Programme de colle - semaine 01 du 18/09/2023 au 24/09/2023

- Les colles sont obligatoires. Un élève ne peut pas changer ponctuellement de groupe sans l'accord du professeur.
- La colle commence par une question de cours ($\leq 15-20$ minutes), puis un exercice de compréhension ou d'application directe, et enfin, des exercices plus variés.
- La question de cours contient une définition et/ou l'énoncé d'une propriété avec la démonstration si elle s'y prête bien.
- Sauf mention explicite du contraire, la démonstration de toute propriété du cours est exigible. Je marque d'un (*) les points bien adaptés à une démonstration.

1. Notions de logique

- Exercices de compréhension utilisant les quantificateurs, les notations ensemblistes $\{x \in E / P(x)\}$, $\{f(x) / x \in E\}$, etc.
- Résolution d'équations par équivalence ou analyse/synthèse. Utilisation du second degré sous toutes ses formes (racines, signe d'un trinôme, inéquation).
- On fera la chasse aux symboles $\Leftrightarrow$ et $\Rightarrow$ utilisés n'importe comment.

2. Fonctions exp, ln.

- Définition de la fonction exp (c'est l'unique fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $\exp' = \exp$ et $\exp(0) = 1$, existence et unicité admises).
Propriété fondamentale : $\exp(x + y) = \dots$ (* en admettant que exp ne s'annule pas).
Variations, limites.
- Définition de ln, propriétés, variations, limites, dérivée (pas de démonstration à savoir sauf la stricte croissance, démontrée à partir de celle de l'exponentielle).
- Notation a^b avec $a \in \mathbb{R}^{*+}$ et $b \in \mathbb{R}$. Règles de calcul sur les puissances.
- Logarithme en base a ($a \in \mathbb{R}^{*+}$, $a \neq 1$) (pas d'exercice fait).
- Inégalités classiques $\forall x \in \mathbb{R}$, $e^x \geq x + 1$ et $\forall x \in]-1, +\infty[$, $\ln(1 + x) \leq x$ (*)

3. Récurrences, sommes et suites récurrentes élémentaires

Les exercices doivent rester à un niveau simple : petite somme à simplifier, petite récurrence.

- Principe de récurrence simple (admis).
Principes de récurrence forte, double (démontrés à partir du principe de récurrence simple).
- Manipulation des $\sum$: changement d'indice (translation), relation de Chasles, linéarité,...
- Suite arithmétique, géométrique : définition récurrente, expression générale, somme des termes consécutifs.
En particulier $1 + r + \dots + r^n = \dots$ (*)
- Coefficients binomiaux : définition, propriétés élémentaires $\binom{n}{0} = 1$, $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$, etc. Expression explicite de $\binom{n}{1}$, $\binom{n}{2}$, savoir trouver rapidement les suivants. Formule de Pascal (triangle). **Pas de dénombrement ni d'interprétation ensembliste.**
- Formule du binôme de Newton (*)
- Factorisation de $a^n - b^n$.
- Somme des carrés : au programme, faite en exercice.
- À titre indicatif (ne pas interroger sur ce qui suit) : Somme sur un ensemble fini quelconque, somme conditionnelle. Somme double. Produit (notation $\prod_{k=m}^n u_k$).