

DATE			HEURE DÉBUT	HEURE FIN
24	01	26	8 h 10	11 h 10

CLASSE	MPSI
--------	------

MATIERE	S.I.I.
---------	--------

PROFESSEUR	LILLONI 169
------------	-------------

CONSIGNES	Calculatrice	OUI <input checked="" type="checkbox"/>	NON <input type="checkbox"/>
	Documents	OUI <input type="checkbox"/>	NON <input checked="" type="checkbox"/>
	<ul style="list-style-type: none"> - Sorties aux toilettes de 5 min maximum autorisée à partir de 9h15, en nombre limité. - Les étudiant·e·s ne doivent pas être en possession d'un téléphone portable ou d'une montre connectée. Montre autorisée si déposée sur la table ! - Pas de pochette ou trousse. - Traiter chacun des 4 exercices sur des copies doubles séparées et numéroté toutes les pages. - Encadrer les résultats 		

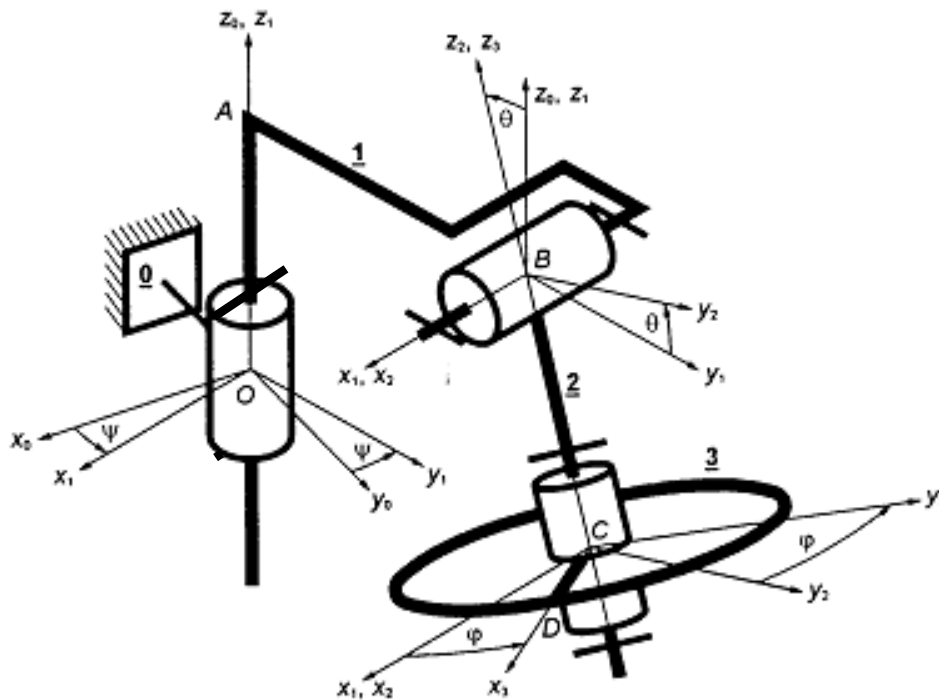
NACELLE de MANEGE

Q 1. On considère 2 solides i et j en liaison L_{ij} sphérique (ou rotule) de centre O et en liaison L'_{ij} linéaire annulaire (ou sphère cylindre) en A et d'axe (A, \vec{z}_0) avec $\vec{OA} = \lambda \vec{z}_0$. Faire un schéma cinématique lisible montrant ces 2 liaisons. Ecrire les torseurs cinématiques associés. Déterminer la liaison équivalente à l'association en parallèle de ces 2 liaisons.

D'après un avis de la Commission de la Sécurité des Consommateurs datant de 2006 l'accélération maximale que peut subir, sans risque de dommage physique, une personne en bonne santé dans un manège de fête foraine est de $\pm 3g$.

Le schéma cinématique, donné ci-dessous, représente un élément de manège.

La nacelle (3) est mobile par rapport au bâti (0) par l'intermédiaire du balancier (2) et de la potence (1).



Paramétrage :

- Quatre repères associés aux différents solides :

$R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ lié au bâti (0)

$R_1 = (B, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1 = \vec{z}_0)$ lié à la potence (1)

$R_2 = (B, \vec{x}_2 = \vec{x}_1, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ lié au balancier (2)

$R_3 = (C, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3 = \vec{z}_2)$ lié à la nacelle (3)

- Quatre variables :

λ : position du point A dans R_0 soit $\vec{OA} = \lambda \vec{z}_0$ avec $\lambda = \text{cte}$

ψ : angle de précession qui positionne la base B_1 par rapport à la base B_0

θ : angle de nutation qui positionne la base B_2 par rapport à la base B_1

φ : angle de rotation propre qui positionne la base B_2 par rapport à la base B_1

- Trois constantes :

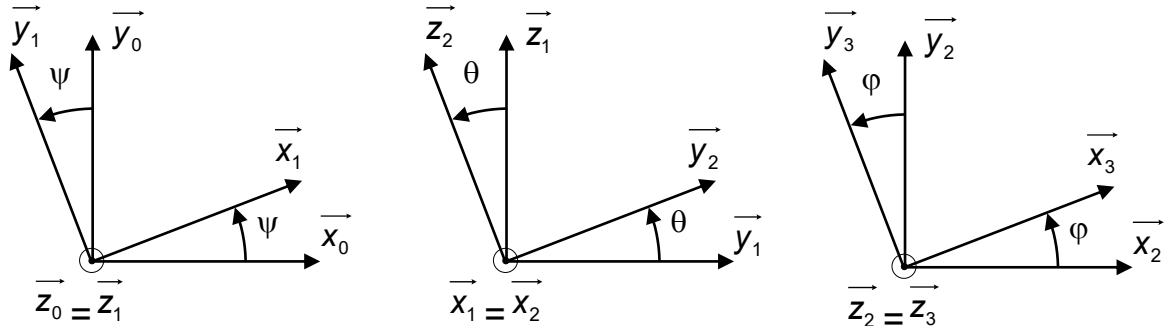
a : porte à faux de la potence (1) soit $\overrightarrow{AB} = a \overrightarrow{y_1}$

b : longueur du balancier (2) soit $\overrightarrow{BC} = -b \overrightarrow{z_2}$

c : rayon de la nacelle (3) soit $\overrightarrow{CD} = c \overrightarrow{x_3}$

Q 2. Tracer le graphe de liaisons associé à la chaîne ouverte. Préciser les noms et caractéristiques géométriques des liaisons.

On donne le tracé des figures planes associées aux angles ψ , θ et φ .



Q 3. Déterminer les vecteurs vitesse de rotation correspondants.

Q 4. Exprimer les torseurs cinématiques associés aux liaisons en précisant le ou les points de réduction.

Q 5. Déterminer par changement de point et composition des vitesses si nécessaire les vecteurs vitesses $\vec{V}(A, \frac{1}{0})$ puis $\vec{V}(B, \frac{2}{0})$ et enfin $\vec{V}(C, \frac{3}{2})$.

Q 6. Déterminer les vecteurs vitesses $\vec{V}(C, \frac{3}{0})$ et $\vec{V}(D, \frac{3}{0})$.

Q 7. Déterminer par dérivation l'accélération du point D par rapport à 0 dans le cas particulier $\theta = 0 = \text{cte}$, $\psi = 0 = \text{cte}$ (2 immobile par rapport à 0) et dans lequel seul 3 est en mouvement de rotation accéléré $\ddot{\phi} \neq 0$ par rapport à 2.

Q 8. Déterminer la valeur maximale de cette accélération en prenant $c=1,5\text{m}$ et les vitesses et accélérations angulaires maximales générées par le moteur hydraulique de la liaison entre 2 et 3 égales respectivement à 1rad/s et 1rad/s^2 .

Q 9. Conclure par rapport à la valeur d'accélération conseillée inférieure à $3g \approx 30\text{m/s}^2$

Q 10. Déterminer par dérivation l'accélération du point D par rapport à 0 dans le cas particulier $\theta = 0 = \text{cte}$ mais cette fois on envisage $\dot{\psi} \neq 0$ et $\ddot{\psi} \neq 0$.

SCIE ALTERNATIVE PORTATIVE

Le dessin d'ensemble ci-dessous représente le mécanisme d'une scie alternative portative à commande pneumatique.

Le principe de fonctionnement consiste à transformer un mouvement de rotation continue de l'arbre d'un moteur pneumatique en un mouvement de translation alternative d'une lame de scie (repérée 49).

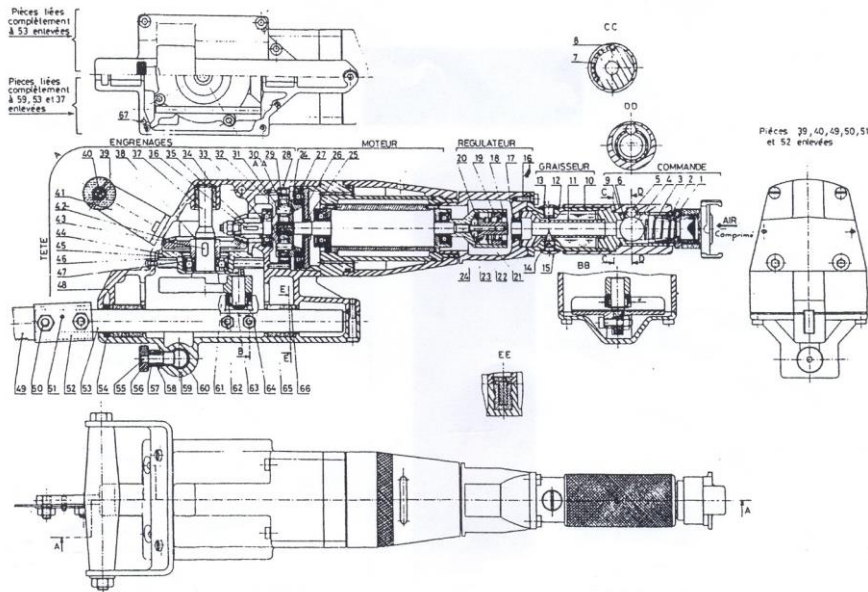


Figure 1 : dessin de définition de la scie alternative portative.

On modélise le mécanisme de transformation de mouvement par le schéma cinématique de la figure 2 :

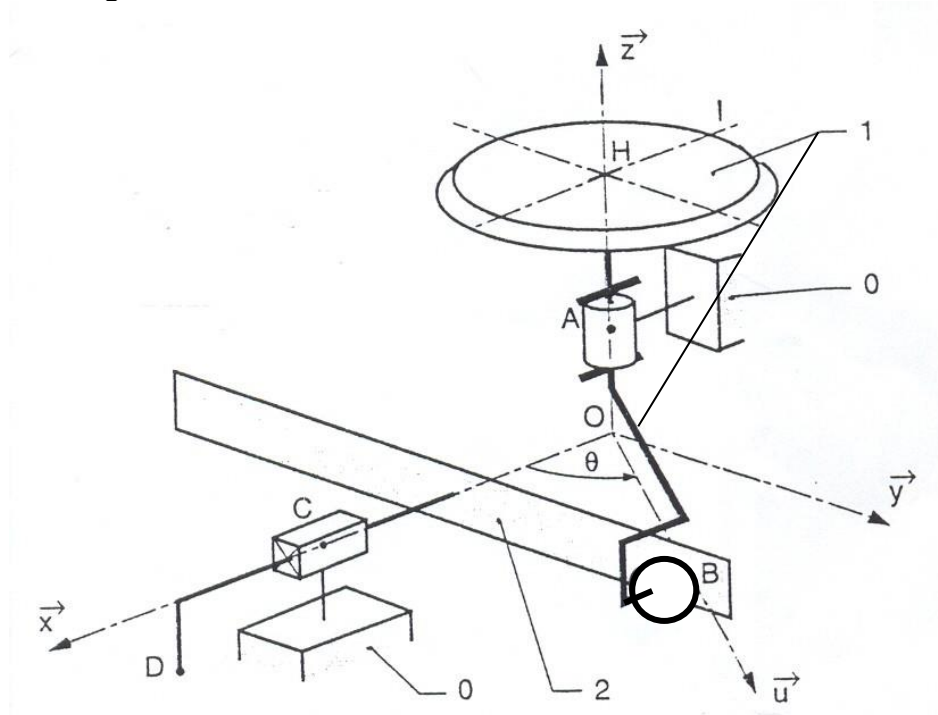


Figure 2 : schéma cinématique du mécanisme de transformation de mouvement de la scie

Le mécanisme ainsi modélisé est constitué de :

0 le bâti associé au repère $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$

1 l'arbre d'entrée associé au repère $(O, \vec{u}, \vec{v}, \vec{z})$

2 le coulisseau associé au repère $(D, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$

La liaison glissière de direction \vec{x} entre 0 et 2 permet le guidage en translation de la lame de scie.

La liaison entre 0 et 1 est une pivot d'axe (O, \vec{z}) .

Le point B est défini par : $\vec{OB} = e\vec{u}$ avec e une constante

Le point D est défini par : $\vec{OD} = -f\vec{z} + d\vec{x}$ et $\vec{BD} = -f\vec{z} + g\vec{x} + h\vec{y}$ avec f et g des constantes.

On remarquera que seuls h et d ne sont pas des longueurs constantes dans ce paramétrage.

On note le torseur cinématique du mouvement de j/i exprimé en M :

$$\{V_j/i\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{\Omega}_{ji} = p_{ji}\vec{x} + q_{ji}\vec{y} + r_{ji}\vec{z} \\ \vec{V}(M,2/1) = u_{ji}\vec{x} + v_{ji}\vec{y} + w_{ji}\vec{z} \end{array} \right\}_{M(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} = \left\{ \begin{array}{l} p_{ji} \\ q_{ji} \\ r_{ji} \end{array} \middle| \begin{array}{l} u_{ji} \\ v_{ji} \\ w_{ji} \end{array} \right\}_{M(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

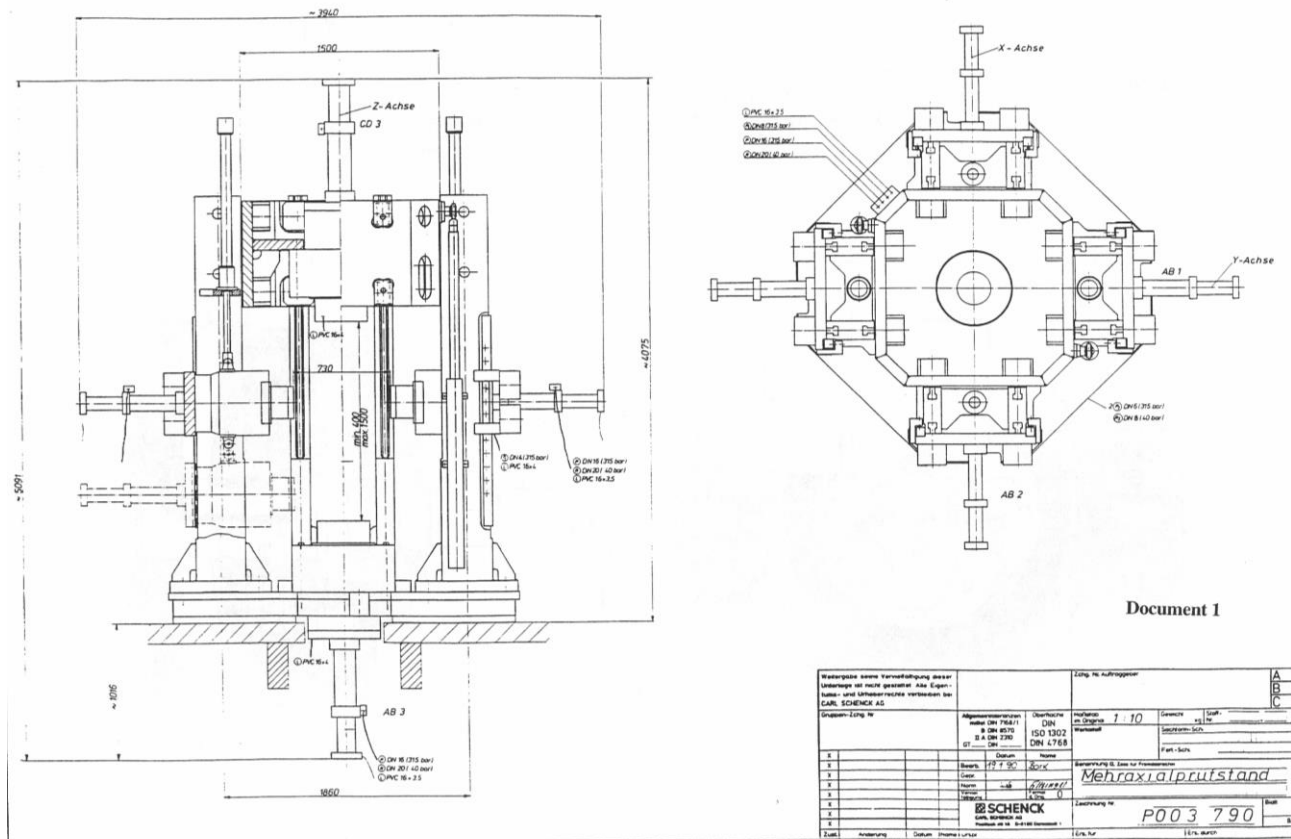
La liaison ponctuelle en B de normale \vec{x} entre 2 et 1 présente 5 degrés de liberté et est caractérisée par le torseur cinématique :

$$\{V_2/1\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{\Omega}_{21} = p_{21}\vec{x} + q_{21}\vec{y} + r_{21}\vec{z} \\ \vec{V}(B,2/1) = v_{21}\vec{y} + w_{21}\vec{z} \end{array} \right\}_{B(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} = \left\{ \begin{array}{l} p_{21} \\ q_{21} \\ r_{21} \end{array} \middle| \begin{array}{l} 0 \\ v_{21} \\ w_{21} \end{array} \right\}_{B(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

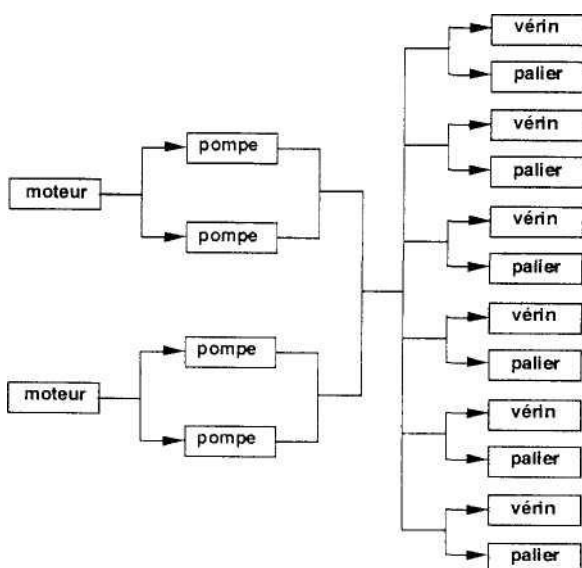
- Q 1. Réaliser le graphe de liaison du mécanisme schématisé figure 2. Faire la figure plane de calcul.**
- Q 2. Ecrire la fermeture géométrique OBD et en déduire la relation entrée-sortie entre d, θ ainsi que les paramètres géométriques constants nécessaires (voir schéma cinématique)**
- Q 3. Donner le nombre de degré de liberté et la forme des torseurs cinématiques correspondant à chacune des liaisons L01 et L02.**
- Q 4. Ecrire la fermeture cinématique à l'aide des torseurs, en déduire les 2 relations vectorielles cinématiques.**
- Q 5. En déduire un système de 6 équations scalaires à 7 inconnues.**
- Q 6. En déduire la relation entrée-sortie du mécanisme reliant u_{20} à r_{10} et les paramètres géométriques nécessaires. Représenter la courbe de la loi horaire périodique $u_{20}(t)$ pour $r_{10}=600\text{tr/min}$ et $e=10\text{mm}$ en précisant bien les noms des axes d'abscisse et d'ordonnée ainsi que les valeurs numériques remarquables. (on remarquera que $r_{10} = \dot{\theta} = \text{cte}$ et donc $\theta = r_{10}.t$)**

Étude d'une pompe hydraulique à pistons radiaux

L'énergie hydraulique nécessaire au fonctionnement d'une machine d'essai tridimensionnelle est fournie par deux centrales hydrauliques montées en parallèle. Chacune d'elles est formée de deux pompes en série entraînées par un moteur électrique. Le fluide hydraulique (huile) est ensuite distribué selon le besoin dans les vérins et les paliers avant de retourner au réservoir.



Le débit total disponible des deux centrales est de 330 l/mn à la pression de service de 270 bars.



Deux représentations de la pompe sont données sur les documents 2a et 2b. L'arbre d'entrée 1 est lié au moteur électrique. Il entraîne, en rotation, le barillet 3 par l'intermédiaire d'un accouplement homocinétique à tenons 2 (transmission de rapport 1). Le barillet tourne autour du distributeur

cylindrique 4. Les pistons 5 disposés radialement dans le barillet prennent appui par l'intermédiaire de patins 6 sur la couronne de commande de cylindrée 7. La liaison entre les pistons et les patins est une liaison rotule. Les patins sont guidés sur la couronne par deux anneaux de maintien 8.

La rotation du barillet provoque le mouvement des pistons qui effectuent une course correspondant au double de l'excentricité $e=10\text{mm}$. L'excentricité de cette couronne est imposée par un piston 9 et un contre piston 10 guidés dans le corps de pompe 0. Le fluide arrive et repart par des canaux réalisés dans le corps en passant par les canalisations d'admission et de refoulement usinés dans le distributeur.

Le modèle retenu pour cette étude et le paramétrage sont donnés sur le document 3. Les solutions technologiques étant identiques pour tous les pistons le schéma est limité à la chaîne associée au fonctionnement d'un seul piston. La couronne de commande est maintenue en position d'excentration maximale notée e .

On note le torseur cinématique du mouvement de j/i exprimé en M :

$$\{V_j / i\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{\Omega}_{ji} = p_{ji} \vec{x} + q_{ji} \vec{y} + r_{ji} \vec{z} \\ \vec{V}(M, 2/1) = u_{ji} \vec{x} + v_{ji} \vec{y} + w_{ji} \vec{z} \end{array} \right\}_{M(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} = \left\{ \begin{array}{l} p_{ji} \\ q_{ji} \\ r_{ji} \end{array} \middle| \begin{array}{l} u_{ji} \\ v_{ji} \\ w_{ji} \end{array} \right\}_{M(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

Question 1 : Donner le nom normalisé et les caractéristiques de chacune des liaisons entre les pièces 0, 3, 5 et 6 apparaissant sur le document 3.

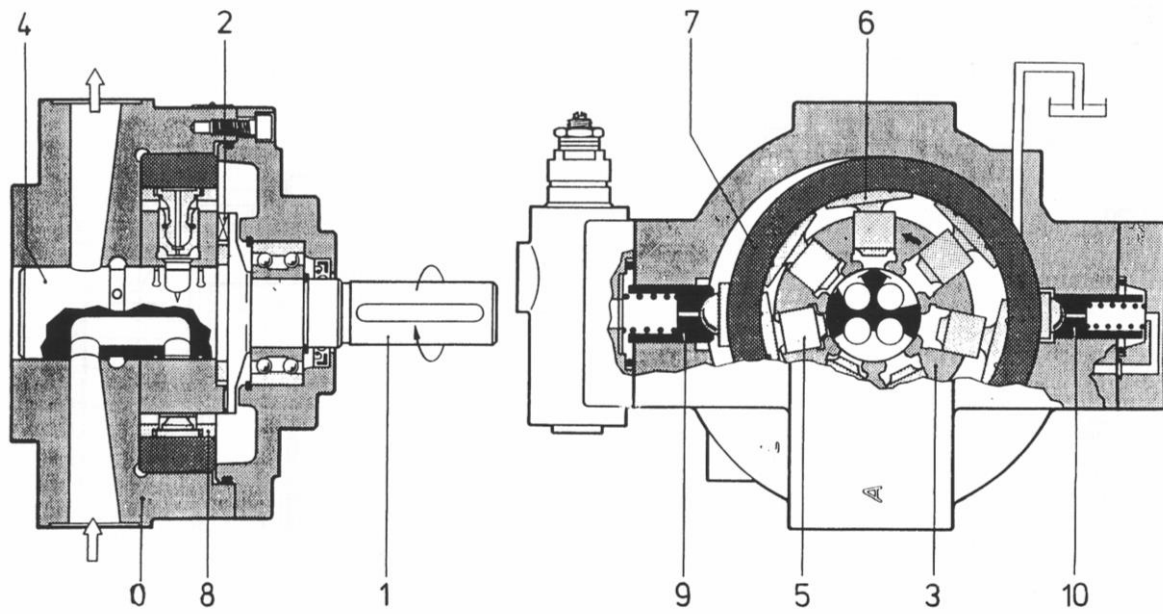
Question 2 : Donner la forme des torseurs cinématiques associés.

Question 3 : Déterminer la liaison L_{36} équivalente à l'association en série des liaisons L_{35} entre le barillet 3 et le piston 5 et L_{56} entre le piston 5 et le patin 6. Proposer un schéma cinématique de la chaîne de solide 0-3-6 utilisant cette liaison équivalente.

Question 4 : Ecrire la fermeture cinématique en A projetée dans la base 0. En déduire la relation entrée sortie cinématique de la pompe.

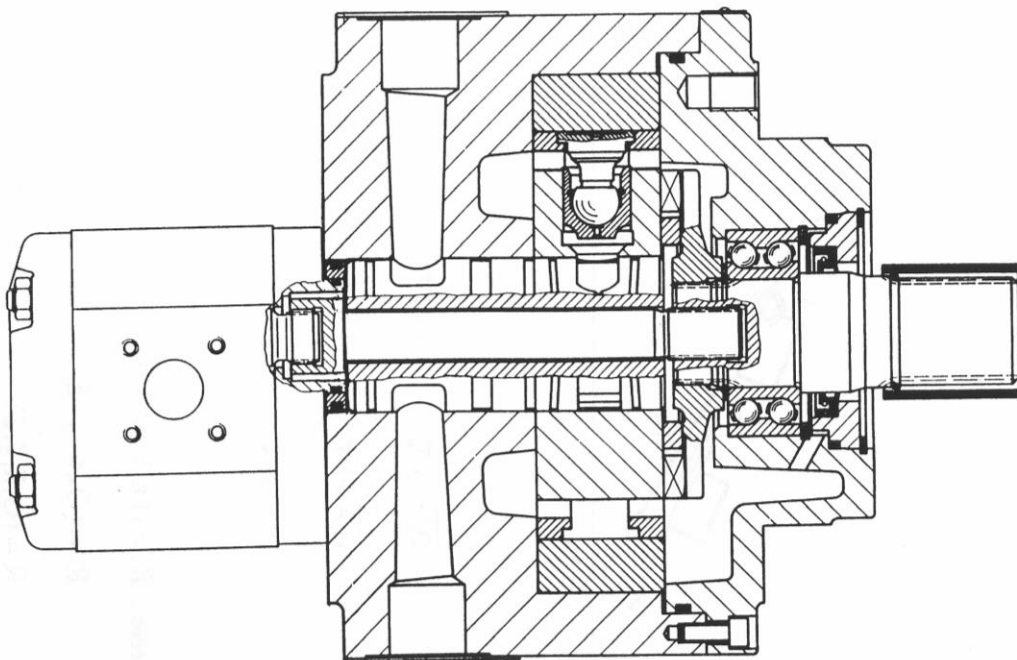
Question 5 : Ecrire la fermeture géométrique de la chaîne de solide 0-3-5-6-0 et en déduire la relation entrée-sortie géométrique $l = e \cos \theta + \sqrt{r^2 - e^2 \sin^2 \theta}$. En déduire la course totale d'un piston 5 ainsi que la cylindrée de la pompe pour une excentricité e de 10mm et un diamètre de pistons de 24mm. On appelle cylindrée de la pompe le volume d'huile refoulé par tour du barillet

Question 6 : Déterminer l'expression du débit instantané d'un piston puis l'expression du débit total de la pompe.

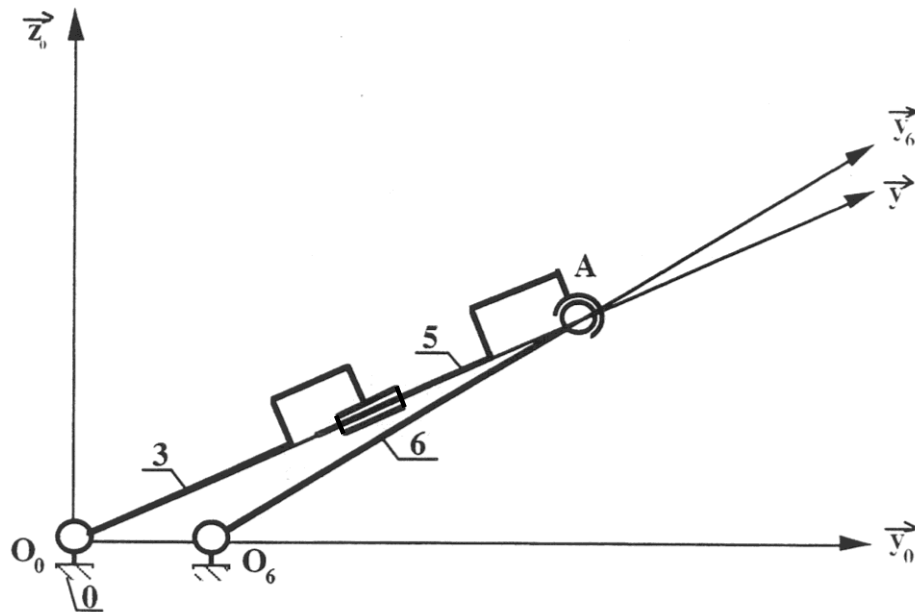


5	Piston		
4	Distributeur	10	Contre piston
3	Barillet	9	Piston
2	Accouplement	8	Anneau de maintien
1	Arbre	7	Couronne de commande
0	Corps de pompe	6	Patin

Document 2 a



Document 2 b



$$\overrightarrow{O_0 O_6} = e \vec{y}_0 \quad (\vec{y}_0, \vec{y}) = \theta$$

$$\overrightarrow{O_0 A} = l \vec{y} \quad (\vec{y}_0, \vec{y}_6) = \alpha$$

$$\overrightarrow{O_6 A} = r \vec{y}_6$$

Les repères : $R_0 = (O_0, \bar{x}_0, \bar{y}_0, \bar{z}_0)$

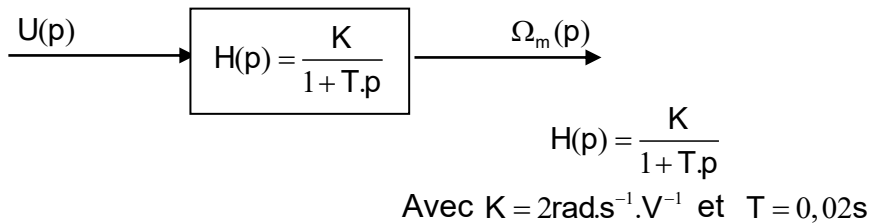
$R_6 = (O_6, \bar{x}_6, \bar{y}_6, \bar{z}_6)$

$R = (O, \bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$

Document 3

Diagramme de Bode d'un moteur électrique

On considère un moteur alimenté en tension sinusoïdale $u(t)$ (en V) dont la réponse en vitesse de rotation $\omega_m(t)$ (en rad/s) est telle qu'on peut identifier le comportement du premier ordre suivant :



- Q 1.** Donner les expressions littérales en fonction de K, T et ω du gain en dB $G_{dB}(\omega)$ puis de la phase $\varphi(\omega)$ du moteur.
- Q 2.** Déterminer les expressions approchées de ces gain et phase pour $\omega \ll \frac{1}{T}$
- Q 3.** Déterminer les expressions approchées de ces gain et phase pour $\omega \gg \frac{1}{T}$
- Q 4.** Tracer le diagramme de gain asymptotique sur le document réponse à joindre à votre copie.
- Q 5.** Tracer le diagramme phase asymptotique
- Q 6.** Tracer le diagramme de gain réel en précisant le point et sa valeur d'ordonnée à la pulsation de cassure.
- Q 7.** Tracer l'allure du diagramme de phase réel.

Le moteur est alimenté en tension sinusoïdale oscillant entre -2V et +2V : $u(t) = 2 \cdot \sin(100 \cdot t)$

- Q 8.** Déterminer l'expression de la vitesse de rotation sinusoïdale $\omega_m(t)$ en régime permanent correspondant. On donnera les valeurs numériques d'amplitude en rad/s et de déphasage en degré correspondantes.

NOM :

