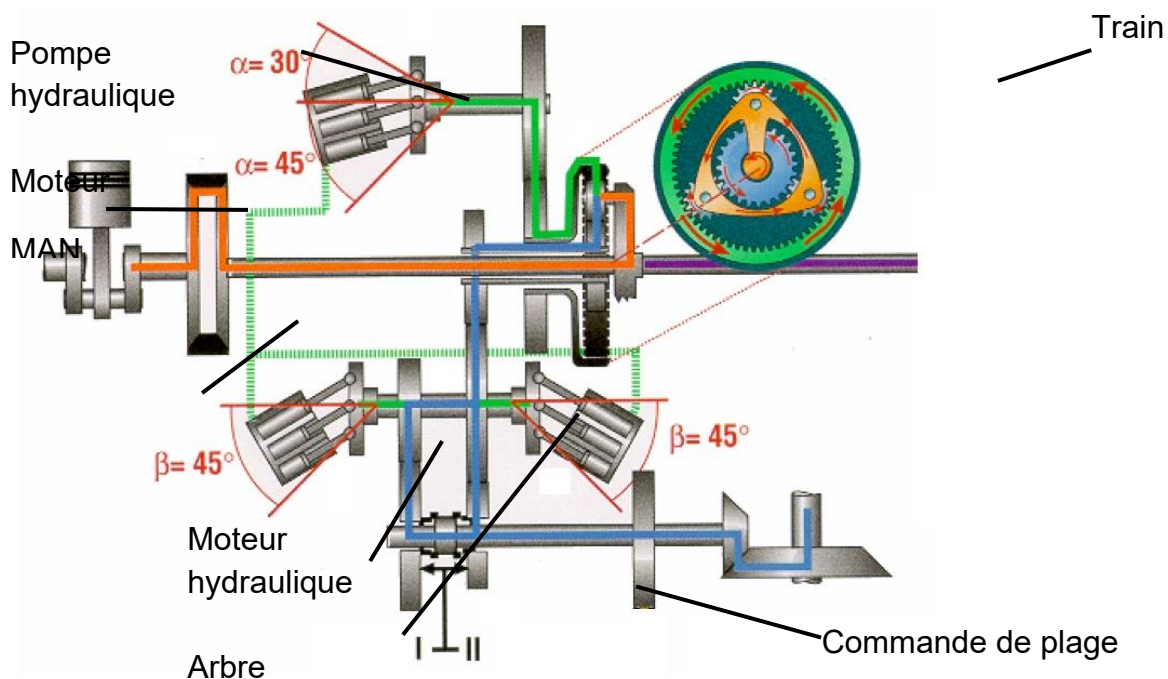


Figure 1: Transmission Fendt 900 Vario

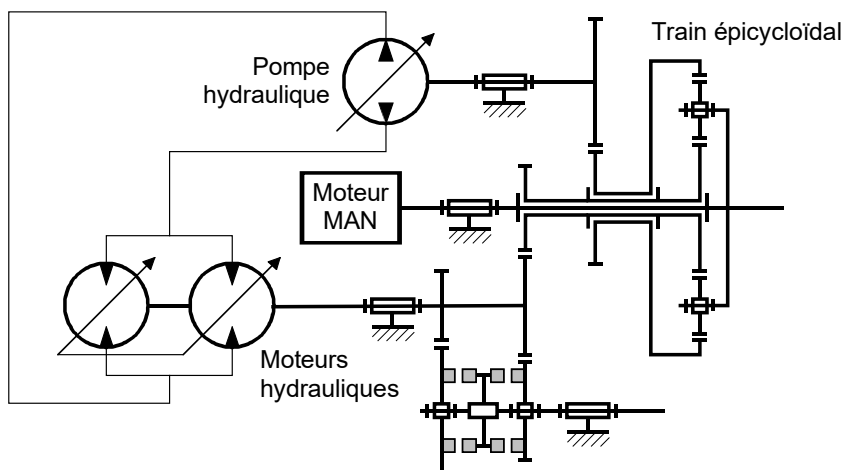
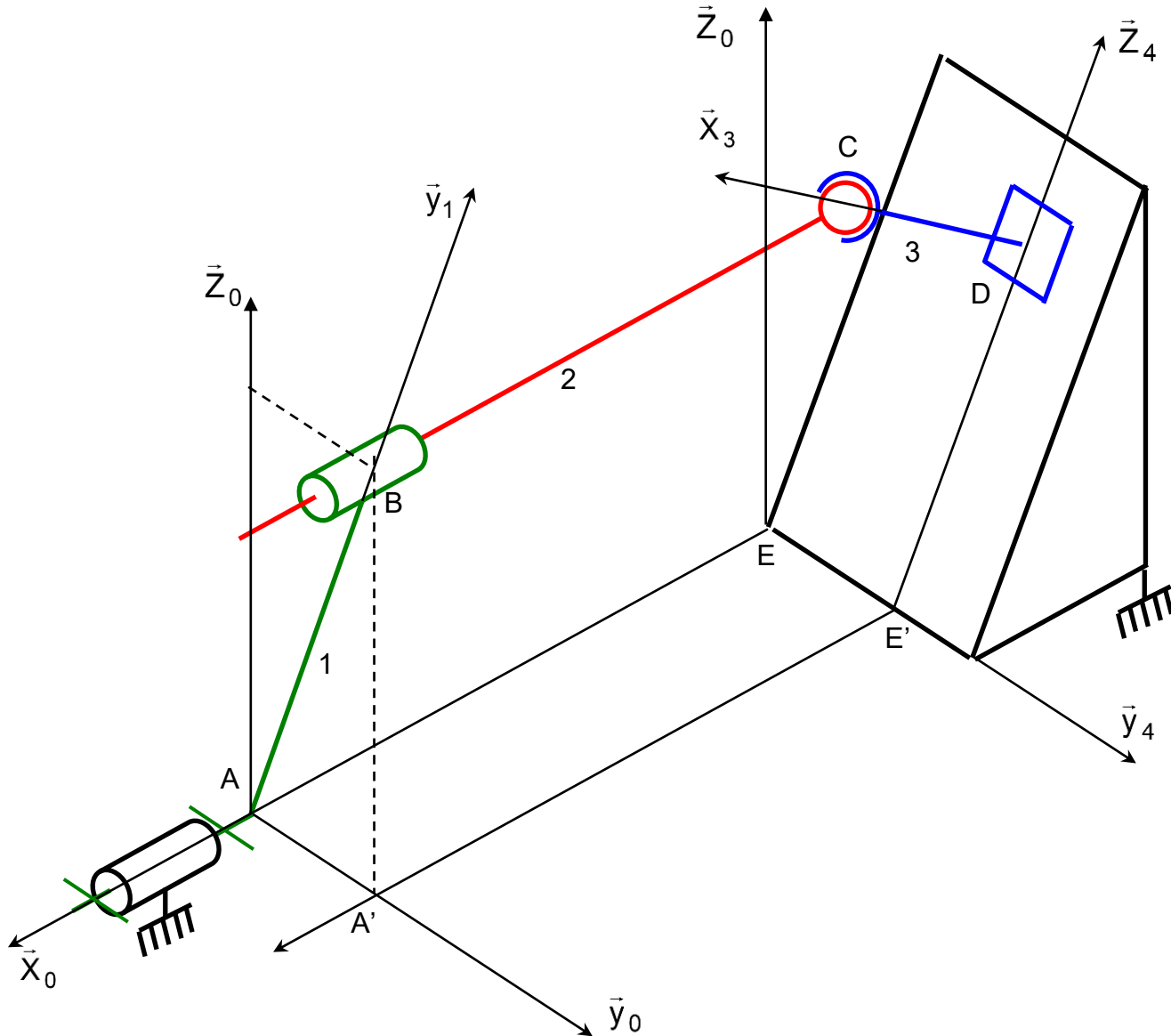


Figure 2 : Schéma cinématique de la transmission Fendt

**2. Description****2.1 schéma cinématique**

Le mécanisme dont le schéma cinématique est donné ci-dessous représente une pompe hydraulique à pistons axiaux. Un moto-réducteur non représenté entraîne le barillet 1 en rotation autour de l'axe  $(A, \vec{x}_0)$  ce qui permet le déplacement du piston 2 le long de l'axe  $(B, \vec{x}_0)$ . La plaque d'appui 3 assure le contact du piston 2 avec le plan incliné 4 lié au bâti 0.



Un seul piston de la pompe est représenté ici. Les pompes en comportent 7 ou 9 généralement (un nombre impair garantissant un débit le plus régulier possible). L'étude géométrique proposée est nécessaire pour déterminer les conditions géométriques garantissant le débit de la pompe souhaité. Tout comme dans le système bielle manivelle étudié précédemment, c'est le mouvement alternatif du piston qui permet un pompage du fluide (pompe volumétrique). Ce pompage n'est possible qu'à condition d'associer une distribution convenable associée au mouvement analysé dans cette étude géométrique. La distribution consiste à relier la chambre du barillet alternativement à la réserve de fluide et à l'actionneur hydraulique à alimenter en fluide sous pression (vérin ou moteur hydraulique).

## 2.2 Repères associés aux solides

$R_0 = (A; \vec{x}_0; \vec{y}_0; \vec{z}_0)$  lié au bati 0

$R_1 = (A; \vec{x}_1; \vec{y}_1; \vec{z}_1)$  lié au barillet 1

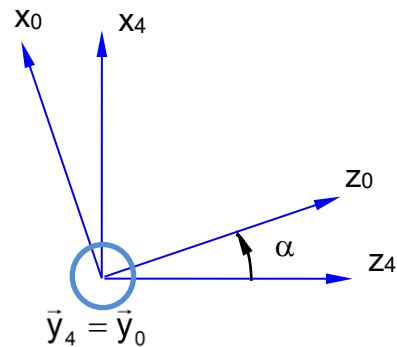
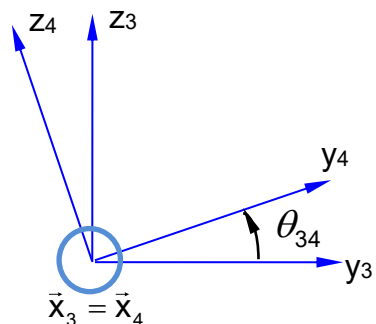
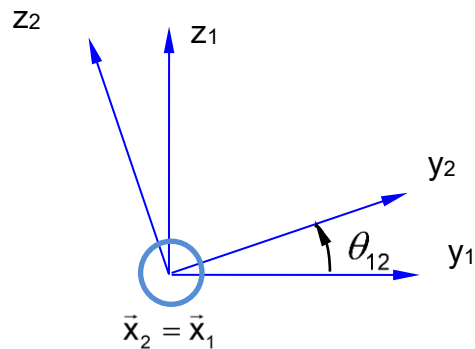
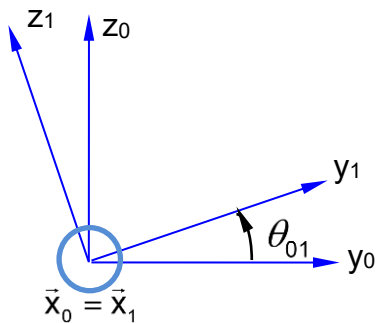
$R_2 = (B; \vec{x}_2; \vec{y}_2; \vec{z}_2)$  lié au piston 2

$R_3 = (D; \vec{x}_3; \vec{y}_3; \vec{z}_3)$  lié à la plaque 3

$R_4 = (D; \vec{x}_4; \vec{y}_4; \vec{z}_4)$  lié au plan incliné 4

## 2.3 Paramétrage

$$\overline{AB} = R\vec{y}_1 \quad \overline{CB} = \lambda\vec{x}_1 \quad \overline{DE} = -v\vec{y}_0 - w\vec{z}_4 \quad \overline{DC} = h\vec{x}_3 \quad \overline{AE} = -d\vec{x}_0$$



## 3. TRAVAIL DEMANDE

## 3.1 Etude des liaisons

**Q1.** Tracer le graphe du mécanisme en indiquant les liaisons.

## 3.2 Etude géométrique

**Q2.** Ecrire la fermeture géométrique du mécanisme. En déduire la relation entrée-sortie géométrique  $\lambda$  en fonction de  $\theta_{01}$  et des constantes  $R, h, d$  et  $\alpha$  uniquement.

## 3.3 Etude des performances



**Q3. Exprimer la vitesse du piston  $\dot{\lambda}$  et déterminer le débit  $q = \dot{\lambda} \cdot S$  de fluide maxi et moyen sur sa course pour un piston de section  $S=3\text{cm}^2$ . On prendra  $R=5\text{cm}$ ,  $\alpha=20^\circ$  et  $\dot{\theta}_{01} = 1800 \cdot \frac{2\pi}{60} \text{rad/s}$ .**

**Q4. Déterminer l'expression du débit  $q_p$  de la pompe en considérant 9 pistons répartis angulairement uniformément dans le barillet tels que :  $q_p = S \cdot \sum_{k=0}^8 \dot{\lambda} \left( \theta_{01} + k \frac{2\pi}{9} \right)$**

**Q5. Ecrire une fonction python Lambda d'argument theta01 renvoyant la valeur de  $\lambda$  établie en question 2. Utiliser le script fourni pour tracer l'évolution de Lambda sur un tour de barillet.**

**Q6. Ecrire une fonction python Lambdapoint d'argument theta01 renvoyant la valeur de  $\lambda$  établie en question 3.**

**Q7. Ecrire un script permettant de tracer le débit de refoulement de la pompe. On utilisera le script fourni pour ne prendre en compte que le débit de refoulement et non d'aspiration pour un piston.**

```
#####
# TD pompe à pistons axiaux
#####
```

```
import numpy as np
```

```
alpha=15/180*np.pi #inclinaison maximale du plan
```

```
n=9 #nombre de pistons
```

```
r=0.01 #rayon en m du piston
```

```
R=0.05 #"rayon" du barillet
```

```
h=0.013 #longueur du patin
```

```
d=0.06 #longueur du bati
```

```
N=1800 #tr/min de vitesse de rotation maxi du barillet (correspond à thetapoint)
```

```
#####
# relation entrée sortie
```

```
def Lambda(theta01):
    ###à compléter##
```

```
omega=N*2*np.pi/60 #passage des tr/min aux rad/s
```

```
def Lambdapoint(theta01):  
    ###à compléter###
```

```
T_theta01=[i*2*np.pi/360 for i in range(360)]
```

```
T_Lambda=Lambda(T_theta01)
```

```
import matplotlib.pyplot as plt
```

```
plt.clf()  
plt.plot(T_theta01,T_Lambda)  
plt.title('lambda(theta01)')  
plt.xlabel('theta01 en rad')  
plt.ylabel('lambda en m')  
plt.show()
```

# déterminer le débit total de la pompe à 9 pistons (attention seules les valeurs de débit positives avec lambdapoint positif sont à prendre en compte pour le refoulement du fluide depuis la pompe)

```
def q(theta01):  
    """débit de refoulement ne considérant que les vitesses Lambdapoint positives"""  
    if Lambdapoint(theta01)>0:  
        return Lambdapoint(theta01)*S  
    else:  
        return 0
```

```
T_q=[q(t) for t in T_theta01]
```

```
def qtotal(theta01):  
    ###à compléter###
```