

DATE			HEURE DÉBUT	HEURE FIN
28	03	26	8h10	11h10

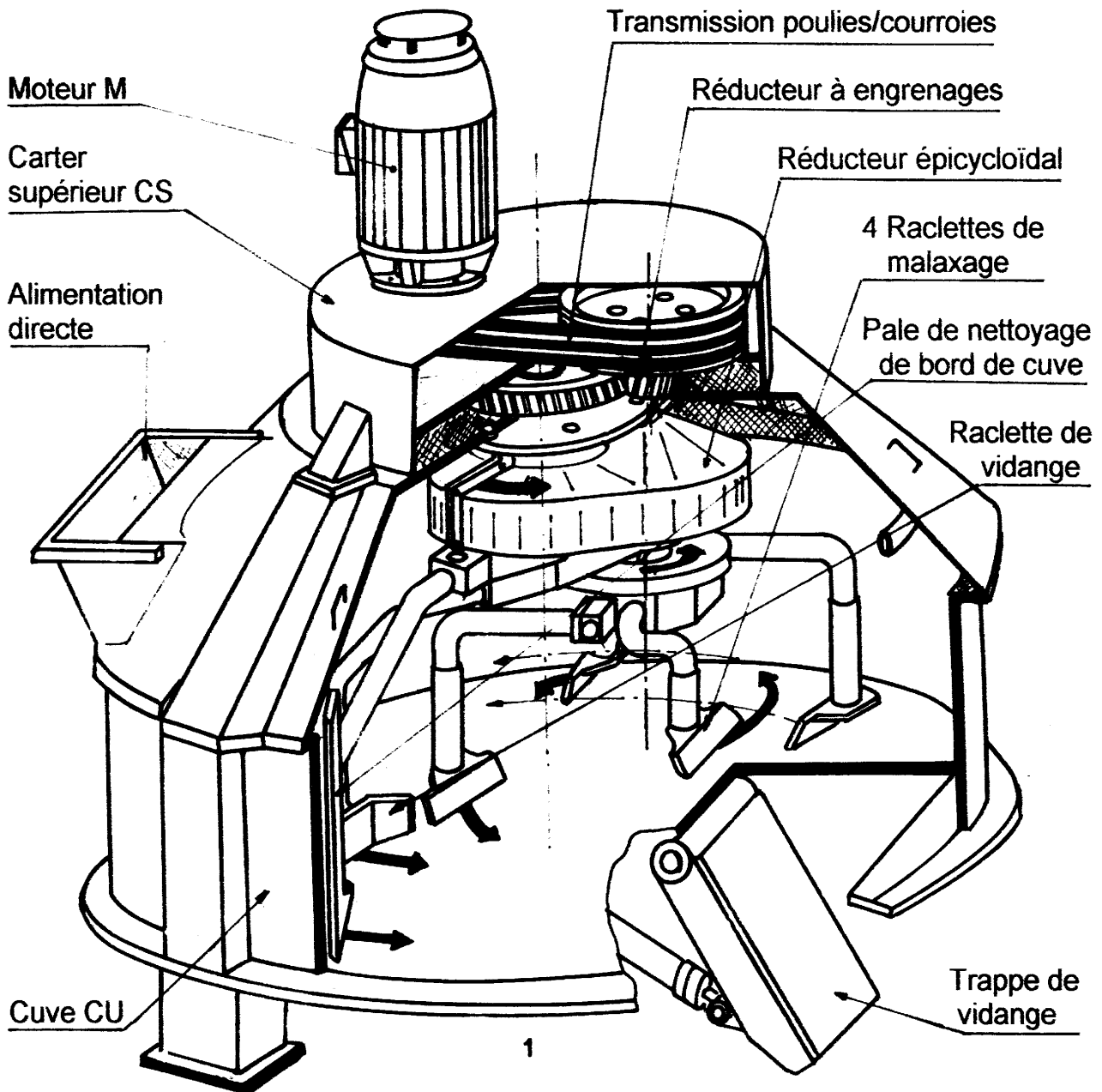
CLASSE	MPSI
--------	------

matière	S.I.I.
---------	--------

professeur	LILLONI 169
------------	-------------

CONSIGNES	Calculatrice	OUI <input checked="" type="checkbox"/>	NON <input type="checkbox"/>
	Documents	OUI <input type="checkbox"/>	NON <input checked="" type="checkbox"/>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>Sorties aux toilettes de 5 min maximum autorisée à partir de 9h15, en nombre limité.</b></li> <li>- <b>Les étudiant·e·s ne doivent pas être en possession d'un téléphone portable ou d'une montre connectée. Montre autorisée si déposée sur la table!</b></li> <li>- <b>Pas de pochette ou trousse.</b></li> <li>- <b>Encadrer les résultats</b></li> <li>- <b>Les pages 15 à 17 sont à dégrafer et à rendre avec votre copie en y indiquant bien votre nom.</b></li> </ul>		

# APPAREIL DE MALAXAGE



## 1. Présentation du mécanisme

La numérotation des pièces est différente sur le schéma cinématique et sur le plan d'ensemble. Seule la numérotation du schéma cinématique est à prendre en compte lors de la rédaction des réponses.

### 1.1. Fonctionnement

Le mécanisme étudié est un appareil de malaxage à mouvement planétaire utilisé pour la préparation de mélanges intimes de produits pulvérulents ou pâteux, tels que les bétons légers ou lourds de préfabrication ou de chantier.

Cet appareil est constitué de 2 sous-ensembles :

- Un moto-réducteur (partie supérieure)
- Un malaxeur (partie inférieure)

### 1.1.1. Moto-réducteur

Le moto-réducteur est constitué :

- d'un carter fixe (0) par rapport au sol
- d'un moteur électrique M (non représenté) lié à (0)
- d'un réducteur primaire, entraîné par M, qui comprend :
  - un système poulies-courroies entre les arbres (1) et (2)
  - un engrenage à denture hélicoïdale entre les arbres (2) et (3)
- d'un réducteur secondaire à train épicycloïdal à denture droite, à l'intérieur du carter pivotant (5). La roue (01) est liée au carter 0, la roue 32 est liée à l'arbre (3), les roues (42) et (41), liées à l'arbre (4), sont en liaison pivot par rapport au carter pivotant (5).

### 1.1.2. Malaxeur

Le malaxeur comprend :

- une cuve liée au carter (0)
- quatre raclettes de malaxage liées à l'extrémité de l'arbre (4) du planétaire du réducteur épicycloïdal
- une pale de nettoyage de bord de cuve liée avec le carter pivotant (5)

L'arbre (1) qui est accouplé à un moteur électrique entraîne l'arbre (2) en rotation par l'intermédiaire des courroies trapézoïdales. Le pignon de l'arbre (2) engrène ensuite avec la couronne de l'arbre (3). L'arbre (4) engrène en même temps avec le bâti et avec le pignon de l'arbre (3). La pale de malaxage est alors animés d'un mouvement planétaire et la raclette est animée d'un mouvement de rotation.

### 1.2. Schéma cinématique

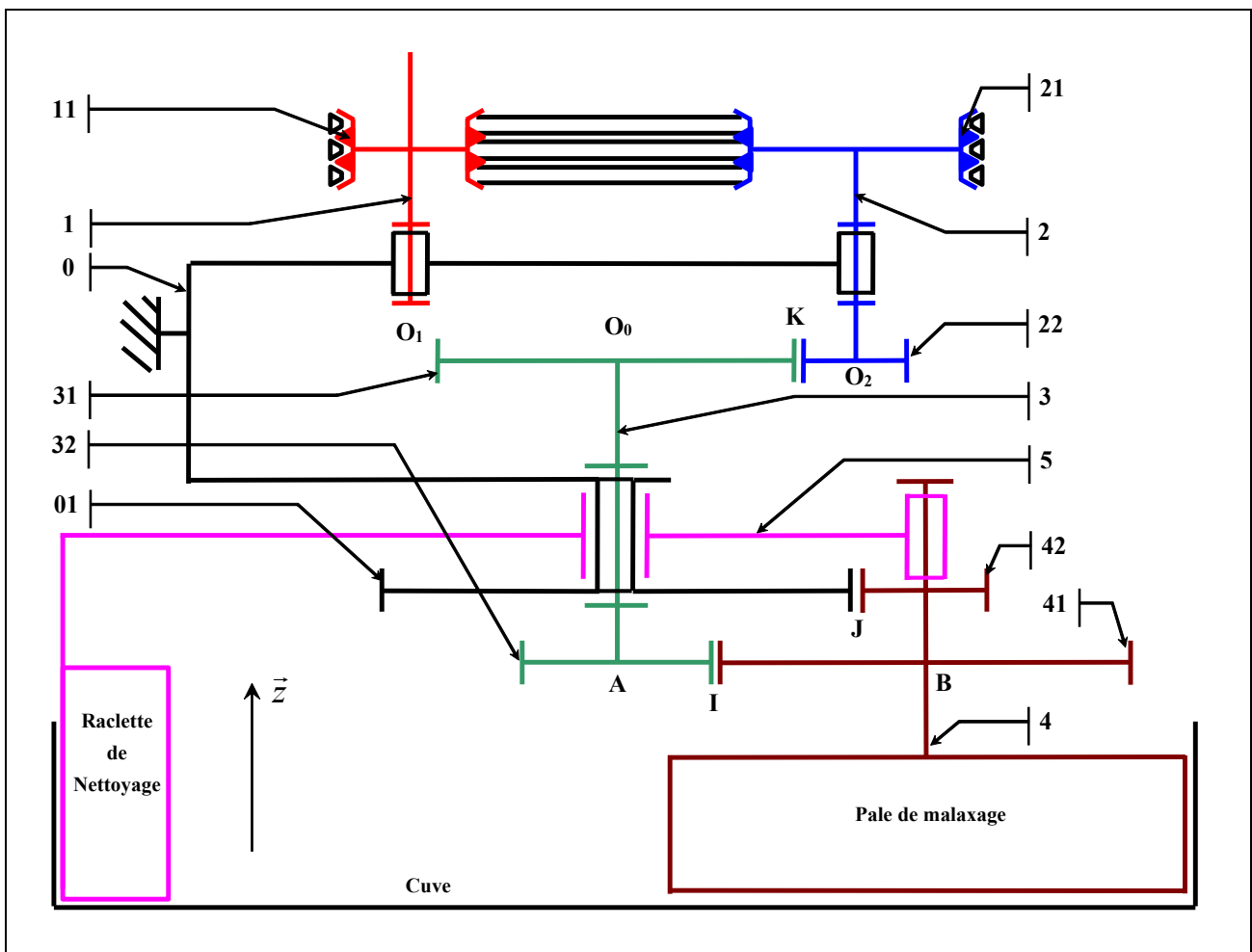


Figure 1

## 1.3. Paramétrage et données géométriques

On note :  
 I le point de contact des cercles primitifs des roues (32) et (41)  
 J le point de contact des cercles primitifs des roues (01) et (42)  
 K le point de contact des cercles primitifs des roues (31) et (22)

- Fréquence de rotation stabilisée de l'arbre moteur (1) par rapport au carter (0) :
  - $N_1=1450$  tr/min
  -
- Réducteur primaire
  - Diamètre primitifs des poulies :      poulie 11 :  $d_{11}=112$  mm      poulie 21 :  $d_{21}=350$  mm
  - Nombre de dents des roues :      roue 22 :  $Z_{22}=15$       roue 31 :  $Z_{31}=80$
  -
- Réducteur secondaire (train épicycloïdal), nombre de dents et rayons primitifs des roues :
  - Roue 01 :       $Z_{01}$        $R_{01}$
  - Roue 32 :       $Z_{32}$        $R_{32}=52$  mm
  - Roue 41 :       $Z_{41}=47$        $R_{41}=188$  mm
  - Roue 42 :       $Z_{42}=11$        $R_{42}=55$  mm
  -

$R_0 = (A; \vec{x}_0; \vec{y}_0; \vec{z}_0)$  lié au bâti 0

$R_1 = (O_1; \vec{x}_1; \vec{y}_1; \vec{z}_1)$  lié à l'arbre d'entrée 1

$R_2 = (O_2; \vec{x}_2; \vec{y}_2; \vec{z}_2)$  lié à l'arbre 2

$R_3 = (A; \vec{x}_3; \vec{y}_3; \vec{z}_3)$  lié à l'arbre 3

$R_4 = (B; \vec{x}_4; \vec{y}_4; \vec{z}_4)$  lié à la pôle 4

$R_5 = (A; \vec{x}_5; \vec{y}_5; \vec{z}_5)$  lié au porte satellite 5

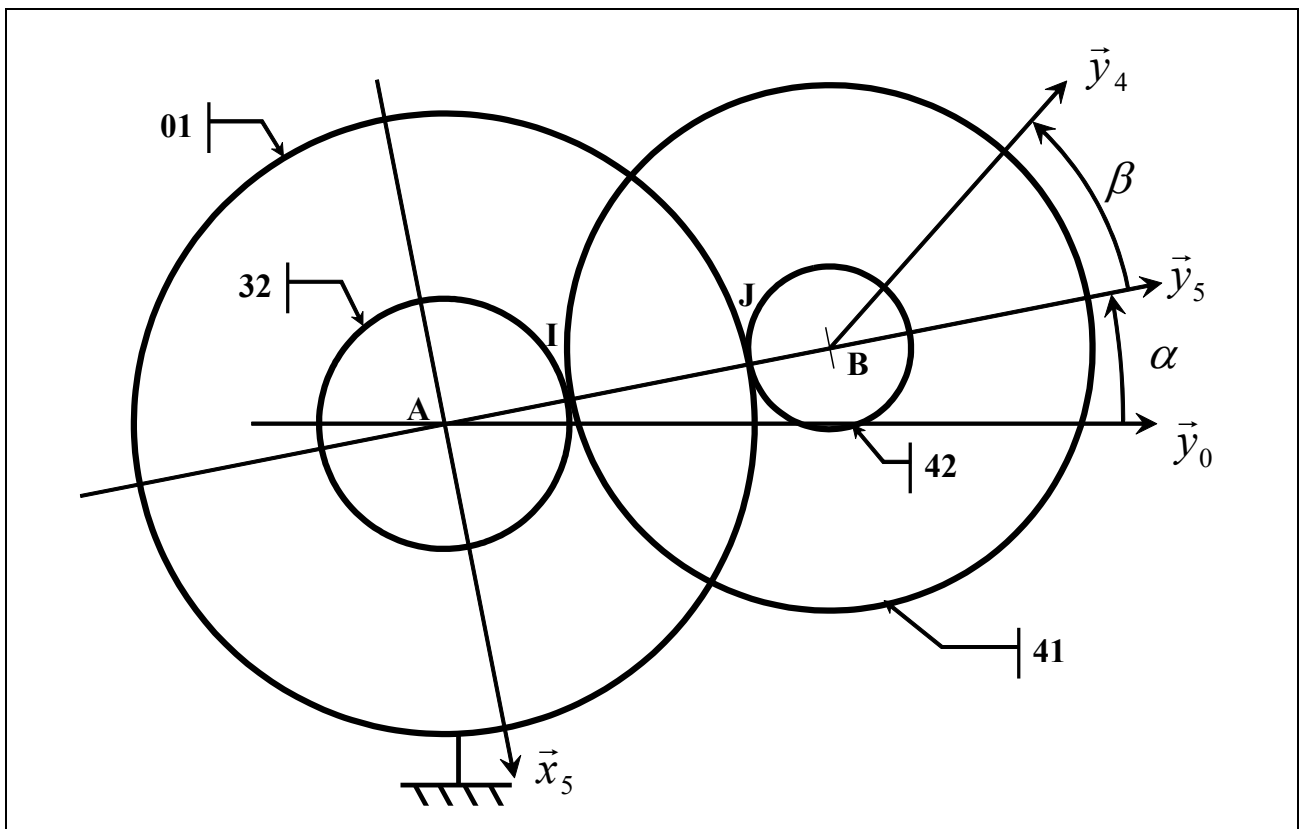


Figure 2

On pose  $\vec{AB} = d\vec{y}_5$  où  $d$  est une constante positive

Hypothèses :

- Le repère orthonormé direct  $R_0 = (A; \vec{x}_0; \vec{y}_0; \vec{z}_0)$  est galiléen.
- Les liaisons sont parfaites
- Constante de gravitation terrestre :  $\vec{g} = -g \vec{z}$  avec :  $g=9.81$  m/s<sup>2</sup>.

## 2. Travail demandé

## 2.1. Modélisation

On a les liaisons pivots :

- $L_{03}$  d'axe  $(A, \vec{z}_0)$
- $L_{35}$  d'axe  $(A, \vec{z}_0)$
- $L_{45}$  d'axe  $(B, \vec{z}_0)$

**Question 1 :** Proposer un graphe de liaison du mécanisme limité aux solides 0, 3, 5 et 4 avec les 3 liaisons pivots et les 2 liaisons engrenages (RSG) en I et J.

**Question 2 :** Reproduire le schéma cinématique de la page précédente en ajoutant les solides en couleurs différentes et les symboles des liaisons pivots.

## 2.2. Liaisons équivalente

$L_{45}^H$  : liaison linéaire annulaire de centre H et de direction  $\vec{z}$

$L_{45}^K$  : liaison rotule de centre K

Les positions relatives des éléments constitutifs de l'arbre (4) sont données sur la Figure 3. La direction  $\vec{z}$  a volontairement été représentée horizontalement bien que verticale dans la réalité.

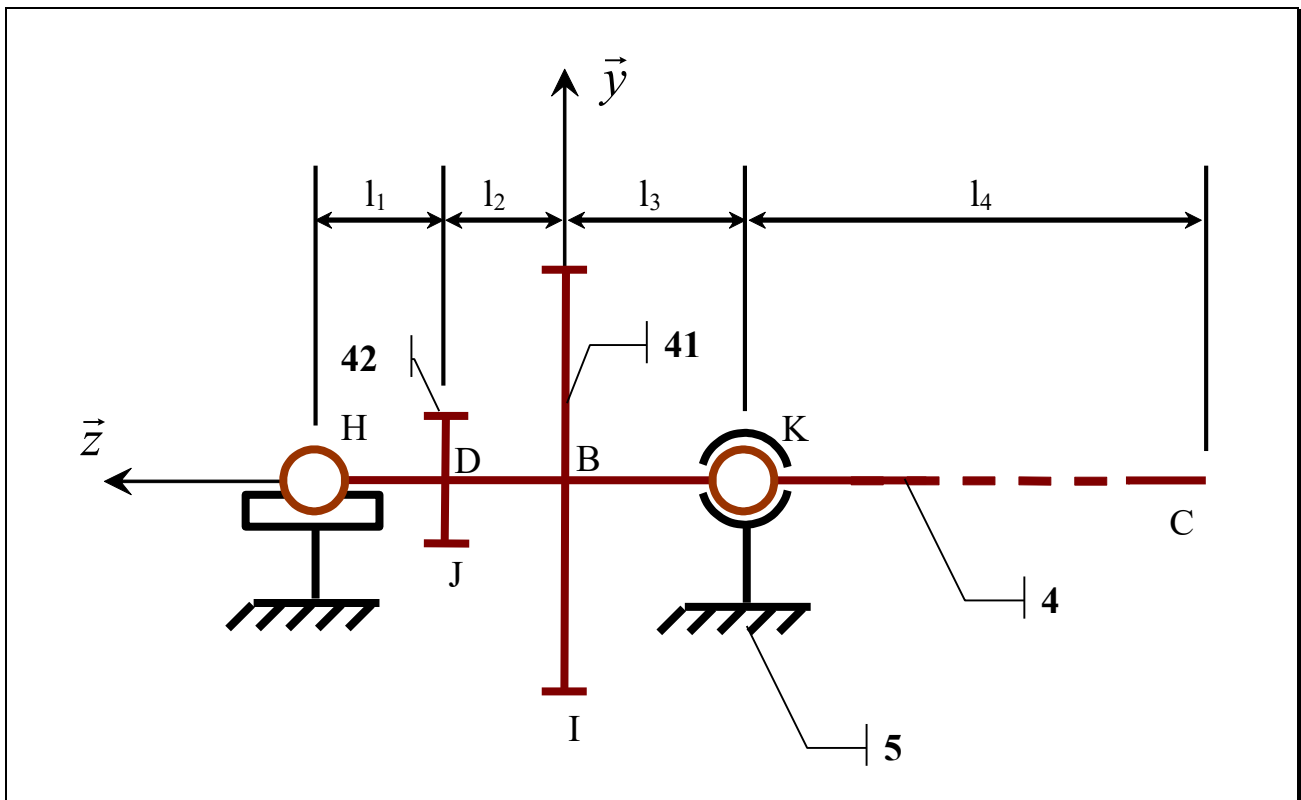


Figure 3

$$l_1=60 \text{ mm} \quad l_2=80 \text{ mm} \quad l_3=60 \text{ mm} \quad l_4=600 \text{ mm}$$

**Question 3 :** Ecrire les torseurs cinématiques associés aux liaisons  $L_{45}^H$  et  $L_{45}^K$ .

**Question 4 :** Déterminer par fermeture cinématique (compatibilité cinématique) la forme du torseur cinématique de la liaison équivalente et en donner les nom et caractéristiques géométrique.

## 2.3. Cinématique analytique

Dans cette partie 2.2, on notera les vecteurs vitesses de rotation des différents solides sous la forme :

$$\vec{\Omega}_{j/i} = \omega_{j/i} \vec{z}$$

Le système poulie courroie permet un premier étage de réduction tel que  $\frac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{R_{11}}{R_{21}}$

**Question 5 :** Représenter en vue de dessus, de normale  $z$ , le deuxième étage de réduction à engrenage constitué des solides 2, 3 et 0. On fera apparaître les cercles primitifs de rayons  $R_{31}$  et  $R_{32}$ , les points  $K$ ,  $O_0$ ,  $O_2$ .

**Question 6 :** Calculer en fonction des données géométriques du mécanisme, le rapport de réduction du réducteur primaire  $k_{31} = \frac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}}$ . Effectuer l'application numérique. En déduire  $N_3$ .

On rappelle la définition du module  $m$  d'un engrenage tel que  $D=2.R=m.Z$

**Question 7 :** Calculer les modules des engrenages 01-42 et 32-41 notés respectivement  $m_{40}$  et  $m_{43}$ . Déterminer ensuite, les données manquantes du réducteur secondaire, soit :  $Z_{01}$ ,  $R_{01}$  et  $Z_{32}$ .

On remarquera sur la figure 2, la roue dentée 01 solidaire du solide 0, donc fixe.

**Question 8 :** En reprenant le graphe de liaison limité aux solides 0, 3, 4, 5 de la question 2, identifier les points de vitesse nulle pour les différentes liaisons en les écrivant sous la forme  $\vec{V}(M, j/i) = \vec{0}$

**Question 9 :** Ecrire la fermeture cinématique au point I pour la chaîne fermée 5-3-4-5. En

déduire  $\frac{\omega_{3/5}}{\omega_{4/5}} = -\frac{Z_{41}}{Z_{32}}$

**Question 10 :** Ecrire la fermeture cinématique au point J pour la chaîne fermée 5-0-4-5. En

déduire  $\frac{\omega_{0/5}}{\omega_{4/5}} = -\frac{Z_{42}}{Z_{01}}$

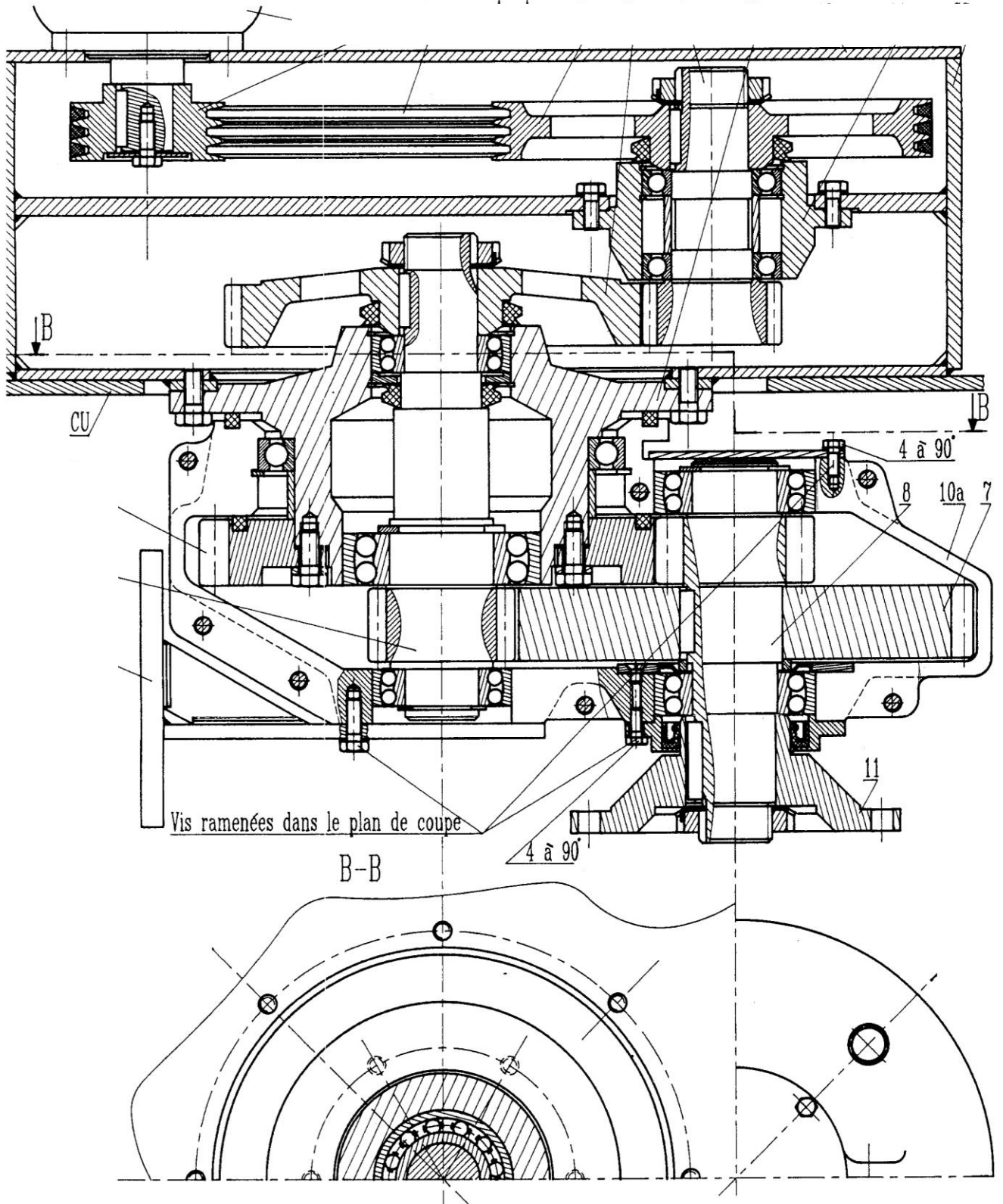
**Question 11 :** Afin de déterminer le mouvement des pièces (5) et (4) par rapport au bâti,

déterminer le rapport :  $\lambda = \frac{\omega_{3/5}}{\omega_{0/5}}$  en fonction du nombre de dents des pignons.

**Question 12 :** En déduire le torseur cinématique :  $V_{5/0}$  (exprimé au point A) et  $\vec{V}(B \in 5/0)$ , en fonction de  $\omega_{3/0}$  et des nombres de dents des engrenages. Effectuer l'application numérique pour  $\omega_{5/0}$  et  $\vec{V}(B \in 5/0)$ .

**Question 13 :** Déterminer le torseur cinématique  $V_{4/0}$ , au point B, de l'arbre (4) par rapport au carter (0), en fonction de  $\omega_{3/0}$ ,  $Z_{42}$  et  $Z_{01}$ . Effectuer l'application numérique.

## PLAN D'ENSEMBLE DU MALAXEUR (vue en coupe)



## VEHICULE INTELLIGENT ROBU CAR

### Contexte

L'optimisation des transports de demain passera par l'emploi de véhicules dits intelligents. Des expériences ont déjà été tentées pour la réalisation de trains de poids lourds capables de se suivre en toute sécurité et à distance fixe, le lien étant télémétrique au lieu d'être physique.

Cette capacité "d'accrochage télémétrique" entre véhicule maître (leader) et véhicule suiveur (esclave) peut-être transposée à de nombreuses applications : transbordeurs de containers, exploitation minière / terrassement, transports en commun du futur...).

Afin d'étudier les comportements possibles de ces trains de véhicules intelligents dans différentes situations, normales et dégradées, le laboratoire d'Automatique Génie Informatique et Signal (LAGIS UMR8219) situé à Polytech-Lille utilise un démonstrateur composé d'un véhicule maître et deux véhicules suiveurs dont on peut voir l'architecture sur la figure 1.

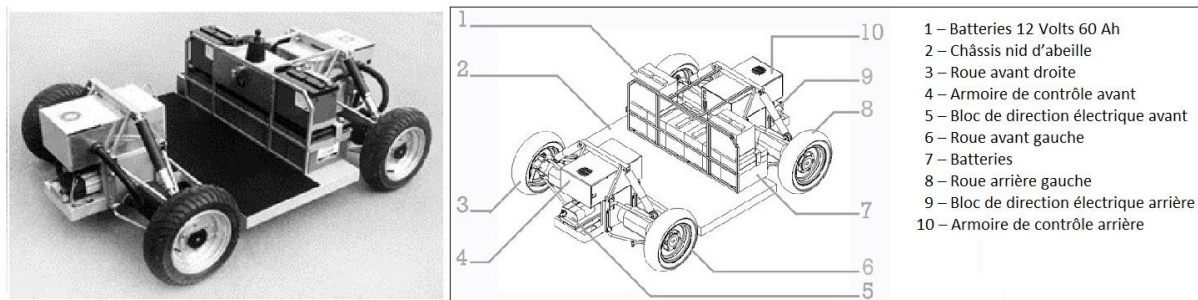


Figure 1 – Ensemble Châssis – Train roulant du véhicule RobuCar

### Description de la morphologie du système

Le véhicule suiveur intelligent est un châssis à quatre roues motrices et directrices pilotables séparément (figure 1). Il y a donc deux paramètres de commande pour chaque roue (orientation (direction), vitesse de rotation (motricité))

Le schéma suivant présente un diagramme de définition des blocs pour une roue. Il permet de visualiser les deux chaînes d'énergie d'entraînement de la roue et d'orientation de la roue, ainsi que les éléments de la chaîne d'information tels que l'armoire de commande, les capteurs d'orientation et de vitesse de la roue.

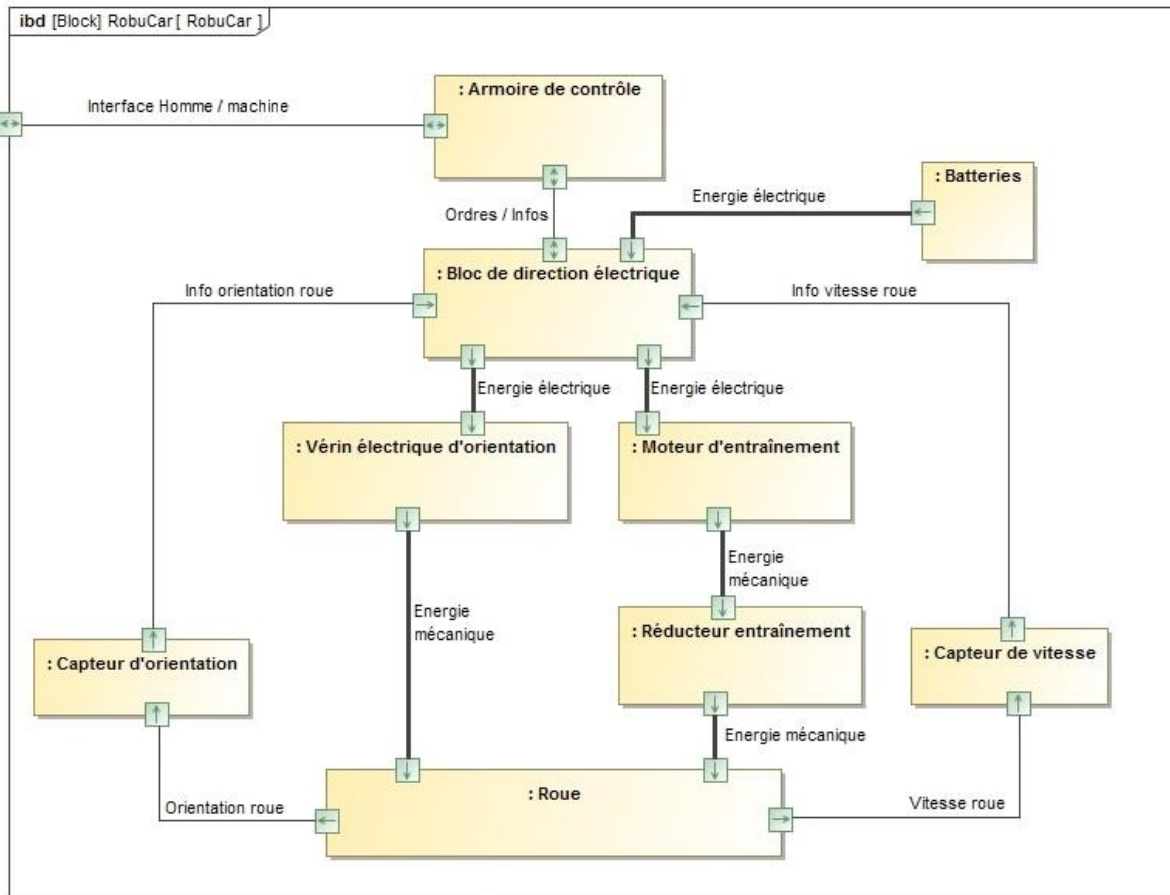


Diagramme de définition des blocs pour une roue

L'hypothèse maîtresse de l'étude consiste à considérer que les quatre roues du véhicule sont en contact ponctuel sur un sol parfaitement horizontal, et qu'il y a roulement sans glissement.

Dans ces conditions, le déplacement du châssis est assimilable à un mouvement plan sur plan. Le respect d'une trajectoire revient à piloter les valeurs des paramètres de mouvement de chaque roue (orientation et vitesse de rotation), les valeurs de ces paramètres devant être cohérentes entre elles pour respecter le roulement sans glissement et sans dérapage de chacune des roues.

L'objectif de l'étude cinématique est d'écrire les relations liant les paramètres de mouvement dans les deux cas de figure les plus simples : la ligne droite et le virage.

Dans le cas de la translation, tous les points du châssis ont la même vitesse par rapport au repère fixe.

Les caractéristiques du groupe moto-propulseur sont résumées dans le tableau ci-dessous :

Moteur	Vitesse de rotation maximale	3200 tr/mn
	Couple nominal	2,7 Nm
	Puissance Maximale	900 W
Réducteur	Rapport de réduction	N = 13
Roue	Rayon	R = 0,20 m

Tableau 1. Caractéristiques du groupe moto-réducteur-roue

Un extrait du cahier des charges est fourni ci-dessous :

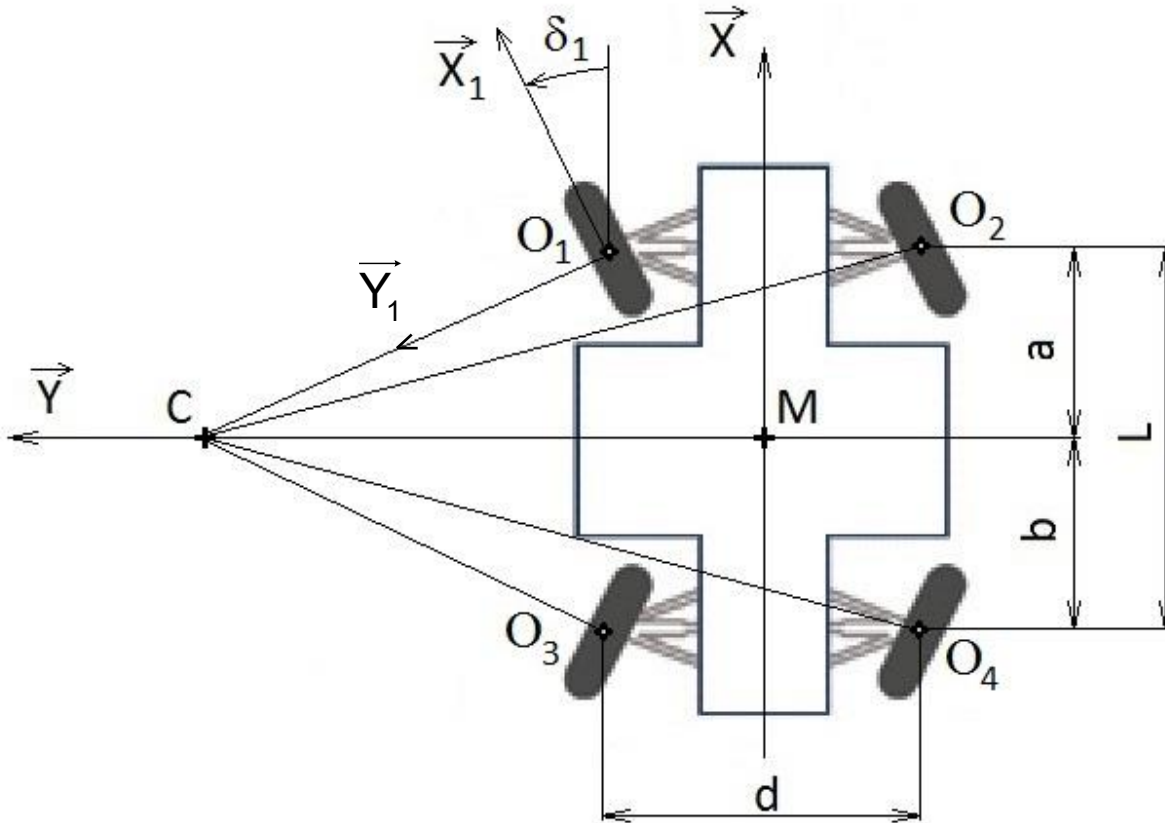
<b>Entraîner et freiner le véhicule sur sol sec.</b>	<b>Vitesse à atteindre</b>	<b>15 km/h</b>
	<b>Décélération sans glissement des roues</b>	<b>-6 m.s<sup>-2</sup></b>
<b>Orienter le véhicule via un rayon de virage standard de 6,4 m</b>	<b>Temps pour un virage de 45°</b>	<b>Inférieur à 3 s</b>

Q1. A l'aide des données fournies dans le tableau 1, et en tenant compte des hypothèses de l'étude, calculer la vitesse maximale 'Vmax' en ligne droite du véhicule. Vérifier la performance attendue par le cahier des charges.

Etude du suivi de trajectoire / Modélisation du virage

On considère que les virages sont effectués en pilotant de façon conjuguée les orientations des trains avant et arrière conformément au modèle de la figure 3. De cette façon à la valeur près des paramètres  $a$  et  $b$ , le pilotage du train arrière (roues 3 et 4) est une image du pilotage du train avant (roues 1 et 2).

L'objectif de cette partie est de définir les lois de pilotage d'entraînement des roues afin de suivre une trajectoire définie. On se limite à une trajectoire circulaire.



Véhicule en virage vue du dessus

Le pilotage conjugué des directions avant et arrière conduit à l'identification d'un point  $M$  de l'axe longitudinal du châssis défini par rapport à  $C$ , centre de la trajectoire circulaire à l'instant  $t$  par :  $\overline{CM} \perp \vec{X}$  avec  $\overline{CM} = -\rho \vec{Y}$ .

On définit les bases suivantes :

- $(\vec{X}_0, \vec{Y}_0, \vec{Z}_0)$  liée au sol,
- $(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z}_0)$  liée au châssis du véhicule,
- $(\vec{X}_i, \vec{Y}_i, \vec{Z}_0)$  liée à l'axe de la roue  $i$ .

Et le point  $O_i$  : point du plan médian de la roue  $i$  appartenant à l'axe de rotation (cf figure 4).

Le mouvement du véhicule est un mouvement de rotation autour du point  $C$  fixe.

On note que le taux de changement d'orientation du châssis par rapport au repère fixe lié au sol, dû à la trajectoire circulaire autour de  $C$  est :  $\vec{\Omega}(S/R_0) = \dot{\psi} \vec{Z}_0$ .

On note  $V$  la vitesse du point  $M$  :  $\vec{V}(M \in \text{Chassis } S / \text{sol}) = V \cdot \vec{X} = \rho \dot{\psi} \cdot \vec{X}$  avec  $V$  constant

Pour chaque roue, on peut considérer localement la figure ci-dessous :

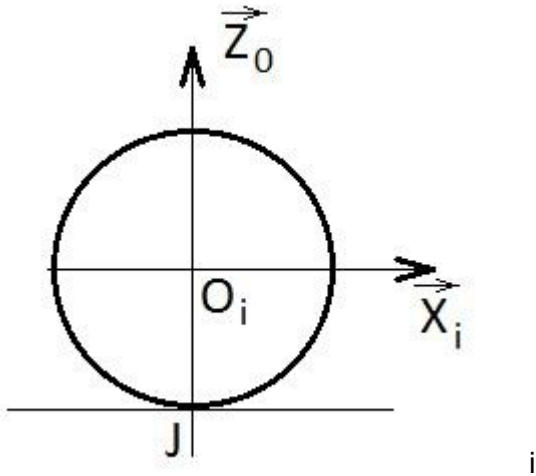


Figure 4. - Modélisation du contact roue/sol dans le plan médian de la roue -

Soit :

$\vec{\Omega}(Roue_i / \text{axe roue } i) = \dot{\theta}_i \vec{Y}_i$  : vitesse de rotation de la roue i par rapport à l'axe de la roue i.

R : la valeur du rayon des roues.

**Q2.** Donner l'expression vectorielle dans la base  $(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z}_0)$  de  $\vec{V}(O_1 \in S / Sol)$  et  $\vec{V}(O_2 \in S / Sol)$  en fonction de  $\rho, a, d$  et  $\dot{\psi}$ .

**Q3.** Donner l'expression vectorielle dans la base  $(\vec{X}_i, \vec{Y}_i, \vec{Z}_0)$  de  $\vec{V}(O_1 \in Roue_1 / Sol)$  et  $\vec{V}(O_2 \in Roue_2 / Sol)$  en fonction de R et  $\dot{\theta}_i$ .

**Q4.** En remarquant que  $\vec{V}(O_1 \in Roue_1 / \text{chassis}) = \vec{0}$ , établir deux relations scalaires après projection dans la base  $(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z}_0)$ .

**Q5.** Faire de même pour la roue 2.

**Q6.** En déduire les expressions de  $\tan(\delta_1)$  et de  $\tan(\delta_2)$  en fonction de  $\rho, a$  et  $d$ . Effectuer l'application numérique.  $a = 0,65 \text{ m}$  ;  $d = 1,2 \text{ m}$  ;  $\rho = 5 \text{ m}$

**Q7.** Etant donné les valeurs de  $\delta_1$  et  $\delta_2$ , on adopte la simplification suivante :  $\cos \delta_i \approx 1$  et  $\sin \delta_i \approx 0$ . En déduire les expressions simplifiées de  $\dot{\theta}_1$  et de  $\dot{\theta}_2$ .

### 3. Etude du taux de rotation des roues 1 et 2 au cours d'un virage

L'objectif de cette partie est d'établir les lois de commande et de valider le cahier des charges du point de vue du temps de virage de  $45^\circ$ .

On souhaite conserver V (module de la vitesse du point M centre du châssis) constant au cours d'un changement de direction de  $45^\circ$ .

Le scénario retenu pour piloter un virage imposé par le suivi de trajectoire est décomposé en cinq phases :

- $t < t_0$  : translation rectiligne
- $t_0 < t < t_1$  : mouvement transitoire
- $t_1 < t < t_2$  : mouvement de rotation autour de C
- $t_2 < t < t_3$  : mouvement transitoire
- $t_3 < t$  : translation rectiligne

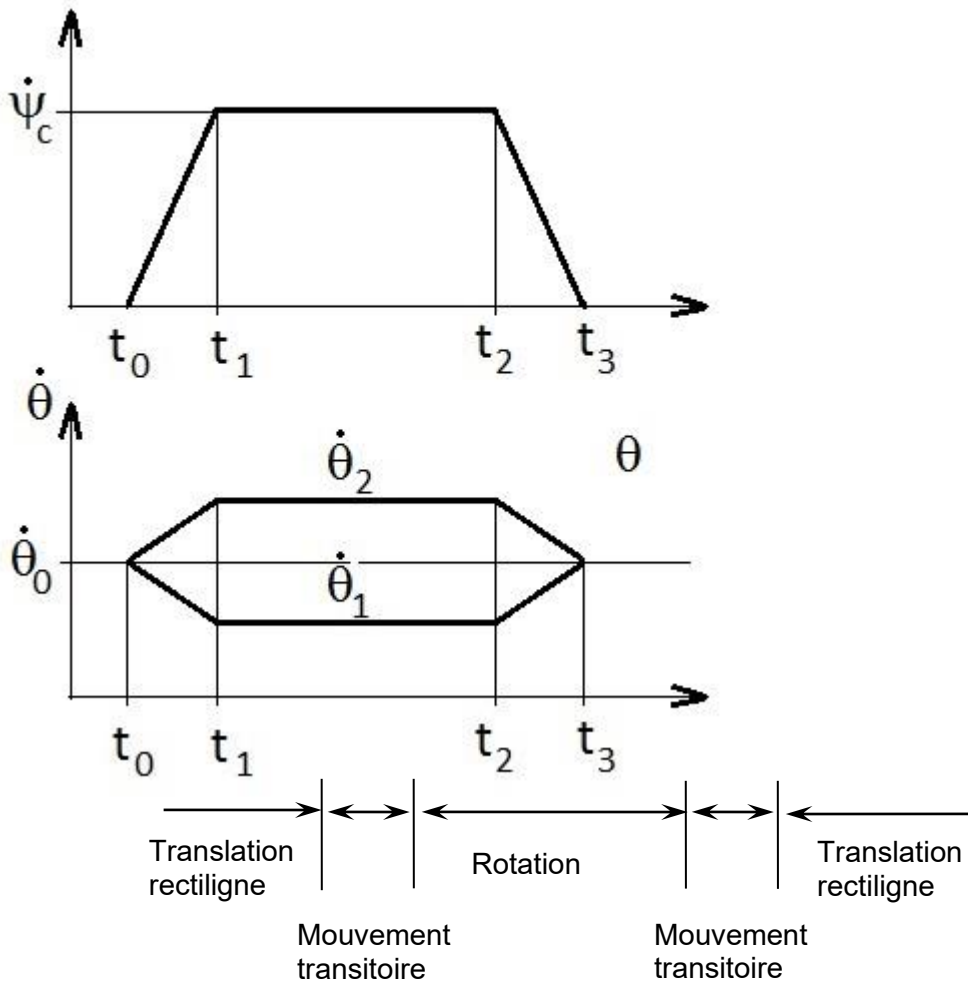


Figure 5. - Scénario retenu pour effectuer un virage -

On définit  $\vec{V}(M \in \text{Chassis } S / \text{sol}) = V \cdot \vec{X}$  avec le vecteur  $\vec{X}$  lié au véhicule donc mobile par rapport au sol.

$\dot{\psi}_c$  représente la valeur de consigne et est directement calculée par  $\dot{\psi}_c = \frac{V}{\rho}$ , avec  $\rho$  le rayon de virage imposée par le parcours à l'instant t et  $V$  la vitesse du point M au même instant t.

Ce scénario est nécessaire car on ne peut pas passer brutalement de la ligne droite à un virage de rayon donné. En effet, cela imposerait un changement instantané des taux de rotation des roues, ce qui est physiquement impossible.

On peut aisément montrer que :  $\dot{\psi} = \frac{(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1)}{d} R$  ,  $\rho \dot{\psi} = V = \frac{(\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_1)}{2} R$

On donne :  $|\ddot{\psi}_{Max}| = |\ddot{\psi}_0| = 1 \text{ rd.s}^{-2}$ , valeur constante pendant les deux phases transitoires.

On admet donc que  $(t_3 - t_2) = (t_1 - t_0) = \left| \frac{\dot{\psi}_c}{\ddot{\psi}_0} \right|$

**Q8.** Pour chaque phase  $[t_i; t_{i+1}]$ , on se propose de donner l'expression permettant de calculer la valeur instantanée de  $\rho(t)$ ,  $\dot{\psi}(t)$ ,  $\psi(t)$  sous forme d'un tableau. Déterminer les expressions de A, B, C et D qui apparaissent dans le tableau suivant :

		$[t_0; t_1]$	$[t_1; t_2]$	$[t_2; t_3]$	
$\rho(t)$	$\infty$	$\frac{V}{\dot{\psi}(t)} = \frac{V}{\ddot{\psi}_0(t-t_0)}$	$\rho = cste = \frac{V}{\dot{\psi}_C}$	$\frac{V}{\dot{\psi}(t)} = \frac{V}{\dot{\psi}_C - \ddot{\psi}_0(t-t_2)}$	$\infty$
$\ddot{\psi}(t)$	0	$\ddot{\psi}_0 = 1 \text{ rd/s}^2$	0	$-\ddot{\psi}_0 = -1 \text{ rd/s}^2$	0
$\dot{\psi}(t)$	0	$\dot{\psi}(t) = \ddot{\psi}_0(t-t_0)$	A	C	0
$\psi(t)$	0	$\psi(t) = \ddot{\psi}_0 \frac{(t-t_0)^2}{2}$	B	D	0

**Q9.** En déduire l'expression littérale du changement d'orientation total effectué  $\psi_{TOT}$  en fonction de  $\ddot{\psi}_0$ ,  $\dot{\psi}_C$ ,  $(t_2 - t_1)$

**Q10.** Calculer  $(t_2 - t_1)$  pour un virage à gauche de rayon  $\rho = 6,4 \text{ m}$  effectué à  $V = 10 \text{ km/h}$  provoquant un changement d'orientation de  $45^\circ$ .

**Q11.** En déduire le temps total  $(t_3 - t_0)$  nécessaire pour effectuer ce changement de direction.

**Q12.** Dans ces conditions et pour  $t_0 = 0$ , calculer  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$ ,  $\psi(t_1)$ ,  $\psi(t_2)$  et vérifier que la valeur de la durée du virage de  $45^\circ$  valide bien le cahier des charges

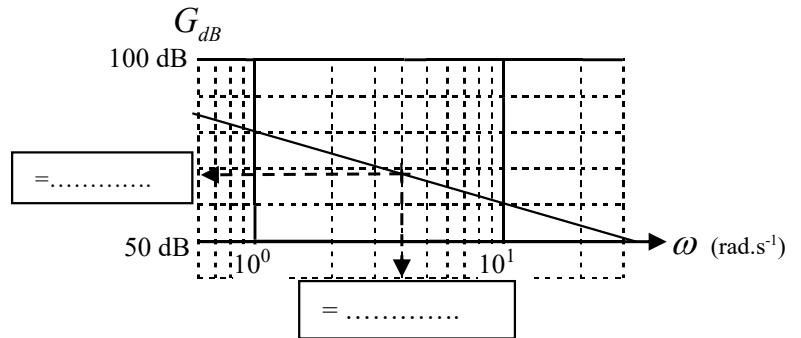


NOM :

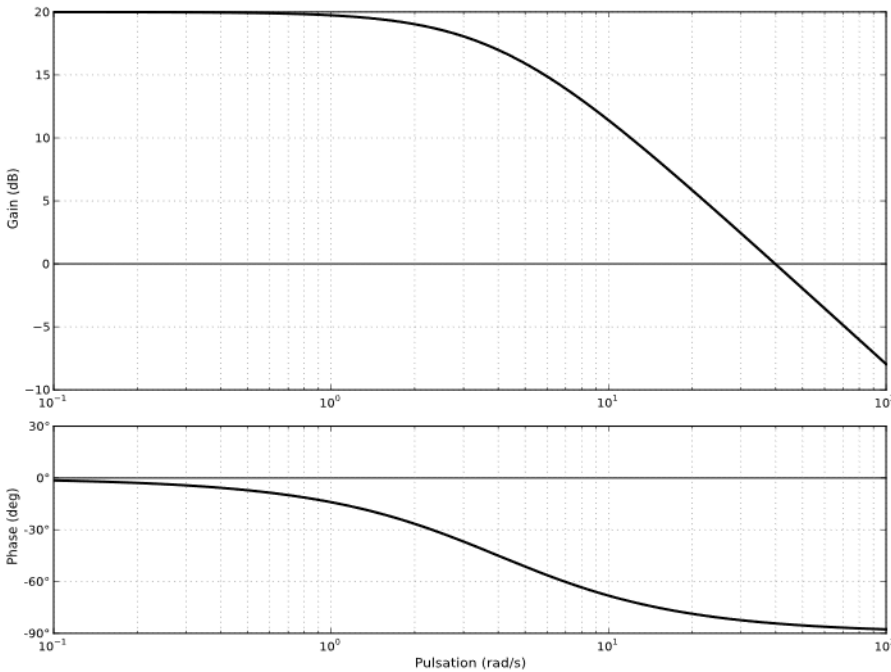
**DIAGRAMME DE BODE**

**1. Soit le tracé asymptotique en gain d'une fonction de transfert**

Donner les abscisse et ordonnée du point marqué d'une croix. Compléter les deux cadres de la figure ci-contre.



**2. Soit le tracé de Bode d'une fonction de transfert :**



Quelle est sa fonction de transfert ? (entourer la bonne réponse)

$$\frac{20}{1+0,025p}$$

1

$$\frac{10}{1+0,25p}$$

2

$$\frac{20}{1+0,25p}$$

3

$$\frac{10}{1+4p}$$

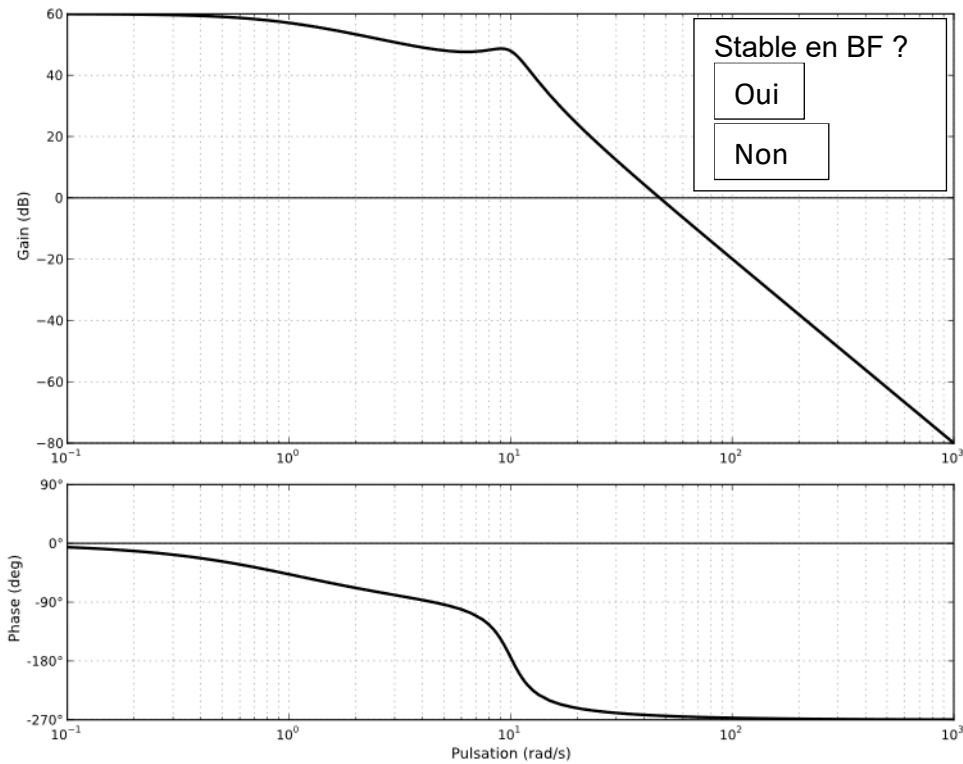
4

**3. Rappeler l'énoncé du critère du revers :**

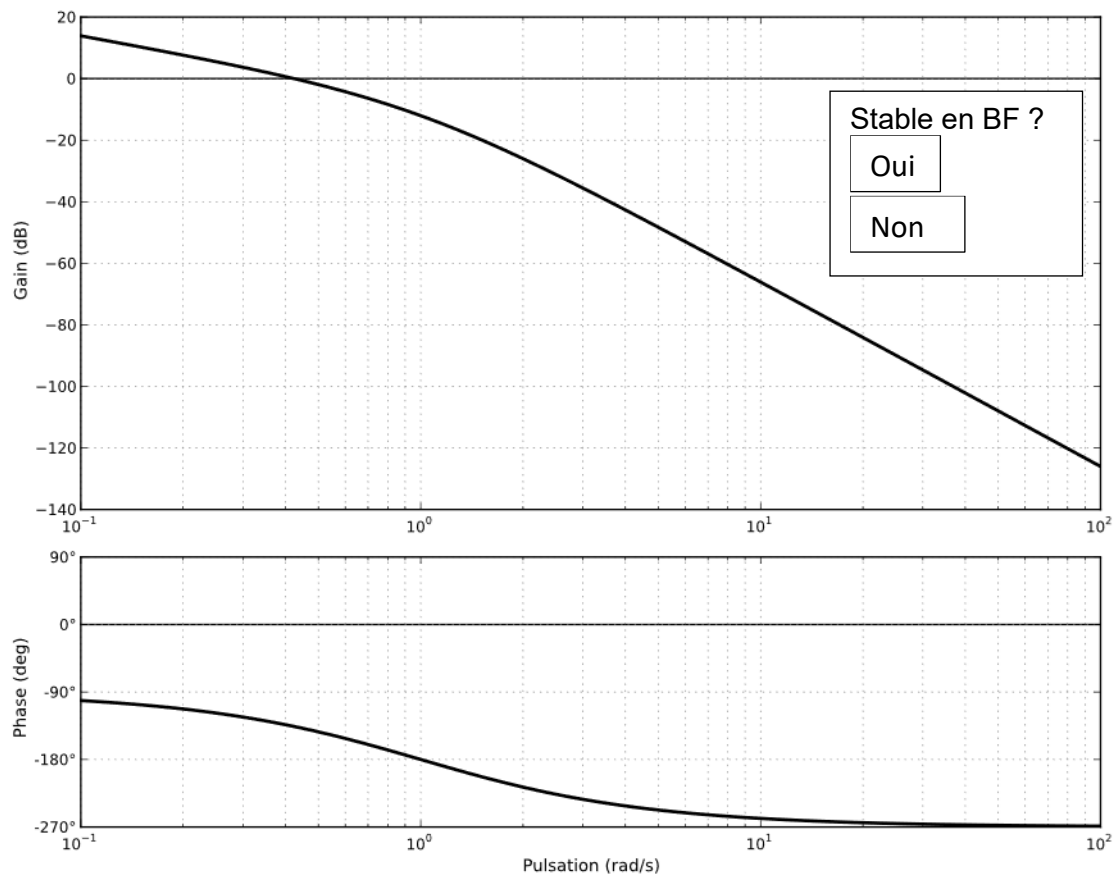
#### 4. Soit les tracés de Bode de FTBO :

Indiquer pour chaque système s'il sera stable en boucle fermée. Si oui, indiquer sur la courbe les marges de gain et de phase :

##### Système 1



##### Système 2



## QUESTIONS DE COURS DE STATIQUE

**Question 1 :**

Compléter les colonnes « nombre de degrés de liberté » et « torseur statique des actions mécaniques transmissibles » en précisant le(s) point(s) de

	Nombre de degrés de liberté	Schéma cinématique en perspective	Torseur statique des actions mécaniques transmissibles dans la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$
Liaison glissière de direction $\vec{x}$			
Liaison hélicoïdale d'axe $(O, \vec{x})$ de pas $p$			
Liaison appui plan de normale $\vec{z}$			

**Question 2 :**

Donner la relation de dualité entre torseur cinématique et d'actions mécaniques transmissibles par une liaison parfaite en précisant les notations des torseurs utilisées. Expliquer ce qu'elle traduit en termes de puissances.

**Question 3 :**

Qu'est-ce qu'un couple ? Ecrire le torseur sous la forme correspondante en spécifiant les définitions intégrales de ses éléments de réduction.