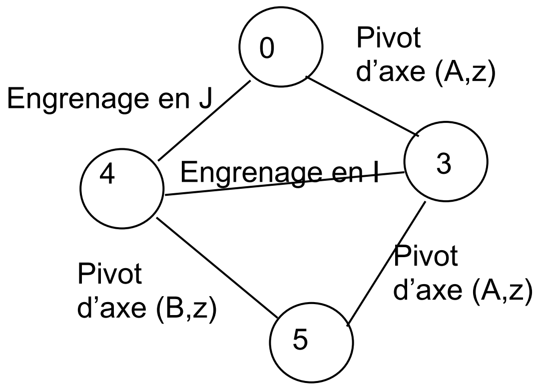
APPAREIL DE MALAXAGE

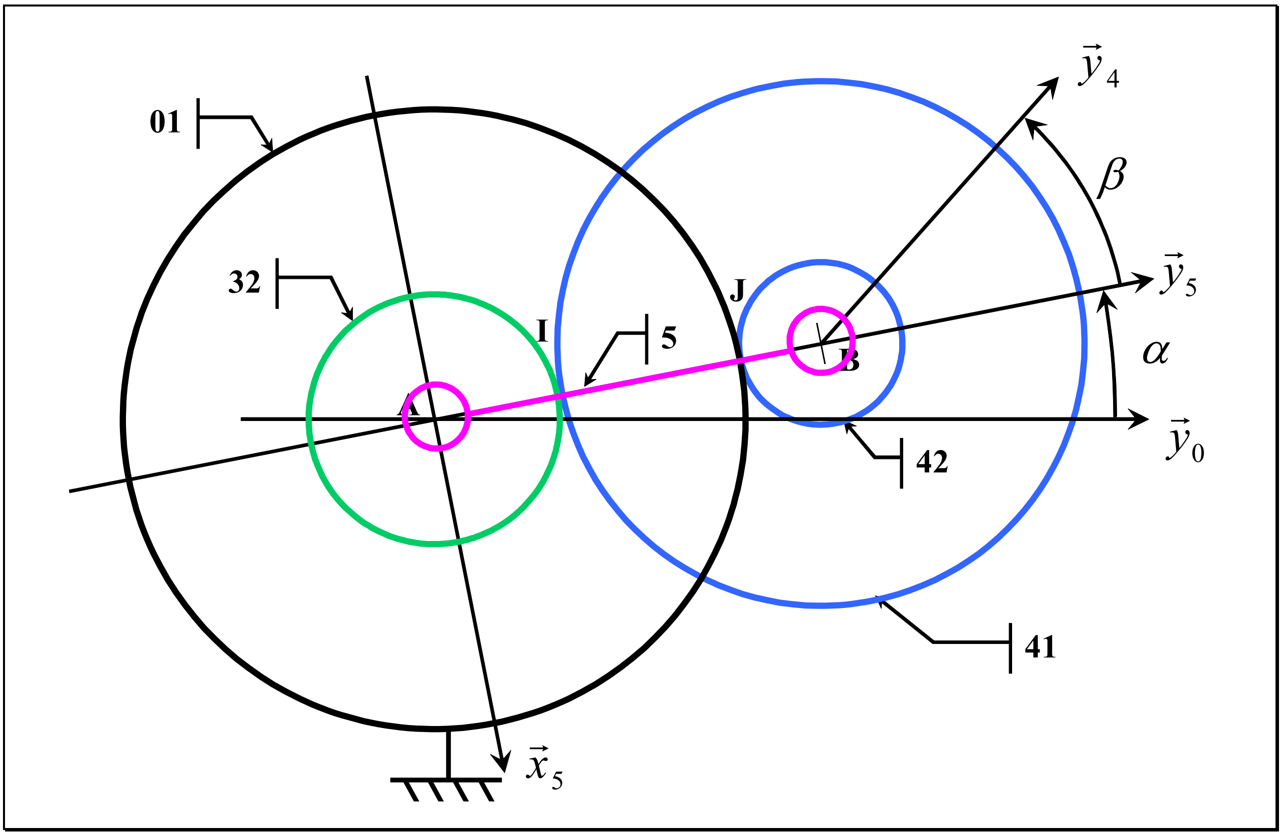
Question 1 :

graphe des liaisons :



Question 2 :

NE PAS OUBLIER 5



Question 3 : Ecrire les torseurs cinématiques associés aux liaisons L_{45}^{H} et L_{45}^{K}.

$$\{\mathcal{V}^{\mathcal{H}}\,5/4\} = \begin{Bmatrix} p_H & 0 \\ q_H & 0 \\ r_H & w_H \end{Bmatrix}_H \qquad \{\mathcal{V}^{\mathcal{K}}\,5/4\} = \begin{Bmatrix} p_K & 0 \\ q_K & 0 \\ r_K & 0 \end{Bmatrix}_K$$

Question 4 : Déterminer par fermeture cinématique (compatibilité cinématique) la forme du torseur cinématique de la liaison équivalente et en donner les nom et caractéristiques géométriques.

D'après la composition des vitesses et l'antisymétrie on obtient la relation de compatibilité cinématique :

$$\{\mathcal{V}^{\mathcal{H}}\,5/4\}=\{\mathcal{V}^{\mathcal{K}}\,5/4\}$$

En exprimant les 2 torseurs en H on obtient :

$$\vec{V}(H,^K 5/4)=\vec{V}(K,^K 5/4)+\overrightarrow{HK}\wedge\vec{\Omega}^K_{5/4}=\begin{pmatrix}0\\0\\-L\end{pmatrix}\wedge\begin{pmatrix}p_K\\q_K\\r_K\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}L.q_K\\-L.p_K\\0\end{pmatrix}$$

$$\begin{cases}p_H=p_K\\q_H=q_K\\r_H=r_K\\0=L.q_K\\0=-L.p_K\\w_H=0\end{cases}$$

On en déduit $q_K=0,\quad p_K=0,\quad w_H=0$

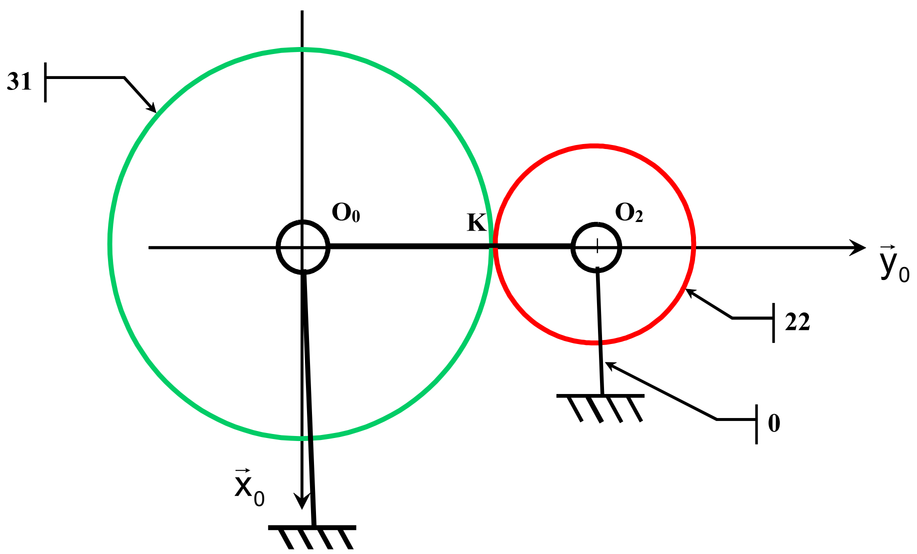
D'où la forme du torseur de la liaison équivalente :

$$\{\mathcal{V}5/4\}=\begin{Bmatrix}0 & 0\\0 & 0\\r & 0\end{Bmatrix}_H$$

Il s'agit donc d'une liaison pivot d'axe $(H,\vec{z})$

Question 5 : Représenter en vue de dessus, de normale z, le deuxième étage de réduction à engrenage constitué des solides 2, 3 et 0. On fera apparaitre les cercles primitifs de rayons R_{31} et R_{32}, les points K, O_0, O_2.

NE PAS OUBLIER 0



Question 6 : Calculer en fonction des données géométriques du mécanisme, le rapport de réduction du réducteur primaire $k_{31} = \frac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}}$. Effectuer l'application numérique. En déduire N_3.

On peut démontrer par fermeture cinématique 0-3-2-0 :
$\frac{\omega_{3/0}}{\omega_{2/0}} = -\frac{R_{22}}{R_{31}}$ formule associée aux engrenages cylindriques avec contact extérieur

Les vitesses d'entrainement des points dans les mouvements de rotation en périphérie des poulies étant égales $R_{21}.\omega_{2/0} = R_{11}.\omega_{1/0}$

Ainsi le système poulie courroie est tel que : $\frac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{R_{11}}{R_{21}}$

A.N. : $k_{31} = -0,096$ $N_3 = -139,2$ tr/min

Question 7 :

D'après la relation entre diamètre et nombre de dents :
di=mi.Zi=2.Ri
d'où
$m_{40}=2.R_{42}/Z_{42}=2.55/11$
$m_{43}=2.R_{41}/Z_{41}=2.188/47$

Et d'après la représentation de la question 1 on a la relation entre dimensions suivantes :
$AB=AI+IB=AJ+JB=R_{32}+R_{41}=R_{01}+R_{42}$
d'où
$R_{01}= R_{32}+R_{41}-R_{42}$

$m_{40}=10$ mm
$m_{43}= 8$ mm
$Z_{01}=37$
$R_{01}=185$ mm
$Z_{32}=13$

Question 1 :

On déduit du graphe de la question 1 :
$\vec{V}(I,4/3)=\vec{0}$; $\vec{V}(J,4/0)=\vec{0}$; $\vec{V}(A,3/0)=\vec{0}$; $\vec{V}(A,5/3)=\vec{0}$; $\vec{V}(B,4/5)=\vec{0}$

Question 9 :

Fermeture cinématique au point I pour la chaîne fermée 5-3-4-5 :
$$\vec{V}(I,5/3)+\vec{V}(I,3/4)+\vec{V}(I,4/5)=\vec{0}$$
Par changement de point :
$$\vec{V}(I,5/3)=\vec{V}(A,5/3)+\vec{IA}\wedge\vec{\Omega}_{5/3} = -R_{32}\vec{y}_5 \wedge \omega_{5/3}\vec{z} = -R_{32}\omega_{5/3}\vec{x}_5$$
$$\vec{V}(I,4/5)=\vec{V}(B,4/5)+\vec{IB}\wedge\vec{\Omega}_{5/3} = R_{41}\vec{y}_5 \wedge \omega_{4/5}\vec{z} = R_{41}\omega_{4/5}\vec{x}_5$$

D'où :

$-R_{32}\omega_{5/3}\vec{x}_5 + \vec{0} + R_{41}\omega_{4/5}\vec{x}_5 = \vec{0}$ soit $-R_{32}\omega_{5/3} + R_{41}\omega_{4/5} = 0$ et $\dfrac{\omega_{5/3}}{\omega_{4/5}} = \dfrac{R_{41}}{R_{32}}$

$$\frac{\omega_{3/5}}{\omega_{4/5}} = -\frac{Z_{41}}{Z_{32}}$$

Question 10 :
Fermeture cinématique au point J pour la chaîne fermée 5-0-4-5 :
$\vec{V}(J,5/0) + \vec{V}(J,0/4) + \vec{V}(J,4/5) = \vec{0}$
Par changement de point :
$\vec{V}(J,5/0) = \vec{V}(A,5/0) + \overrightarrow{JA} \wedge \vec{\Omega}_{5/0} = -R_{01}\vec{y}_5 \wedge \omega_{5/0}\vec{z} = -R_{01}\omega_{5/0}\vec{x}_5$
$\vec{V}(J,4/5) = \vec{V}(B,4/5) + \overrightarrow{JB} \wedge \vec{\Omega}_{5/3} = R_{42}\vec{y}_5 \wedge \omega_{4/5}\vec{z} = R_{42}\omega_{4/5}\vec{x}_5$
D'où :

$-R_{01}\omega_{5/0}\vec{x}_5 + \vec{0} + R_{42}\omega_{4/5}\vec{x}_5 = \vec{0}$ soit $-R_{01}\omega_{5/0} + R_{42}\omega_{4/5} = 0$ et $\dfrac{\omega_{5/0}}{\omega_{4/5}} = \dfrac{R_{42}}{R_{01}}$

$$\frac{\omega_{0/5}}{\omega_{4/5}} = -\frac{Z_{42}}{Z_{01}}$$

Question 11 :

$\dfrac{\omega_{0/5}}{\omega_{4/5}} = -\dfrac{Z_{42}}{Z_{01}}$ et $\dfrac{\omega_{3/5}}{\omega_{4/5}} = -\dfrac{Z_{41}}{Z_{32}}$ donne $\lambda = \dfrac{Z_{41}}{Z_{32}} \times \dfrac{Z_{01}}{Z_{42}}$

Question 12 :

$-\lambda = \dfrac{\omega_{35}}{\omega_{50}} = \dfrac{\omega_{30} - \omega_{50}}{\omega_{50}}$ par composition des vitesses et antisymétrie, d'où $\omega_{50} = \dfrac{\omega_{30}}{1+\lambda}$

$$\{V_{5/0}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}_{5/0} = \dfrac{Z_{32}Z_{42}}{Z_{32}Z_{42} - Z_{41}Z_{42}}\omega_{3/0}\ \vec{z} \\ \vec{V}_{(A\in 5/0)} = \vec{0} \end{array} \right\}_A$$

$$\vec{V}_{(B\in 5/0)} = \vec{V}_{(A\in 5/0)} + \overrightarrow{BA} \wedge \vec{\Omega}_{5/0}$$

$$\vec{V}_{(B\in 5/0)} = -(R_{32} + R_{42}).\omega_{50}\vec{x}_5$$

A.N. $\omega_{5/0}$ =1,3 rad/s

$$\left\|\vec{V}_{(B\in 5/0)}\right\| = 0,107.1,3 = 0,14 m/s$$

Question 13 :

$$\{V_{4/0}\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{\Omega}_{4/0} = \dfrac{Z_{32}Z_{01} + Z_{32}Z_{42}}{Z_{32}Z_{42} - Z_{41}Z_{01}}\omega_{3/0}\ \vec{z} \\ \vec{V}_{(B\in 4/0)} = -(R_{41} + R_{32})\omega_{5/0}\ \vec{x}_5 \end{array} \right\}$$

A.N. $\{V_{4/0}\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{\Omega}_{4/0} = 5{,}7\vec{z} \\ \vec{V}_{(B\in 4/0)} = 0.31\vec{x}_5 \end{array} \right\}$

Véhicule intelligent RobuCar

Q 1. Etant donné l'hypothèse de roulement sans glissement :

$$V_{max} = R \times \omega_{rmax} = R \times \frac{N_{max}}{N} \times \frac{2\pi}{60}$$

Application numérique :

$$V_{max} = 67 m/s = 18{,}6 km/h$$

La vitesse à atteindre étant de $15\ km \cdot h^{-1}$, la performance attendue est bien vérifiée

Q 2.

$$\overrightarrow{V(O_1 \in S/0)} = \overrightarrow{V(C \in S/0)} + \overrightarrow{O_1 C} \wedge \overrightarrow{\Omega S/0}$$

$$= \vec{0} + \left(-a \cdot \vec{x} + \left(\rho - \frac{d}{2}\right) \cdot \vec{y}\right) \wedge \dot{\psi} \cdot \vec{z_0}$$

$$\overrightarrow{V(O_1 \in S/0)} = a\dot{\psi} \cdot \vec{y} + \left(\rho - \frac{d}{2}\right) \dot{\psi} \cdot \vec{x}$$

De même :

$$\overrightarrow{V(O_2 \in S/0)} = a\dot{\psi} \cdot \vec{y} + \left(\rho + \frac{d}{2}\right) \dot{\psi} \cdot \vec{x}$$

Q 3. $\overrightarrow{V(O_1 \in Roue_1/0)} = \overrightarrow{V(J_1 \in Roue_1/0)} + \overrightarrow{O_1 J_1} \wedge \overrightarrow{\Omega Roue_1/0}$

$$\overrightarrow{\Omega Roue_1/0} = \overrightarrow{\Omega Roue_1/axe\,roue\,1}$$

D'où :

$$\overrightarrow{V(O_1 \in Roue_1/0)} = \vec{0} + \left(-R \cdot \vec{z_0} \wedge \dot{\theta}_1 \cdot \vec{y_1}\right)$$

$$\overrightarrow{V(O_1 \in Roue_1/0)} = R\dot{\theta}_1 \cdot \vec{x_1}$$

De même :

$$V(O_2 \in Roue_2/0) = R.\dot{\theta}_2.x_2$$

Q 4. $\overrightarrow{V(O_1 \in Roue_1/0)} = \overrightarrow{V(O_1 \in Roue_1/S)} + \overrightarrow{V(O_1 \in S/0)}$

$$R\dot{\theta}_1 \cdot \vec{x_1} = \vec{0} + a\dot{\psi} \cdot \vec{y} + \left(\rho - \frac{d}{2}\right) \dot{\psi} \cdot \vec{x}$$

En projetant suivant $\vec{x}$ et $\vec{y}$:

$$R\dot{\theta}_1 \cos\delta_1 = \left(\rho - \frac{d}{2}\right)\dot{\psi} \qquad R\dot{\theta}_1 \sin\delta_1 = a\dot{\psi}$$

Q 5. $R\dot{\theta}_2 \cos\delta_2 = \left(\rho + \frac{d}{2}\right)\dot{\psi}$ $\qquad R\dot{\theta}_2 \sin\delta_2 = a\dot{\psi}$

Q 6. On en déduit :

$$\tan\delta_1 = \frac{a}{\rho - \frac{d}{2}} \qquad \tan\delta_2 = \frac{a}{\rho + \frac{d}{2}}$$

Application numérique :

$$\tan\delta_1 = 0{,}148 \Rightarrow \delta_1 = 8{,}4° \qquad \tan\delta_2 = 0{,}116 \Rightarrow \delta_2 = 6{,}6°$$

Q 7. $\dot{\theta}_2 = \left(\rho + \frac{d}{2}\right) \cdot \frac{\dot{\psi}}{R}$ $\dot{\theta}_1 = \left(\rho - \frac{d}{2}\right) \cdot \frac{\dot{\psi}}{R}$

Q 8.

$A = \dot{\psi}_c = \frac{V}{\rho} = \dot{\Psi}_0 \left(t_1 - t_0\right)$

On obtient B en intégrant A :

$B = \ddot{\psi}_0 \cdot \frac{(t_1-t_0)^2}{2} + \dot{\psi}_c \cdot (t - t_1)$

$C = \dot{\psi}_c - \ddot{\psi}_0 \cdot (t - t_2)$

On obtient D en intégrant C :

$$D = \dot{\psi}_c \cdot t - \ddot{\psi}_0 \cdot \frac{(t-t_2)^2}{2} + Cte$$

Il faut calculer la constante :

$$D(t = t_2) = \dot{\psi}_c \cdot t_2 + Cte = B(t = t_2) = \ddot{\psi}_0 \cdot \frac{(t_1 - t_0)^2}{2} + \dot{\psi}_c \cdot (t_2 - t_1)$$

D'où :

$$Cte = \ddot{\psi}_0 \cdot \frac{(t_1 - t_0)^2}{2} - \dot{\psi}_c \cdot t_1$$

$$D = \dot{\psi}_c \cdot (t - t_1) + \ddot{\psi}_0 \cdot \left(\frac{(t_1 - t_0)^2}{2} - \frac{(t - t_2)^2}{2}\right)$$

Q 9.
$$\begin{aligned}\psi_{TOT} &= D(t = t_3) = \dot{\psi}_c \cdot (t_3 - t_1)\\ &= \dot{\psi}_c \cdot (t_3 - t_2 + t_2 - t_1)\\ &= \dot{\psi}_c \cdot (t_2 - t_1) + \dot{\psi}_c \cdot (t_3 - t_2)\\ &= \dot{\psi}_c \cdot (t_2 - t_1) + \frac{\dot{\psi}_c^2}{\ddot{\psi}_0}\end{aligned}$$

Q 10.
$$t_2 - t_1 = \psi_{TOT} - \frac{V^2}{\rho^2} \cdot \frac{1}{\ddot{\psi}_0}$$

Application numérique :

$t_2 - t_1 = 1{,}38\ s$

Q 11.
$$\begin{aligned}t_3 - t_0 &= 2 \times (t_1 - t_0) + t_2 - t_1\\ &= 2 \times \frac{V}{\rho} + t_2 - t_1\end{aligned}$$

Application numérique :

$t_3 - t_0 = 2{,}25\ s$

Q 12.
$$t_1 = \frac{V}{\rho} \cdot \frac{1}{\ddot{\psi}_0}$$

Application numérique :

$t_1 = 0{,}43\ s$

$t_2 = t_2 - t_1 + t_1$

Application numérique :
$t_2 = 1,82\ s$

$t_3 = 2,25\ s$

$\psi(t_1) = \ddot{\psi}_0 \cdot \dfrac{(t_1 - t_0)^2}{2}$

Application numérique :
$\psi(t_1) = 0,094\ rd = 5,4\ °$

$\psi(t_2) = \psi(t_1) + \dot{\psi}_c \cdot (t_2 - t_1)$
$= \ \psi(t_1) + \dfrac{V}{\rho} \cdot (t_2 - t_1)$

Application numérique :
$\psi(t_2) = 0,69\ rd = 39,7°$
$t_3 < 3s$, le cahier des charges est bien validé.