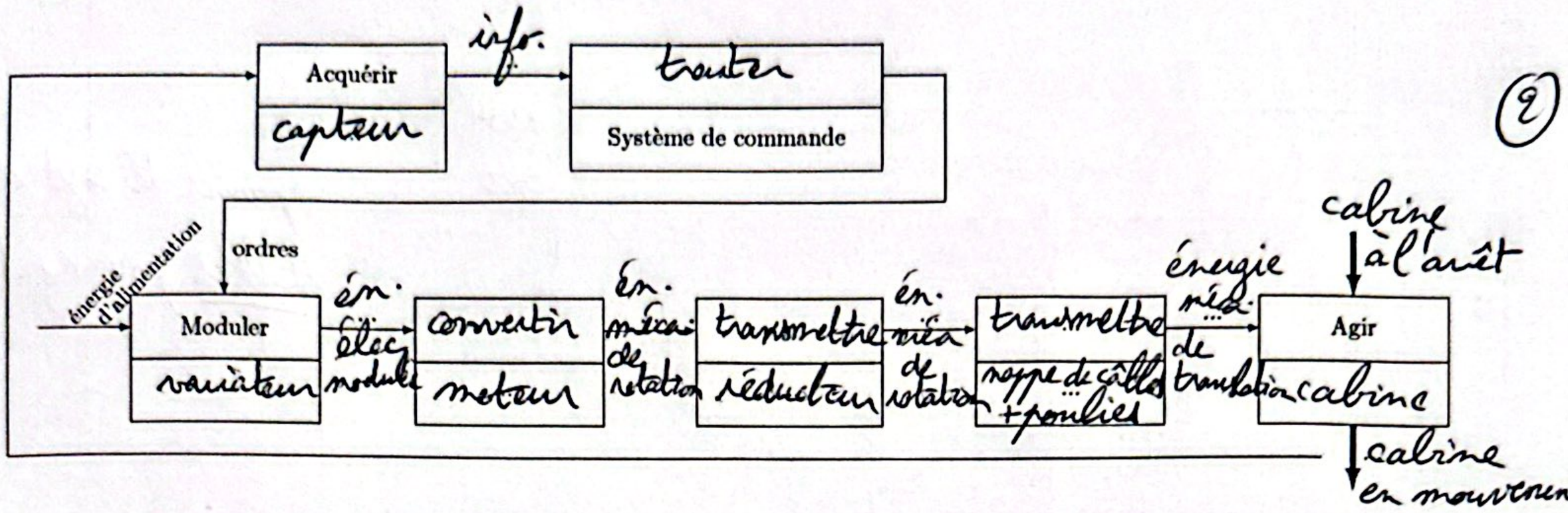
NOM : CORRIGE MPSI

DOCUMENT-REPONSE

Q1.



(2)

Q2. 2 cabines, 2 trajets par A/R, 20000 A/R, 6 passagers par trajets donc

$N = 2 \times 2 \times 20000 \times 6 =$ **480000 passagers** annuellement (1)

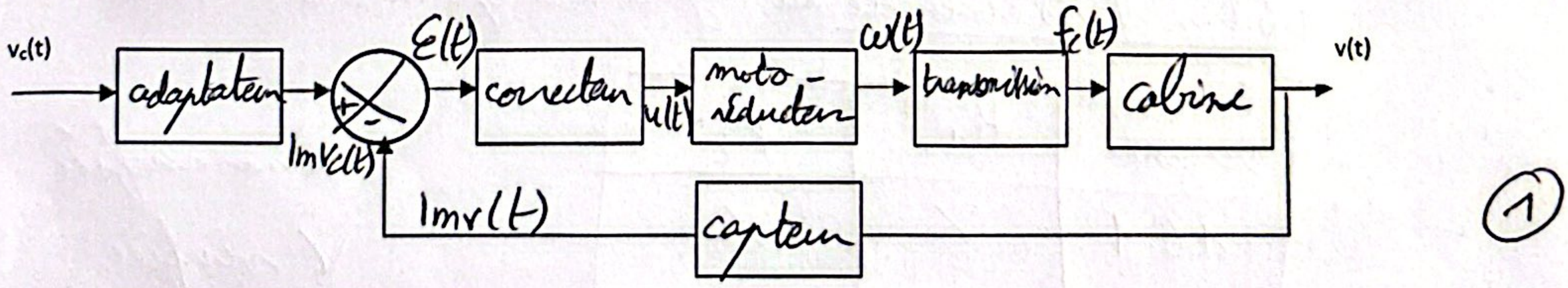
Q3. 3 passagers par voiture donc **160 000 trajets** annuellement (1)

Q4. $100 \cdot 10^{-3} \cdot 160000 =$ **16000 kg** de CO_2 rejetés par les voitures

$45 \cdot 10^{-3} \cdot 40000 =$ **1800 kg** de CO_2 rejetés par les "cabines"

l'exigence 11 est bien respectée (1)

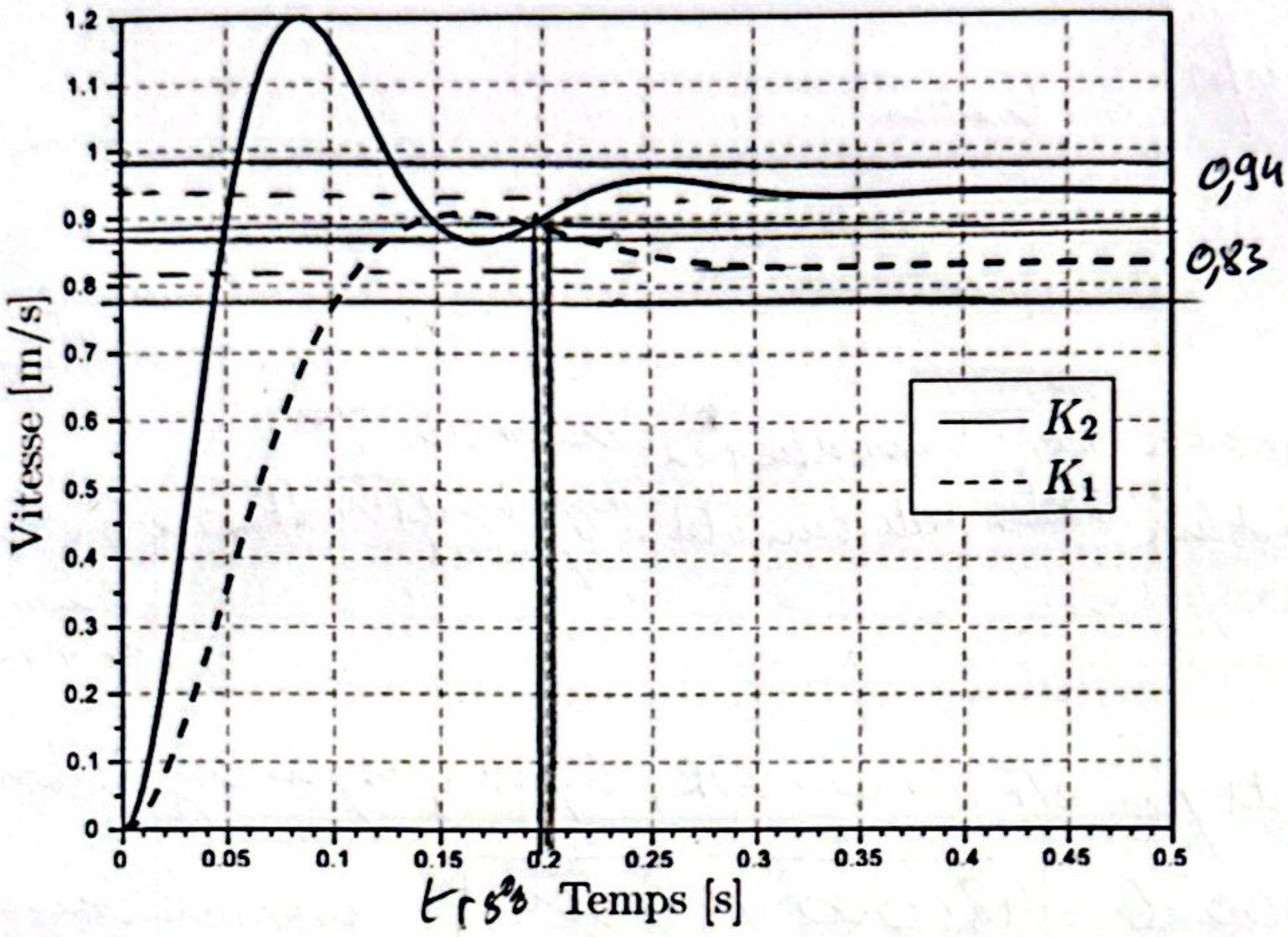
Q5.



(1)

Q6. Les variations de forces extérieures : poids, vent, inclinaison (1)

Q7.



réponses de systèmes stables pour K_1 et K_2 !

DR 2 : Réponse en vitesse à une consigne $v_0 = 1\,\text{m/s}$

Performances : pour le réglage K_1 : $\varepsilon_s = 1 - 0{,}83 = 0{,}17\,m.s^{-1}$ précision

$t_{r5\%} = 0{,}21\,s$ rapidité

$D_1 = \frac{0{,}9 - 0{,}83}{0{,}83} = 8{,}4\%$ amortissement

pour le réglage K_2 : $\varepsilon_s = 1 - 0{,}94 = 0{,}06\,m.s^{-1}$

$t_{r5\%} = 0{,}19\,s$

$D_1 = \frac{1{,}2 - 0{,}94}{0{,}94} = 27{,}7\%$

Q8. 1.6.5. est vérifiée puisque nous voyons convergence des réponse en $t \to +\infty$
1.6.2. n'est pas évaluable du regard de la réponse à un échelon.

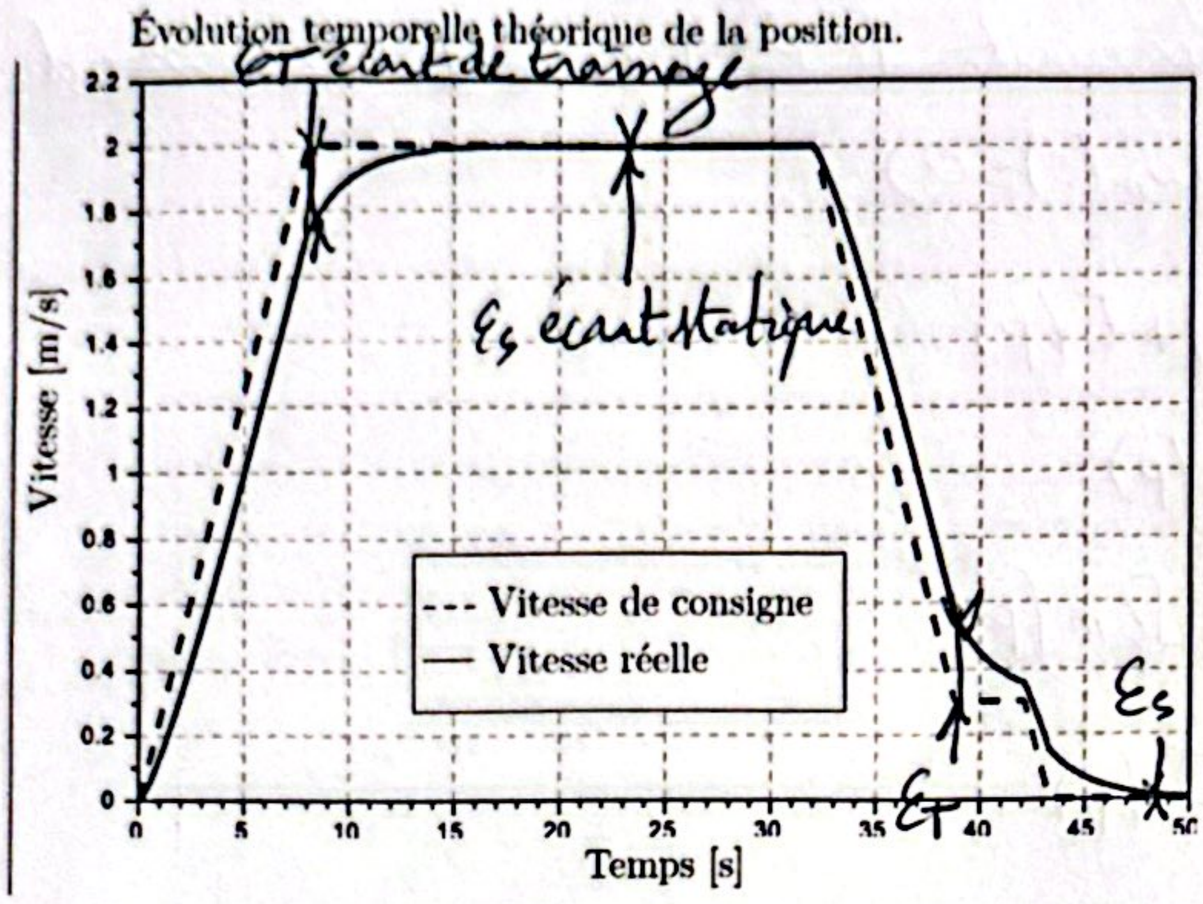
exigence	K_1	K_2
1.6.1.	X	X
1.6.3.	✓	X
1.6.4.	✓	✓ 2

X non vérifiée
✓ vérifiée

Scanned with CamScanner

Q9.

Évolution temporelle théorique de la position.



$\varepsilon_s = 0 \Rightarrow$ 1.6.1 vérifiée

$\varepsilon_T \simeq 0{,}2\ m.s^{-1} \Rightarrow$ 1.6.2. limite

(1)

Q10. par définition la transformée de Laplace $X(p)$ de $x(t)$ est :

$$X(p) = \int_0^{+\infty} x(t) e^{-pt} dt$$

(1)

$$X(p) = \int_0^{+\infty} \frac{1}{2} t + \frac{t}{2} e^{-pt} dt = \frac{1}{2} \int_0^{+\infty} t e^{-(p-\frac{1}{2})t} dt$$

par I.P.P.

$$X(p) = \frac{1}{2} \left[t \frac{e^{-(p-\frac{1}{2})t}}{-(p-\frac{1}{2})} \right]_0^{+\infty} - \frac{1}{2} \int_0^{+\infty} \frac{e^{-(p-\frac{1}{2})t}}{-(p-\frac{1}{2})} dt$$

$$X(p) = 0 + \frac{1}{2(p-\frac{1}{2})} \left[\frac{e^{-(p-\frac{1}{2})t}}{-(p-\frac{1}{2})} \right]_0^{+\infty}$$

$$= 0 + \frac{1}{2(p-\frac{1}{2})} \left(0 - \frac{1}{-(p-\frac{1}{2})} \right)$$

$$\boxed{X(p) = \frac{1}{2(p-\frac{1}{2})^2}}$$

(1)

Scanned with CamScanner

Q11. Par utilisation de la linéarité de la T.L. et du théorème de la dérivée 1ère (avec $\omega_m(0)=0$) :

$$(1) \xrightarrow{L} U(p) = R.I(p) + E(p)$$

$$(2) \xrightarrow{L} E(p) = k_e . \Omega_m(p)$$

$$(3) \xrightarrow{L} C_m(p) = J_e.p . \Omega_m(p)$$

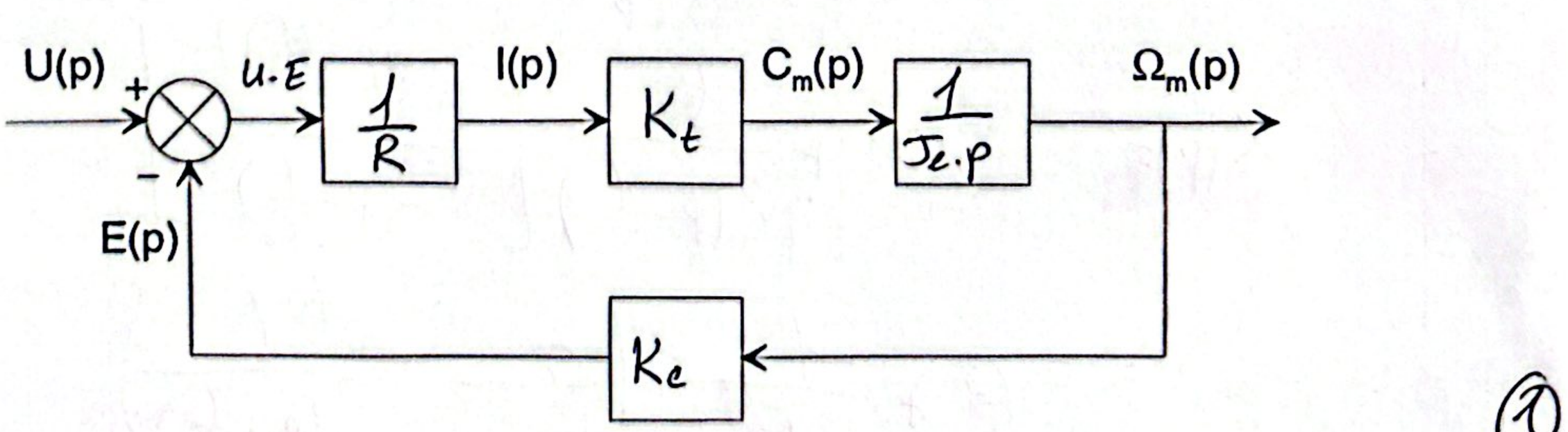
$$(4) \xrightarrow{L} C_m(p) = k_t . I(p)$$

(1)

Q12.

$$(3) \Rightarrow \Omega_m(p) = \frac{1}{J_e.p} \cdot C_m(p)$$

$$(1) \Rightarrow I(p) = \frac{1}{R}\left(U(p) - E(p)\right)$$



(1)

Q13. Par application de la formule de Black

$$\frac{\Omega_m(p)}{U(p)} = H(p) = \frac{\frac{1}{R}\cdot K_t \cdot \frac{1}{J_e \cdot p}}{1 + \frac{1}{R}\cdot K_t \cdot \frac{1}{J_e \cdot p}\cdot K_e} = \frac{\frac{K_t}{R \cdot J_e \cdot p}}{1 + \frac{K_t K_e}{R \cdot J_e \cdot p}}$$

$$\boxed{H(p) = \frac{K_t}{R \cdot J_e \cdot p + k_t \cdot K_e}}$$

(1)

Q14. Pour obtenir la forme demandée, il faut diviser par $K_t \cdot K_e$ dénominateur et numérateur de $H(p)$, ainsi :

$$\boxed{H(p) = \frac{\frac{1}{k_e}}{1 + \frac{R \cdot J_e}{k_t \cdot K_e}\cdot p} = \frac{K}{1 + T p}}$$

Par identification : $\boxed{K = \frac{1}{k_e} \quad \text{en } V^{-1}.A^{-1}}$

et $\boxed{T = \frac{R J_e}{k_t \cdot K_e} \quad \text{en } s}$

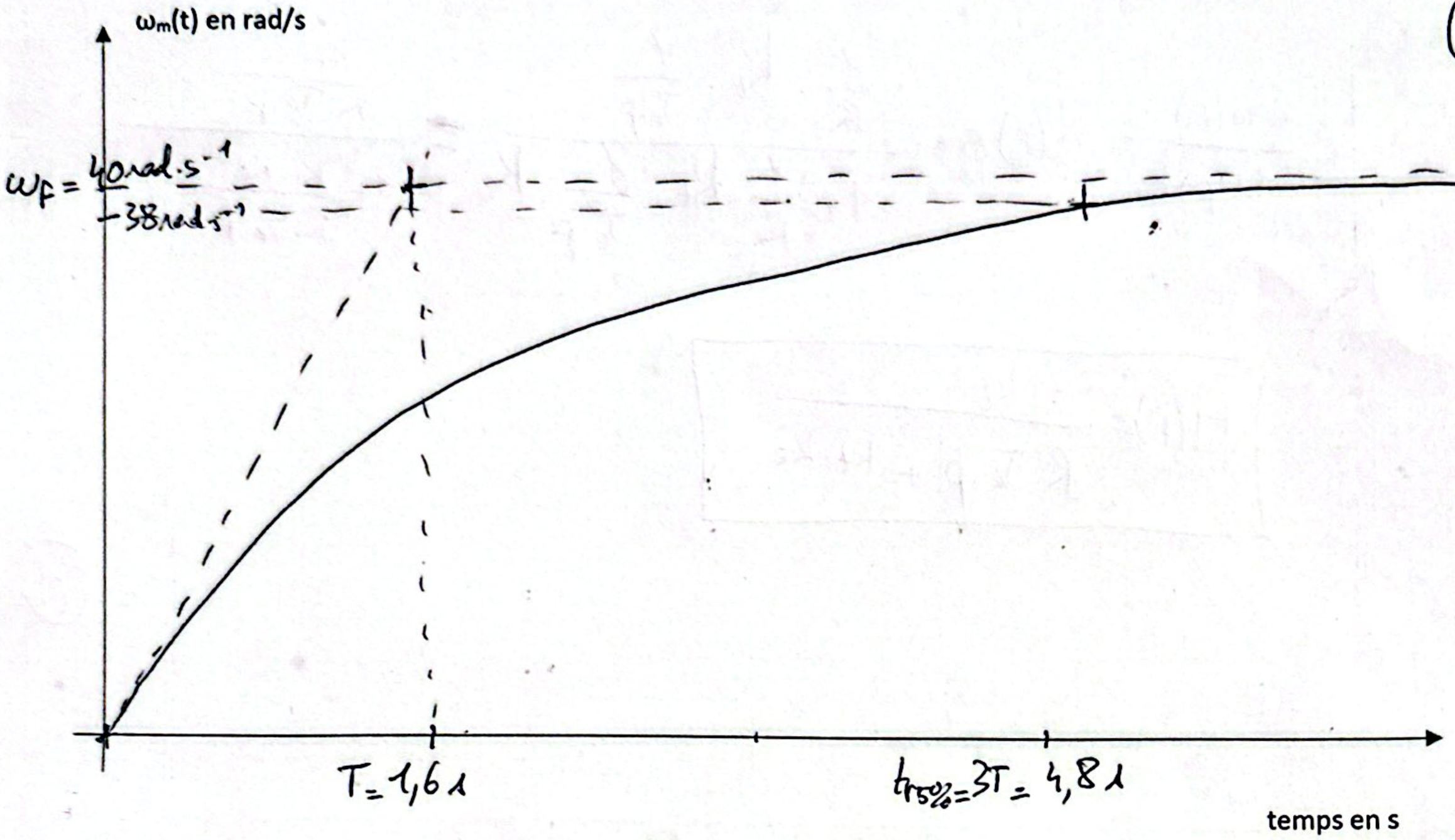
remarque : $[T] = \Omega \cdot kg \cdot m^2 \cdot N^{-1} \cdot m^{-1} \cdot A \cdot V^{-1} \cdot s$ or $\begin{cases} \Omega = A^{-1} \cdot V \\ N = kg \cdot m \cdot s^{-2} \end{cases}$ (1)

on retombe bien sur T en s ce qui est l'intérêt principal de cette mise sous forme dite canonique

---

Q15.

(2)



$$\Omega_m(p) = H(p).U(p) = \frac{K}{1+T.p} \cdot \frac{100}{p}$$

décomposition en éléments simples : $\Omega_m(p) = \frac{\alpha}{1+T.p} + \frac{\beta}{p}$

$$\Omega_m(p) = \frac{(\alpha+\beta T)p + \beta}{(1+Tp).p} \text{ donc par identification } \begin{cases} \beta = 100K \\ \alpha+\beta T = 0 \Rightarrow \alpha = -100KT \end{cases}$$

$$\Omega_m(p) = \frac{100K}{p} - \frac{100KT}{1+T.p} = 100K\left(\frac{1}{p} - \frac{1}{p+\frac{1}{T}}\right)$$

en utilisant $1 \xrightarrow{L} \frac{1}{p}$ et $e^{-at} \xrightarrow{L} \frac{1}{p+a}$ on obtient enfin :

$$\boxed{\omega_m(t) = 100K\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)}$$ avec $K = 0,4\,rad.s^{-1}.V^{-1}$ et $T = 1,6\,s$

une étude rapide de cette fonction permet de déterminer :

$$\omega_f = \lim_{t \to +\infty} \omega_m(t) = 100K = \underline{40\,rad.s^{-1}}$$

$$\dot{\omega}_m(0) = \frac{100K}{T} = \underline{25\,rad.s^{-2}}$$

et $t_{r5\%}$ tel que $\omega_m(t_{r5\%}) = 95K \Rightarrow 1 - e^{-\frac{t_{r5\%}}{T}} = 0,95$

$$\Rightarrow t_{r5\%} = -\ln(0,05).T \simeq 3T$$

$$\underline{t_{r5\%} = 4,8\,s}$$