

Programme de colle - semaine 02 du 25/09/2023 au 01/10/2023

1. Sommes

Exercices sur le programme précédent.

2. Dérivation

On fera la chasse aux écritures abusives, du genre “ $f(x)$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ ”, “ $(f(x))' = \dots$ ”.

Aucune démonstration n'est à savoir - aucun exercice théorique, le but est le calcul pratique avec au préalable la justification de la dérivabilité (si nécessaire).

Sauf cas particulier (variations, composition), les fonctions sont définies sur un ensemble E (réunion d'intervalles) et à valeurs dans $\mathbb{R}$.

- Dérivation. La définition par la limite du taux d'accroissement est à connaître mais l'étude de la dérivabilité ponctuelle n'est pas un objectif de ce chapitre.
- Opérations sur les fonctions dérivables : opérations vectorielles, produit, inverse, quotient, **composée** (à chaque fois, donner un énoncé précis avec des objets définis, des hypothèses et une conclusion ; la formule brute ne vaut rien).
- La dérivée de la réciproque n'a pas été vue.
- Lien entre les variations et le signe de la dérivée (**sur un intervalle I**) :

$$\forall x \in I, f'(x) \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad f \text{ est croissante sur } I$$

Si $\forall x \in I, f'(x) > 0$, alors f est strictement croissante sur I (réciproque fausse).

Si $f' \geq 0$ et f' ne s'annule qu'en un nombre fini de points, alors f est strictement croissante.

- Inégalités classiques (à connaître) obtenues à partir des variations :

$$\forall x \in \mathbb{R}, e^x \leq x + 1 \quad \text{et} \quad \forall x \in]-1, +\infty[, \ln(1+x) \leq x$$

- Exercices du type : montrer que $f : x \mapsto \sqrt{1-x^2}$ est dérivable sur $[0, 1[$ et donner f' (avec une vraie justification de la dérivabilité).
- Dérivées successives. Fonction de classe $\mathcal{C}^n, \mathcal{C}^\infty$ (seule la définition a été vue. Aucun exercice fait).

3. Trigonométrie réelle

- Définition de sin et cos à partir du cercle trigonométrique. Propriétés élémentaires des fonctions sin, cos, tan admises : parité, périodicité, addition, duplication, dérivée, courbe.
- Équations trigonométriques élémentaires : $f(x) = a, f(x) = f(x_0)$, avec $f \in \{\sin, \cos, \tan\}$.
Inéquations (exemple : $\sin x \geq \sin x_0$). *S'aider du cercle trigonométrique.*
- Transformation de $a \cos x + b \sin x$ en $r \cos(x - x_0)$.