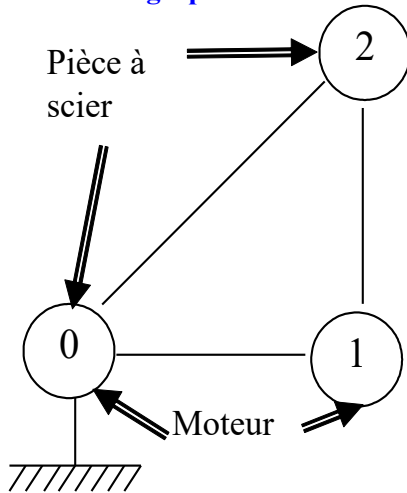


SCIE ALTERNATIVE PORTATIVE
----------------------------

**Question 1 :**

Réaliser le graphe de structure du mécanisme schématisé figure 2.



$L_{01}$  : liaison pivot d'axe  $(O, \vec{z})$

$L_{12}$  : liaison ponctuelle de normale  $(B, \vec{x})$ .

$L_{02}$  : liaison glissière de direction  $(\vec{x})$ .

**Question 2 :**

Caractériser les torseurs d'actions transmissibles par les liaisons.

$$\{0 \rightarrow 1\}_O = \begin{Bmatrix} X_{01} & L_{01} \\ Y_{01} & M_{01} \\ Z_{01} & 0 \end{Bmatrix}_{O,B} \quad \{1 \rightarrow 2\}_B = \begin{Bmatrix} X_{12} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{B,B} \quad \{0 \rightarrow 2\}_X = \begin{Bmatrix} 0 & L_{02} \\ Y_{02} & M_{02} \\ Z_{02} & N_{02} \end{Bmatrix}_{X,B}$$

**Question 3 :**

Isoler 1 et traduire son équilibre. En déduire un système de 6 équations.

$$\{0 \rightarrow 1\}_O - \{1 \rightarrow 2\}_O + \{\text{mot} \rightarrow 1\}_O = \{0\}$$

$$\begin{cases} (1) & X_{01} - X_{12} + R = 0 \\ (2) & Y_{01} + T = 0 \\ (3) & Z_{01} - A = 0 \\ (4) & L_{01} - hT = 0 \\ (5) & M_{01} + hR - rA = 0 \\ (6) & e X_{12} \sin \theta - rT = 0 \end{cases}$$

$$\text{car } \vec{M}(O, 1 \rightarrow 2) = \vec{M}(B, 1 \rightarrow 2) + \vec{OB} \wedge \vec{R}(1 \rightarrow 2) \text{ avec } \vec{M}(O, 0 \rightarrow 1) = \begin{vmatrix} e \cos \theta & X_{12} & 0 \\ e \sin \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -e X_{12} \sin \theta \end{vmatrix}$$

$$\text{et } \vec{M}(O, \text{mot} \rightarrow 1) = \vec{M}(I, \text{mot} \rightarrow 1) + \vec{OI} \wedge \vec{R}(\text{mot} \rightarrow 1) \text{ avec } \vec{M}(O, \text{mot} \rightarrow 1) = \begin{vmatrix} -r & R & -hT \\ 0 & T & hR - rA \\ h & -A & -rT \end{vmatrix}$$

**Question 4 :**

**Isoler 2 et traduire son équilibre. En déduire un système de 6 équations.**

$$\{0 \rightarrow 2\}_D + \{1 \rightarrow 2\}_D + \{p \rightarrow 2\}_D = 0$$

$$(7) \quad \begin{cases} X_{12} & + & D_x & = & 0 \end{cases}$$

$$(8) \quad \begin{cases} Y_{02} & & + & D_y & = & 0 \end{cases}$$

$$(9) \quad \begin{cases} Z_{02} & & + & D_z & = & 0 \end{cases}$$

$$(10) \quad \begin{cases} L_{02} & & & & = & 0 \end{cases}$$

$$(11) \quad \begin{cases} M_{02} & + & fX_{12} & & = & 0 \end{cases}$$

$$(12) \quad \begin{cases} N_{02} & - & e X_{12} \sin \theta & & = & 0 \end{cases}$$

$$\text{On a } \vec{M}(D, 1 \rightarrow 2) = \vec{M}(B, 1 \rightarrow 2) + \vec{DB} \wedge \vec{R}(1 \rightarrow 2)$$

$$\text{avec } \vec{M}(D, 0 \rightarrow 1) = \begin{vmatrix} -d + e \cos \theta & X_{12} & 0 \\ e \sin \theta & 0 & fX_{12} \\ f & 0 & -e X_{12} \sin \theta \end{vmatrix} \wedge \vec{0} = \begin{vmatrix} 0 \\ fX_{12} \\ -e X_{12} \sin \theta \end{vmatrix}$$

**Question 5 :**

**En déduire la relation liant  $D_x$  et  $T$ .**

$$\text{On a } e X_{12} \sin \theta - rT = 0 \text{ et } X_{12} + D_x = 0 \text{ soit } \boxed{D_x = -\frac{rT}{e \sin \theta} = -X_{12}}$$

**Question 6 :**

**En déduire les expressions des inconnues de liaisons  $X_{01}$ ,  $Y_{01}$ ,  $Z_{01}$ ,  $L_{01}$  et  $M_{01}$  en fonction de  $R$ ,  $T$  et  $A$  et des caractéristiques géométriques du mécanisme.**

$$\boxed{X_{01} = \frac{rT}{e \sin \theta} - R}$$

$$\boxed{Y_{01} = -T}$$

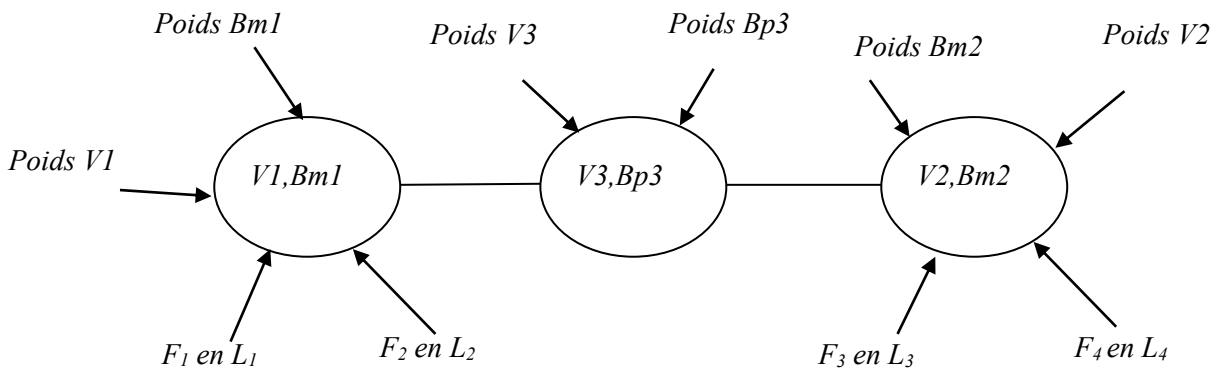
$$\boxed{Z_{01} = A}$$

$$\boxed{L_{01} = hT}$$

$$\boxed{M_{01} = hR - rA}$$

## SYSTEME DE LEVAGE A MULTIPLES COLONNES

Q1 :



Q2 :

Théorème 2 :

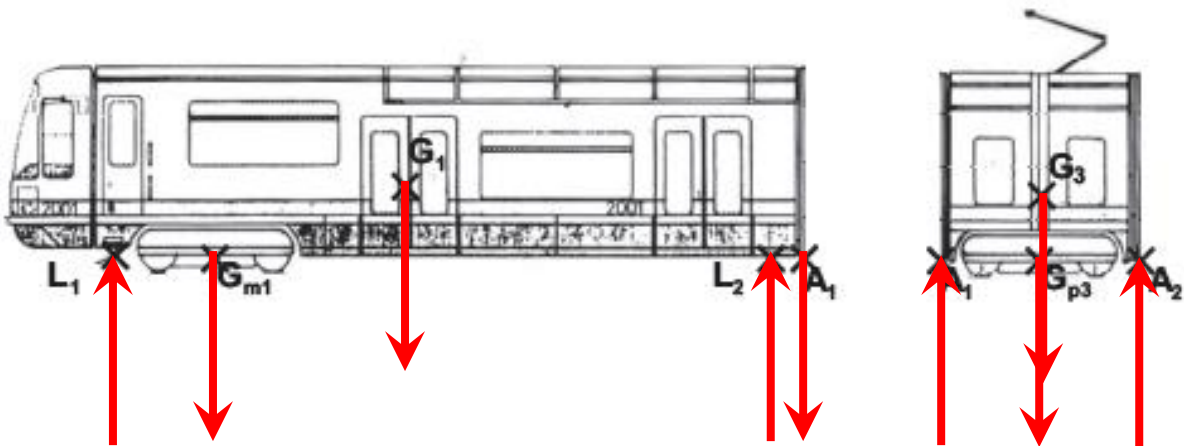
**Dans un repère galiléen, pour qu'un solide initialement au repos (ou en mouvement uniforme) et soumis à l'action de trois forces reste au repos (ou en mouvement uniforme), il est nécessaire et suffisant que ces trois forces :**

- soient coplanaires,
- aient leur somme géométrique nulle,
- soient concourantes au même point ou alors parallèles entre elles. Dans ce cas, les distances entre les directions parallèles sont respectivement inversement proportionnelles aux intensités des forces portées par ces directions.

L'ensemble  $\{V3, Bp3\}$  est soumis à 3 forces car le poids de l'ensemble est assimilable à une force et les articulations (sphériques en problème plan) transmettent des forces également.

Q3 : Représentation des actions mécaniques

On peut déduire du TRS appliqué à  $\{V1, Bm1\}$  que la force transmise par la liaison articulation est verticale, les 4 autres forces l'étant. Ainsi on peut déduire les sens des forces transmises par les articulations et les représenter comme ci-dessous.



**Q4 : actions mécaniques des colonnes de levage L1 et L2**Isolement de la voiture 1

$$\text{BAME :} \quad \text{Actions des colonnes en } L_1 \text{ et } L_2 : \left\{ \begin{array}{c|c} \mathbf{0} & - \\ - & \mathbf{0} \\ \hline F_i & - \end{array} \right\}_b$$

$$\text{Poids de la voiture en } G_1 : \vec{P}_1 = P_1 \cdot \vec{z}$$

$$\text{Poids du boggie en } G_{m1} : \vec{P}_{m1} = P_{m1} \cdot \vec{z}$$

$$\text{Action de la voiture 3 en } A_1 : \vec{R}_{3 \rightarrow 1} = R_{31} \cdot \vec{z}$$

$$\text{TRS sur } \vec{x} : X_{31} = 0$$

Isolement de la voiture 3

$$\text{BAME :} \quad \text{Efforts d'articulation en } A_1 \text{ et } A_2 \text{ respectivement : } \vec{R}_{1 \rightarrow 3} = R_{13} \cdot \vec{z} \text{ et } \vec{R}_{2 \rightarrow 3} = R_{23} \cdot \vec{z}$$

$$\text{Poids de la voiture en } G_3 : \vec{P}_3 = P_3 \cdot \vec{z}$$

$$\text{Poids du boggie en } G_{p3} : \vec{P}_{p3} = P_{p3} \cdot \vec{z}$$

$$\text{Le TMS en } G_3 \text{ appliqué à 3 donne } R_{13} = R_{23}. \text{ Le TRS sur } \vec{z} \text{ donne alors : } R_{13} = \frac{P_3 + P_{p3}}{2}$$

(On peut aussi appliquer le TMS en  $A_2$  pour trouver directement  $R_{13}$ )

Isolement de la voiture 1

$$\text{BAME :} \quad \text{Actions des colonnes en } L_1 \text{ et } L_2 : \left\{ \begin{array}{c|c} \mathbf{0} & - \\ - & \mathbf{0} \\ \hline F_i & - \end{array} \right\}_b$$

$$\text{Poids de la voiture en } G_1 : \vec{P}_1 = -P_1 \cdot \vec{z}$$

$$\text{Poids du boggie en } G_{m1} : \vec{P}_{m1} = -P_{m1} \cdot \vec{z}$$

$$\text{Action de la voiture 3 en } A_1 : \vec{R}_{3 \rightarrow 1} = R_{31} \cdot \vec{z}$$

$$\text{TRS sur } \vec{z} : F_1 + F_2 = P_1 + P_{m1} + R_{31}$$

$$\text{TMS en } L_1 \text{ sur } \vec{y} : 1980 \cdot P_{m1} + 5510 \cdot P_1 - 12505 \cdot F_2 + 13280 \cdot R_{31} = 0$$

$$\text{D'où : } F_2 = \frac{1980 \cdot P_{m1} + 5510 \cdot P_1 + 13280 \cdot R_{31}}{12505} = 102607 \text{ N}$$

$$F_1 = P_1 + P_{m1} + R_{31} - F_2 = 116156 \text{ N}$$

On en déduit les charges supportées par chaque colonne :

en  $L_1$  : 51303N

en  $L_2$  : 58078N

**Q5a : Relations entre les vitesses**

Compte tenu de la modélisation, les conditions de roulement sans glissement aux contacts donnent :

$$\vec{\Omega}(2/0) = \omega_{20} \cdot \vec{X}_0 = -\frac{Z_{12}}{Z_{21}} \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{X}_0$$

$$\vec{\Omega}(3/0) = \omega_{30} \cdot \vec{Z}_0 = \left( -\frac{Z_{12}}{Z_{21}} \right) \cdot \left( -\frac{Z_{23}}{Z_{32}} \right) \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{Z}_0$$

$$\vec{V}_L = \frac{p_{34}}{2\pi} \cdot \omega_{30} \cdot \vec{Z}_0 = \frac{p_{34}}{2\pi} \cdot \frac{Z_{12}}{Z_{21}} \cdot \frac{Z_{23}}{Z_{32}} \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{Z}_0 \quad \text{Soit : } \dot{z}_4 = \frac{p_{34}}{2\pi} \cdot \frac{Z_{12}}{Z_{21}} \cdot \frac{Z_{23}}{Z_{32}} \cdot \dot{\theta}$$

Nous avons donc :  $r_{12} = -\frac{Z_{12}}{Z_{21}} = -\frac{15}{75} = -0,2$

$$r_{23} = -\frac{Z_{23}}{Z_{32}} = -\frac{14}{35} = -0,4$$

$$r_{34} = \frac{p_{34}}{2\pi} = 7,96 \cdot 10^{-4} m$$

Le rapport de réduction global est donc :  $r_g = r_{12} \cdot r_{23} \cdot r_{34} = 6,36 \cdot 10^{-5} m$

**Q5b : Vitesse de rotation du moteur**

$$V_L = r_g \cdot \omega_m. \text{ D'où : } \omega_m = \frac{V_L}{r_g} = \frac{0,010}{6,36 \cdot 10^{-5}} = 157,2 \text{ rad.s}^{-1}$$

La conversion en tour/min, donne alors :  $N_m = \frac{30}{\pi} \cdot \omega_m = 1501 \text{ tr / min}$

Cette vitesse de rotation est supérieure à la vitesse de rotation nominale de 1400tr/min. La vitesse de montée de 10mm/s ne pourra donc pas être respectée.

**Question 6 :** Déterminer, sans faire de calcul mais en vous appuyant sur l'équation de moment issue du PFS appliqué à la colonne, les 2 valeurs extrêmes  $d_{\min}$  et  $d_{\max}$  que peut prendre la distance  $d$ , garantissant la stabilité de la colonne dans le plan  $yOz$ .

La colonne dans son ensemble étant soumise à deux glisseurs (forces), ils sont directement opposés d'après le théorème 1 issu du PFS dans ce cas. En se référant à la figure 3, et considérant que la force de pression ne peut avoir un point d'application en dehors de la zone de contact au sol, on en conclut que  $d \in [e, L + e]$ .

**Question 7 :** Exprimer le torseur en H de l'action de la charge à soulever sur la colonne.

$$\{T_{T \rightarrow C}\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{F}_{T \rightarrow C} = -F \cdot \vec{z} \\ \vec{M}_{(H, T \rightarrow C)} = -d \cdot F \cdot \vec{x} \end{array} \right\}_H$$

**Question 8 :** Exprimer la fonction de répartition de pression  $q(y)$ .

$$q(y) = \frac{q_2 - q_1}{L} (y - e) + q_1 = \frac{q_2 - q_1}{L} \cdot y + \frac{(L + e) \cdot q_1 - e \cdot q_2}{L}$$

On considère le cas particulier  $q_1 = q_2 = q$  avec  $d = e + \frac{L}{2}$ .

**Question 9 :** Exprimer la résultante du torseur des actions mécaniques de contact sol/colonne en fonction de partition de  $L$ ,  $b$  et  $q$ .

$$\vec{R} = 2.q.b.L.\vec{z}$$

**Question 10 :** En déduire l'expression de  $q$ . Faire l'application numérique. Conclure.

$$\text{On a alors : } F_{T \rightarrow C} = 2.q.L.B, \text{ d'où : } q = \frac{F_{T \rightarrow C}}{2.L.b} = \frac{60000}{2.0,6.0,2} = 250000 \text{ Pa} = 0,25 \text{ MPa}$$

La pression est très nettement inférieure à  $P_{adm}=3 \text{ MPa}$ , le critère est donc respecté.

On considère le cas particulier  $d = e + \frac{2}{3}L = 500 \text{ mm}$ .

**Question 11 :** Exprimer la résultante du torseur des actions mécaniques de contact sol/colonne en fonction de partition de  $L$ ,  $b$ ,  $q_1$  et  $q_2$ .

$$\vec{R} = (q_1 + q_2).b.L.\vec{z}$$

**Question 12 :** Exprimer le moment en  $H$  de ces actions. On utilisera les valeurs numériques des dimensions fournies pour éviter les expressions littérales trop lourdes.

Par raison de symétrie  $\vec{M}_{(H,sol \rightarrow C)}$  est selon  $\vec{x}$

$$\vec{M}_{(H,sol \rightarrow C)} = \int_S \overline{HM} \wedge \overline{dF}_{sol \rightarrow C} = \int_S y.q(y).dS \text{ on peut prendre } dS = 2.b.dy \text{ et on a alors}$$

$$\vec{M}_{(H,sol \rightarrow C)} = \int_e^L y.q(y).2.b.dy = 2.b. \left[ \frac{q_2 - q_1}{L} \cdot \frac{y^3}{3} + \frac{(L+e).q_1 - e.q_2}{L} \cdot \frac{y^2}{2} \right]_e^L$$

$$\vec{M}_{(H,sol \rightarrow C)} = 2.b. \left[ \frac{q_2 - q_1}{L} \cdot \frac{L^3 - e^3}{3} + \frac{(L+e).q_1 - e.q_2}{L} \cdot \frac{L^2 - e^2}{2} \right]$$

$$\text{A.N. : } \vec{M}_{(H,sol \rightarrow C)} = 0,03642.q_2 - 0,03368.q_1$$

**Question 13 :** Isoler la colonne, lui appliquer le PFS en  $H$  et en déduire un système de 2 équations à 2 inconnues  $q_1$  et  $q_2$ .

Le bilan des actions mécaniques se limite aux 2 actions de la charge  $C$  et du sol et on a docs d'après le PFS :

$$\begin{cases} \vec{R} = -\vec{F}_{T \rightarrow C} \\ \vec{M}_{(H,sol \rightarrow C)} = -\vec{M}_{(H,T \rightarrow C)} \end{cases}$$

On obtient alors le système de 2 équations à 2 inconnues

$$(q_1 + q_2).b.L = 0,12.(q_1 + q_2) = 60000$$

$$0,044.q_2 - 0,267.q_1 = 0,5.60000 = 30000$$

**Question 14 :** En déduire les expressions de  $q_1$  et  $q_2$ . Faire l'application numérique. Conclure.

Sa résolution donne :

$$q_2 = 464125 \text{ Pa} \approx 0,465 \text{ MPa}$$

$$q_1 = 35874 \text{ Pa} \approx 0,036 \text{ MPa}$$

Cela reste inférieure aux 3 MPa admissible.