

DS N°4

Aucun document autorisé

Calculatrices autorisées

Le devoir comporte 1 problème et 1 exercice extraits de sujets de concours

Durée 2h

Problème : Robot Sphero (extrait Centrale MP 18)

I. Mise en situation

I.1. Contexte

Une nouvelle génération de robots à mobilité non conventionnelle a vu le jour avec la conception de robots en forme de sphère. Ces robots commencent à être utilisés dans des environnements difficiles (centrale nucléaire, terrain irrégulier) pour des missions d'inspection et de surveillance. Ce type de robot est aussi présent dans l'industrie du divertissement sous la forme d'objets connectés contrôlables avec un smartphone (ou tablette). C'est le cas du robot Sphero créé par la société Orbotix et qui sert de support d'étude pour ce sujet.

I.2. Présentation du robot Sphero

Créé pour le loisir et l'éducation, le robot Sphero roule sur lui-même pour se déplacer. Une base robotique appelée module interne et dite différentielle (plateforme munie de deux roues motrices indépendantes, de même axe) est placée dans une sphère (le corps du robot) qui sert de liaison au sol et permet le déplacement (Figure 1). Le Sphero est commandé par un smartphone avec lequel l'utilisateur guide le robot.

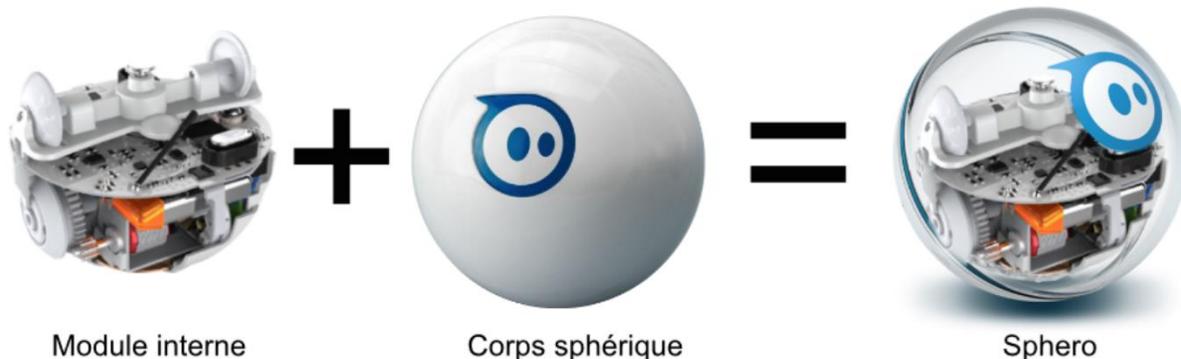


Figure 1 : Constitution du Sphero

Même si les consignes de l'utilisateur correspondent au comportement attendu du Sphero (cap et vitesse du corps sphérique), c'est en réalité le module interne que l'utilisateur commande grâce à son smartphone. Le principe de déplacement du Sphero peut être comparé à celui d'une roue de hamster : quand l'animal court à l'intérieur, il déplace le centre de gravité du système, ce qui fait tourner la roue. Ainsi, les deux roues motrices du module interne créent le roulement du corps sphérique du Sphero.

I.3. Architecture détaillée du robot Sphero

La composition du robot est fournie par le diagramme de définition des blocs Figure 3. L'avance et l'orientation du robot sont créées par le module interne qui possède deux blocs de motorisation identiques et indépendants (comprenant chacun en particulier une roue motrice et un moteur).

Le module interne est également équipé d'une centrale inertielle composée d'un magnétomètre (mesure du champ magnétique terrestre), d'un accéléromètre numérique (qui calcule les déplacements selon trois axes par double intégration des accélérations mesurées) ainsi que d'un gyromètre (mesure des vitesses de rotation en deg/s autour de trois axes) permettant d'acquérir les informations décrites par la Figure 2.

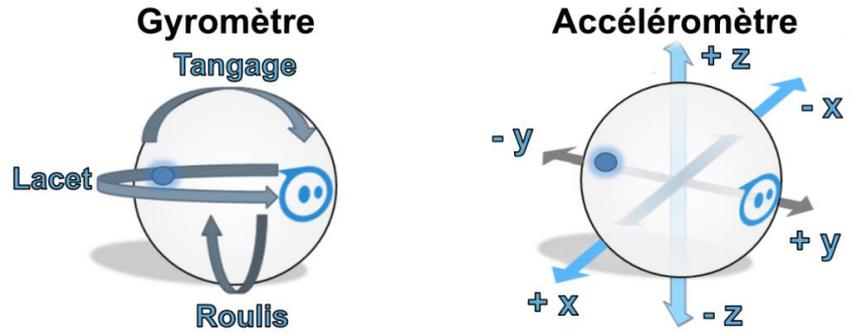


Figure 2 : Illustration des informations acquises par la centrale inertielle

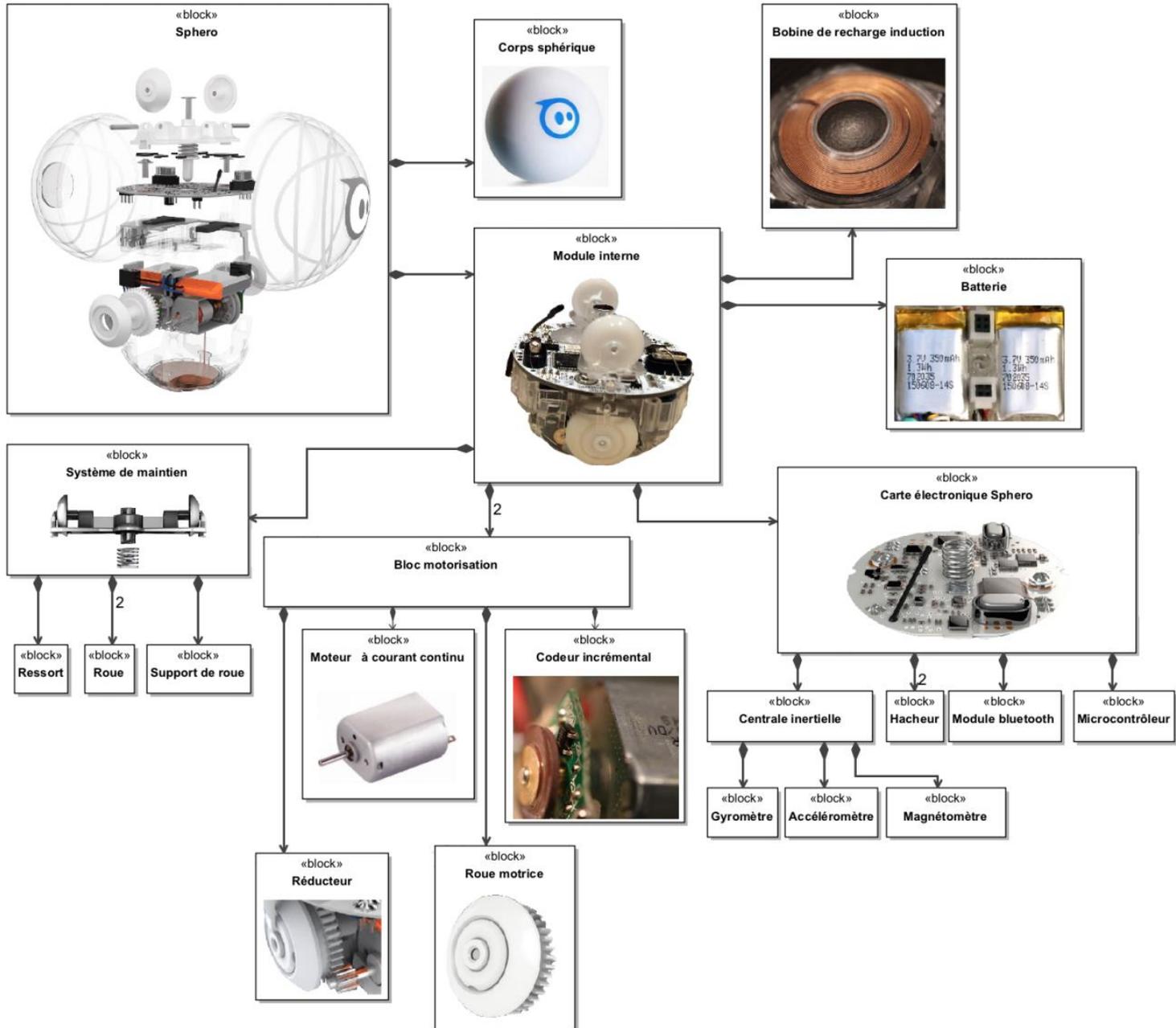


Figure 3 : Diagramme de définition des blocs du Sphéro

I.4. Manipulation et déplacement du robot Sphéro

Pour commander le robot, l'utilisateur dispose d'une application sur son smartphone (ou sa tablette). Une fois la connexion bluetooth établie entre le Sphéro et le smartphone, l'utilisateur peut mettre en mouvement le robot grâce à une interface tactile (Figure 4).

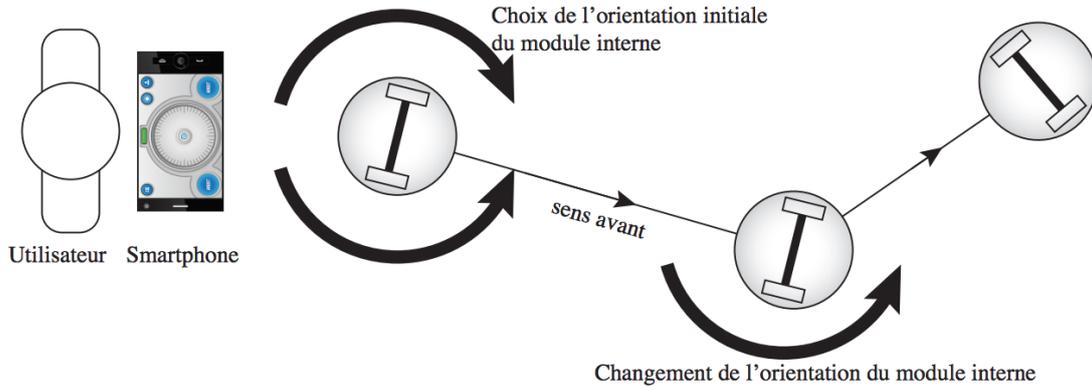


Figure 4 : Déplacement du robot

Un exemple de déplacement du robot Sphero est décrit par la Figure 4. Pour un cap donné le Sphero se déplace selon une trajectoire rectiligne. Lorsque le cap est changé par l'utilisateur, le module interne change son orientation autour d'un axe vertical de lacet et une nouvelle direction est ainsi imposée au Sphero. Ce dernier reprend un déplacement en ligne droite suivant le nouveau cap.

I.5. Performances attendues

Afin que l'utilisation du robot soit à la hauteur des attentes de l'utilisateur, le robot Sphero doit satisfaire les exigences définies Figure 5 (version plus lisible en fin d'énoncé)

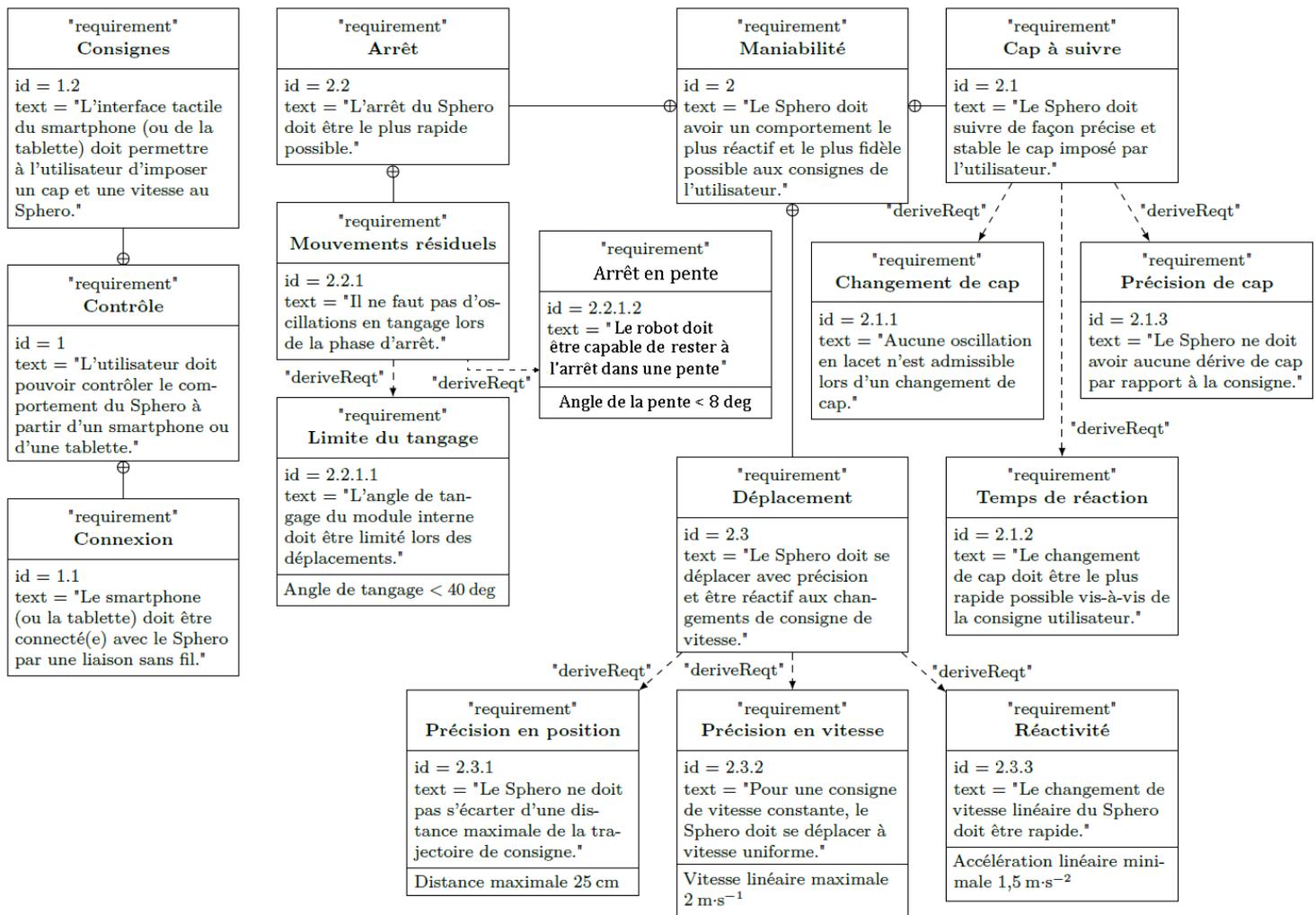


Figure 5 : Diagramme des exigences du Sphero

II. Respect de l'exigence 2 de maniabilité

La Figure 6 montre la trajectoire suivie par le Sphero lors d'un essai réalisé en mode non asservi.

A l'écran de l'ordinateur est affiché un parcours délimité par deux lignes et l'utilisateur peut cliquer à l'écran pour imposer au Sphero une consigne de cap. Celle-ci correspond à la direction du vecteur ayant pour origine la position mesurée du Sphero au moment du clic et pour extrémité le point cliqué à l'écran. L'expérimentation est réalisée en intérieur et sans aucune perturbation pouvant altérer le fonctionnement du robot. La vitesse du robot est volontairement limitée à 50% de sa vitesse maximale afin de rendre la manipulation plus aisée.

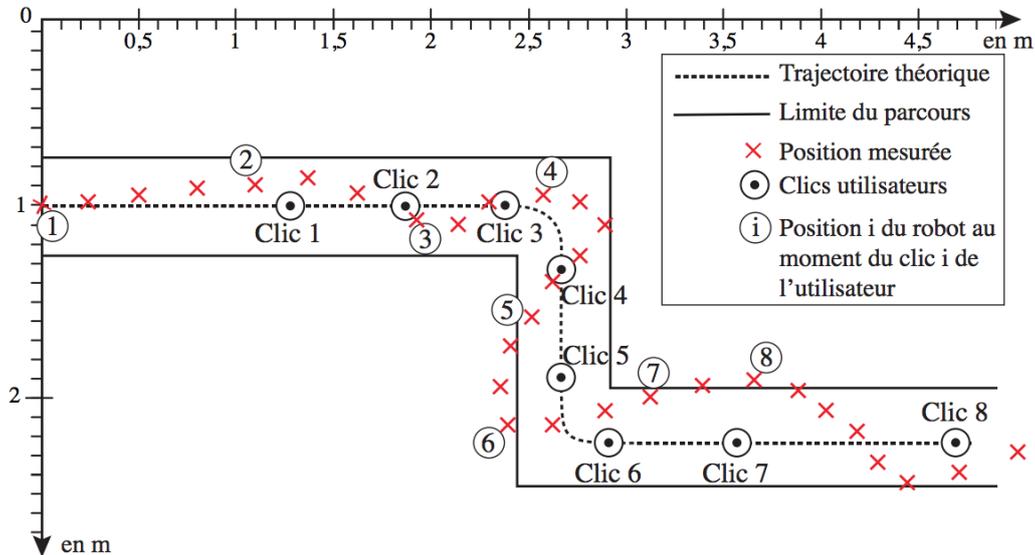


Figure 6 : Trajectoire du Sphero

Q1. En considérant le Sphero comme parfaitement asservi aux consignes de clic de l'utilisateur, quel serait le nombre minimal de consignes de changement de cap nécessaire pour faire évoluer le robot selon la trajectoire théorique ? Pour chacune de ces consignes de changement de cap quelle est la valeur du cap imposé (à l'instant initial le cap est de 0 deg) ?

Q2. D'après l'expérimentation, l'exigence 2.3.1 de maniabilité est-elle respectée ? Justifier la réponse.

III. Déplacement et réglage de cap du robot Sphero

Le robot est équipé de deux actionneurs (moteurs électriques à courant continu) indépendants. Il est de fait nécessaire de mettre en évidence le lien entre le comportement du robot Sphero et celui des actionneurs.

Objectif : Mettre en évidence la relation entre les actionneurs et le comportement du Sphero, afin de déterminer la façon dont les actionneurs doivent être commandés pour valider l'exigence 2.3.

III.1. Modélisation et paramétrage

1 désigne le corps sphérique du robot, **2** la roue motrice droite, **3** l'arbre moteur denté droit, **4** la roue motrice gauche, **5** l'arbre moteur denté gauche et **6** le châssis du module interne. Par la suite la désignation « module interne » correspond à l'ensemble {2, 3, 4, 5, 6}.

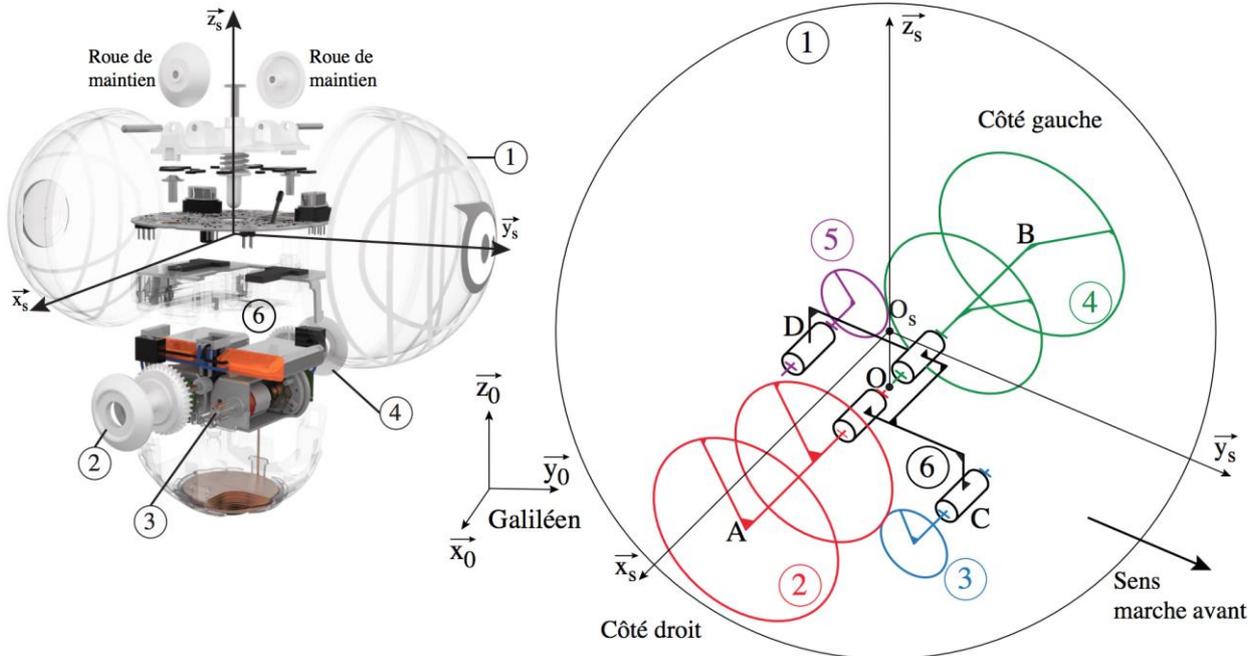


Figure 7 : Schéma cinématique 3D du Sphero (sans le système de maintien)

Le repère $R_s = (O_s, \vec{x}_s, \vec{y}_s, \vec{z}_s)$ accompagne le robot Sphero et est tel que $\vec{z}_s = \vec{z}_0$ à chaque instant du mouvement, avec \vec{z}_0 la verticale du lieu et \vec{y}_s dans la direction d'avance du robot. Le point O_s correspond au centre du corps sphérique du robot.

Le châssis du module interne possède une mobilité en lacet et une en tangage par rapport au corps du Sphero (voir Figure 2). Le roulis du châssis du module interne par rapport au corps sphérique 1 n'est pas possible du fait de la forme des roues et de leur matière.

Le repère $R_6 = (O, \vec{x}_6 = \vec{x}_s, \vec{y}_6, \vec{z}_6)$ se déduit du repère R_s par rotation d'angle α autour de l'axe (O, \vec{x}_s) . Cet angle α définit l'angle de tangage du châssis du module interne par rapport au repère R_s .

Le repère $R_{6'} = (O, \vec{x}_{6'}, \vec{y}_{6'}, \vec{z}_{6'} = \vec{z}_6)$ lié au châssis du module interne, se déduit du repère R_6 par rotation d'angle β autour de l'axe (O, \vec{z}_6) . Cet angle β définit l'angle de lacet du châssis du module interne par rapport au repère R_s .

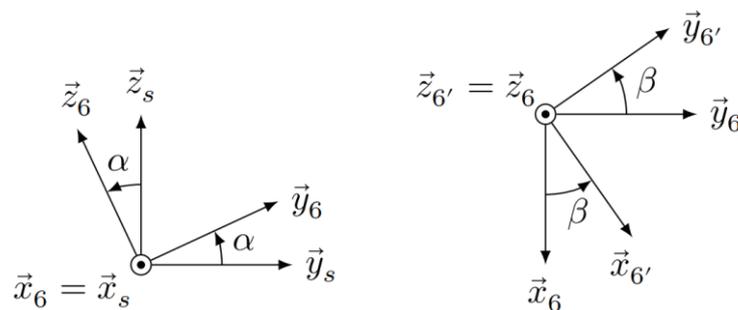


Figure 8 : Définition des repères R_6 et $R_{6'}$

La Figure 9 propose un schéma cinématique du Sphero projeté dans le plan $(O, \vec{y}_s, \vec{z}_s)$ ainsi que dans le plan $(O, \vec{x}_s, \vec{y}_s)$ (le système de maintien n'est pas pris en compte).

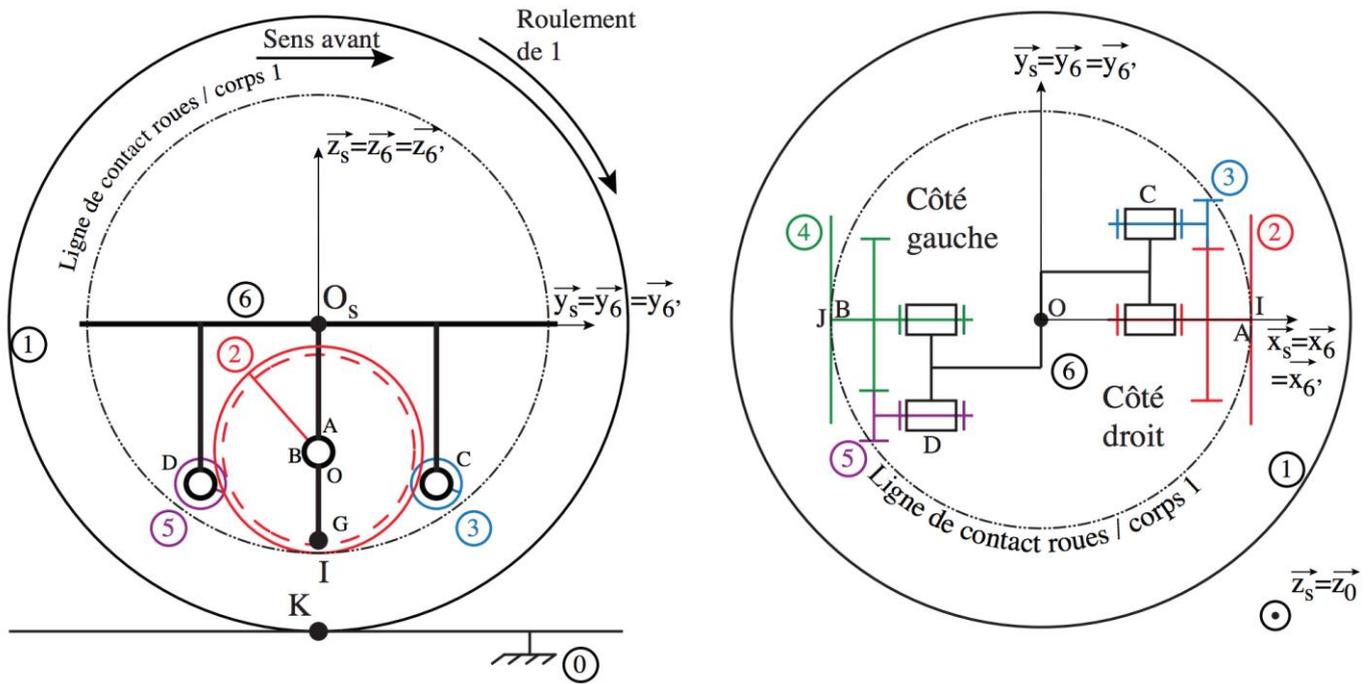


Figure 9 : Schémas cinématiques du Sphero vu de côté et de dessus avec $\alpha = 0$ et $\beta = 0$

Le graphe des liaisons du robot Sphero (sans le système de maintien) est présenté Figure 10.

Hypothèses :

L'hypothèse de roulement sans glissement sera adoptée au point I (point de contact 2/1), au point J (point de contact 4/1) et au point K (point de contact 1/0).

Modèles cinématiques :

Les torseurs cinématiques sont notés :

$$\{v_{i/j}\} = \begin{Bmatrix} p_{ij} & u_{ij} \\ q_{ij} & v_{ij} \\ r_{ij} & w_{ij} \end{Bmatrix}_{M, B_6'} = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega}_{i/j} = p_{ij}\overrightarrow{x_{6'}} + q_{ij}\overrightarrow{y_{6'}} + r_{ij}\overrightarrow{z_{6'}} \\ \overrightarrow{V}_{(M \in i/j)} = u_{ij}\overrightarrow{x_{6'}} + v_{ij}\overrightarrow{y_{6'}} + w_{ij}\overrightarrow{z_{6'}} \end{Bmatrix}_M$$

Données (avec hypothèse $\alpha = \beta = 0$) :

- $\overrightarrow{IA} = R \overrightarrow{z_{6'}} = \overrightarrow{JB}$ avec $R = 12$ mm rayon de la roue motrice 2
- $\overrightarrow{OA} = L \overrightarrow{x_{6'}} = -\overrightarrow{OB}$
- $\overrightarrow{OO_s} = h_r \overrightarrow{z_s}$ avec $h_r = 15$ mm
- $\overrightarrow{O_sK} = -R_s \overrightarrow{z_s}$ avec $R_s = 37$ mm rayon du corps sphérique 1
- Le rapport de réduction entre 2 et 3 (et entre 4 et 5) est noté k avec $k = \frac{p_{26}}{p_{36}} = \frac{p_{46}}{p_{56}} = -0.21$

Q3. Exprimer les conditions de roulement sans glissement aux points de contact I et J.

Q4. En exploitant la condition de roulement sans glissement au point de contact J, montrer que l'expression de r_{21} en fonction de p_{46} et p_{26} est de la forme $r_{21} = \lambda (p_{46} - p_{26})$. Déterminer λ en fonction de R et L .

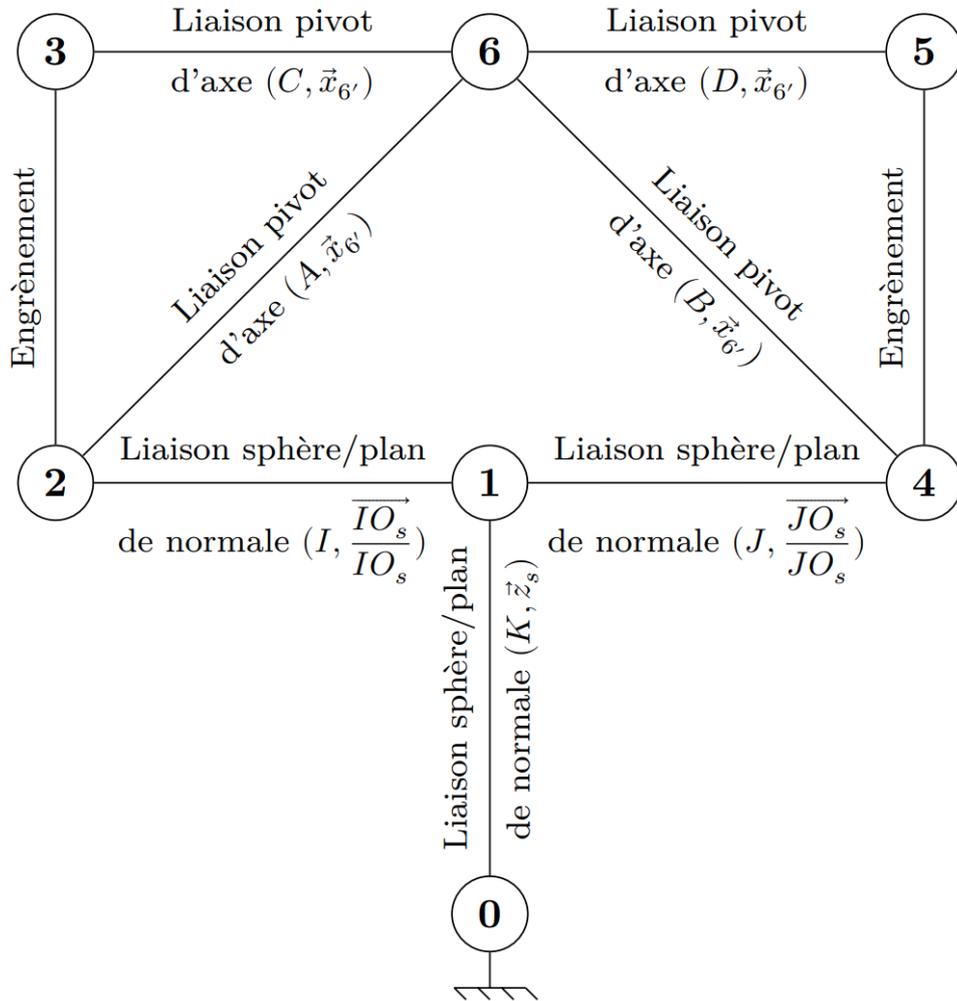


Figure 10 : Graphe des liaisons du Sphero

On rappelle que le roulis du châssis du module interne par rapport au corps sphérique **1** n'est pas possible du fait de la forme des roues et de leur matière. Le torseur cinématique $\{ \sqrt{6/1} \}$ en O_s est donc de la forme :

$$\{ \sqrt{6/1} \} = \begin{Bmatrix} p_{61} & 0 \\ 0 & 0 \\ r_{61} & 0 \end{Bmatrix}_{O_s, B_{61}}$$

où p_{61} correspond au taux de rotation en tangage du châssis du module interne par rapport au corps sphérique **1** du Sphero, et r_{61} correspond au taux de rotation en lacet du châssis du module interne par rapport au corps sphérique **1** du Sphero.

On se place dans les hypothèses correspondant aux schémas cinématiques Figure 9 ($\alpha=\beta=0$).

Q5. Par une relation de composition des mouvements écrite au point A et faisant intervenir les solides 1,2 et 6

- a) montrer que l'expression de r_{61} en fonction de p_{46} et p_{26} est de la forme $r_{61} = \lambda (p_{46} - p_{26})$
- b) en déduire l'expression de p_{21} en fonction de p_{46} et de p_{26}
- c) donner l'expression de p_{61} en fonction de p_{26} et de p_{46} sous la forme $p_{61} = \mu (p_{46} + p_{26})$. En déduire μ .

Q6. Montrer alors que l'expression de p_{61} est de la forme $p_{61} = \delta (p_{36} + p_{56})$ avec δ à déterminer.

Lors d'un changement de cap du Sphero le châssis du module interne admet un mouvement de lacet autour de l'axe $(O, \vec{z}_{6'})$. Le cap du robot Sphero est en fait imposé par celui du module interne. Le lacet du châssis du module interne ne doit pas induire de tangage car l'avance et le changement de cap du Sphero doivent être indépendants.

III.2. Comportement des actionneurs pour un changement de cap

- Q7.** *Quelle doit être la valeur de p_{61} lors d'un changement de cap ?*
- Q8.** *En déduire la relation entre les taux de rotation des moteurs du Sphero lors d'un changement de cap.*

III.3. Comportement des actionneurs pour un déplacement en ligne droite

- Q9.** *Quelle est la valeur de r_{61} lorsque le Sphero se déplace en ligne droite ?*
- Q10.** *En déduire la relation entre les taux de rotation des moteurs du Sphero afin que ce dernier puisse se déplacer en ligne droite.*

III.4. Vitesse d'avance et respect de l'exigence 2.3 de déplacement

Au point K de contact entre le corps **1** et le sol noté **0**, il y a roulement sans glissement. Le torseur cinématique de la liaison 1/0 s'écrit donc en K et dans la base $B_s(\vec{x}_s, \vec{y}_s, \vec{z}_s)$:

$$\{v^{1/0}\} = \begin{Bmatrix} p_{10} & 0 \\ q_{10} & 0 \\ r_{10} & 0 \end{Bmatrix}_{K, B_s}$$

- Q11.** *Lors d'un mouvement d'avance en ligne droite, donner la relation entre p_{10} , R_s et v la vitesse d'avance du robot par rapport au sol avec $v = \overline{V(0_s \in 1/0)} \cdot \vec{y}_s$*

Pour cette étude, on se place en régime établi où l'angle de tangage α du module interne est constant.

- Q12.** *Pour α constant et toujours lors d'un déplacement en ligne droite $\vec{x}_s = \vec{x}_{6'} = \vec{x}_6$, que vaut la composante $p_{60} = \overline{\Omega_{6/0}} \cdot \vec{x}_s$ correspondant à la vitesse de tangage du module interne par rapport au sol ?*
- Q13.** *En déduire la relation entre p_{10} et p_{61} .*

Le constructeur du robot Sphero annonce une vitesse maximale d'avance en ligne droite

$v = \overline{V(0_s \in 1/0)} \cdot \vec{y}_s = 2 \text{ m/s}$ alors que les moteurs possèdent un taux de rotation maximal de 6000 rpm = 6000 tr.min⁻¹.

- Q14.** *Déterminer l'expression de v en fonction de p_{36} et de p_{56} . Faire l'application numérique et conclure sur le respect de l'exigence 2.3.2*

Exercice : roue ez-wheel (extrait ccp MP 14)

I. La roue autonome

Ez-Wheel SAS est une entreprise française de technologie innovante fondée en 2009. Elle propose une gamme de roues électriques "clé en main", 100% intégrées. La roue autonome ez-Wheel (prononcer "easy-wheel") propose une solution simple pour tracter des équipements de manutention et de transport de charges, des véhicules légers et matériels médicaux (figure1). Le stator de la roue ez-Wheel est fixé sur le châssis de l'engin à déplacer et son rotor est assemblé directement sur sa roue.

La solution intègre, au sein d'une roue, tous les composants nécessaires à la traction : la motorisation électrique, des batteries haute énergie de très longue durée de vie, un contrôleur de puissance assurant un pilotage optimal et la gestion de la batterie ainsi qu'une interface de commande sans fil. La transmission de l'énergie est réalisée par un variateur (incorporé à la carte de commande), un moteur brushless, puis un réducteur (figure1).

II.Mise en situation

Nous nous proposons, dans ce sujet, d'étudier l'implantation de la roue autonome sur un fauteuil roulant (figure2). Pour ce genre d'application, où il est nécessaire de mettre en place deux roues autonomes sur le fauteuil, la commande des roues n'est pas aussi simple que pour des applications à une seule roue. En effet, en plus de gérer le mouvement d'avance du fauteuil, il faut également gérer ses changements de direction. Les deux ez-Wheel étant implantées sur chacune des deux roues arrière, le pilotage des deux roues est lié afin de maîtriser la direction du fauteuil. Chacune des deux roues est alors asservie par l'intermédiaire de capteurs mesurant la vitesse de rotation de l'arbre du moteur brushless.

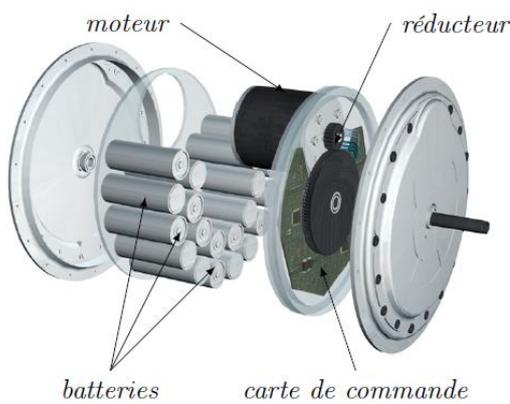


Figure 1 : Principaux éléments d'une roue ez-Wheel



Figure 2 : Prototype de fauteuil roulant équipé de deux ez-Wheel

Le fonctionnement du fauteuil motorisé désiré par la société ez-Wheel est le suivant : l'utilisateur fournit une commande au système via un joystick. La carte de commande génère alors un ordre au variateur qui distribue une énergie électrique adaptée au moteur électrique. L'énergie mécanique de rotation fournie par le moteur électrique est alors adaptée et transmise aux roues. Afin d'assurer l'asservissement en vitesse des roues (et donc du fauteuil), des capteurs permettent de mesurer la vitesse de rotation sur l'arbre de sortie du moteur.

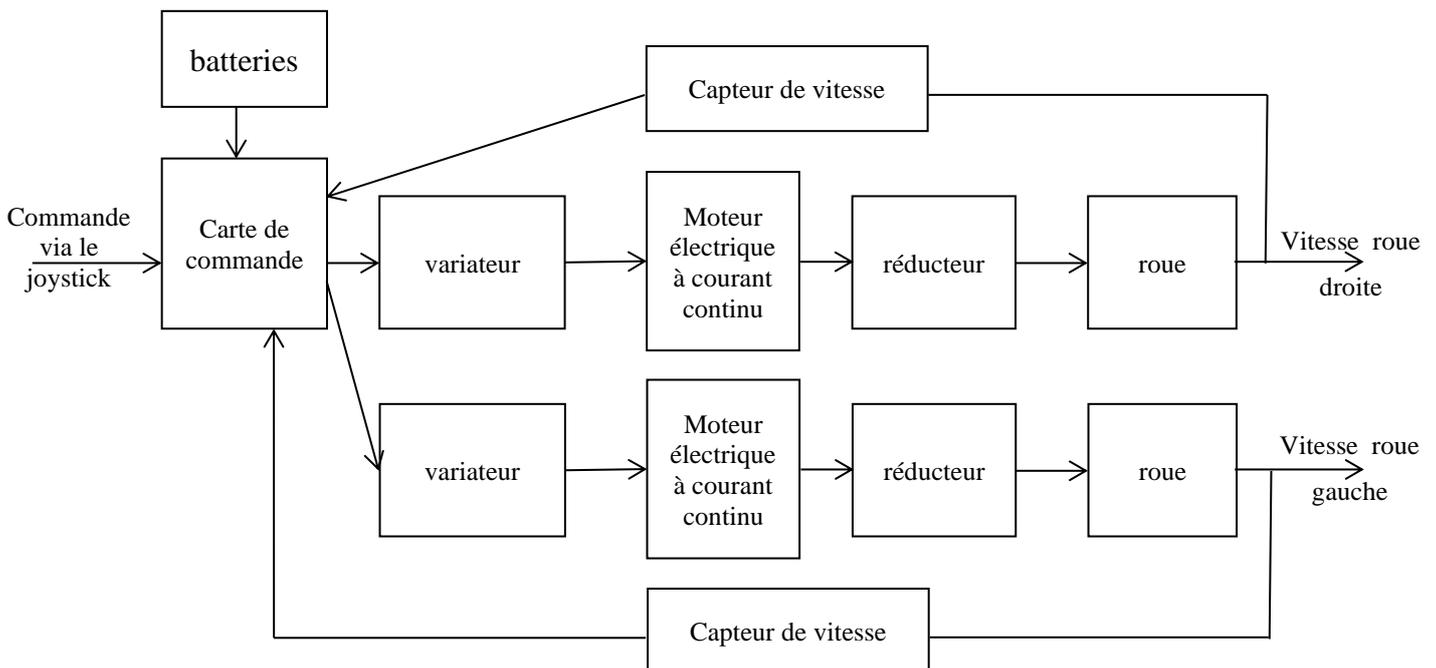


Figure 3 : schéma-bloc fonctionnel

Afin de commander le déplacement du fauteuil, l'utilisateur dispose d'un joystick (figure 4).

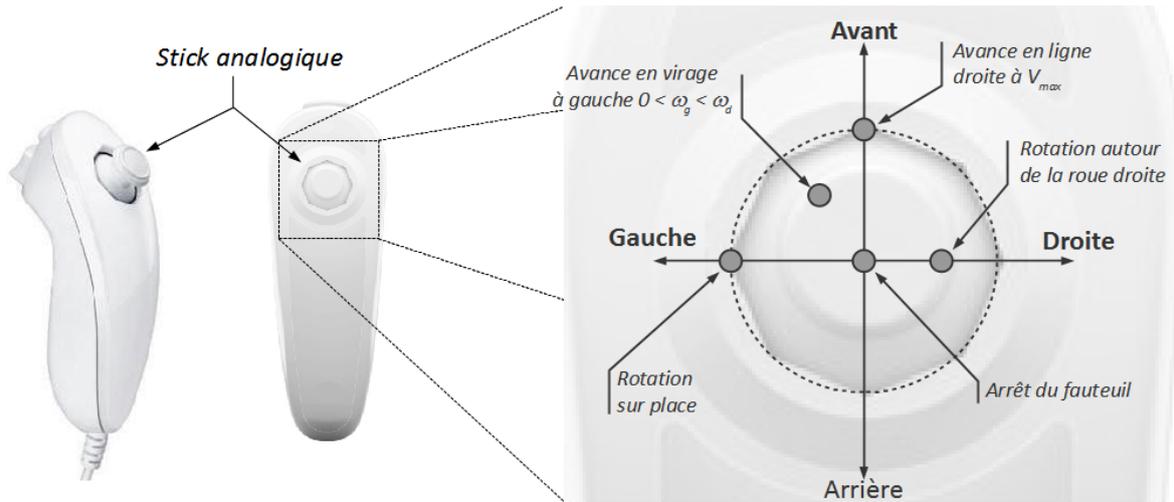


Figure 4 : Consignes de commande des roues en fonction de la position de la manette de commande

Cette manette de contrôle permet de piloter deux grandeurs (figure 5 et figure 6) : La vitesse du fauteuil, notée $V(t) = \|\vec{V}(O_f, R_f/R_0)\|$ et Le rayon de courbure du fauteuil, noté $\rho(t)$.

Les deux motoréducteurs ez-Wheel sont asservis en vitesse de rotation.

Objectif : Afin de vérifier les performances, relier les consignes en vitesse de rotation des deux moteurs et les consignes du joystick.

III. Relation entre les consignes joystick et les consignes moteur

Les hypothèses de la modélisation du déplacement du fauteuil sont (figures 5 et 6) :

- Le mouvement du fauteuil sans les roues est un mouvement plan sur plan $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ par rapport au référentiel fixe R_0 . Le point O est le centre de courbure du mouvement du fauteuil (appelé aussi centre instantané de rotation);
- Les deux roues arrière du fauteuil roulent sans glisser par rapport au référentiel fixe R_0 ;
- La roue arrière gauche, notée R_g , est en liaison pivot d'axe (O_g, \vec{y}_f) par rapport au châssis du fauteuil
- La roue arrière droite, notée R_d , est en liaison pivot d'axe (O_d, \vec{y}_f) par rapport au châssis du fauteuil ;
- Le rayon de courbure $\rho(t)$ est constant.

Notations :

- Référentiel fixe : $R_0 (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$;
- Référentiel lié au châssis du fauteuil : $R_f (O_f, \vec{x}_f, \vec{y}_f, \vec{z}_f)$ avec $\vec{z}_0 = \vec{z}_f$;
- Référentiel lié à la roue gauche : $R_g (O_g, \vec{x}_g, \vec{y}_g, \vec{z}_g)$ avec $\vec{y}_f = \vec{y}_g$;
- Référentiel lié à la roue droite : $R_d (O_d, \vec{x}_d, \vec{y}_d, \vec{z}_d)$ avec $\vec{y}_f = \vec{y}_d$;
- $\vec{\Omega}(R_f/R_0) = \frac{d\beta}{dt} \vec{z}_0 = \dot{\beta} \vec{z}_0$;
- $\vec{\Omega}(R_g/R_f) = \omega_g \vec{y}_f = \frac{d\theta_g}{dt} \vec{y}_f = \dot{\theta}_g \vec{y}_f$;
- $\vec{\Omega}(R_d/R_f) = \omega_d \vec{y}_f = \frac{d\theta_d}{dt} \vec{y}_f = \dot{\theta}_d \vec{y}_f$;
- $\vec{OO}_f = -\rho \vec{y}_f$
- $\vec{O_dO}_f = \vec{O}_f\vec{O}_g = \frac{a}{2} \vec{y}_f$ avec $a = 700 \text{ mm}$ la largeur du fauteuil ;
- I_g (respectivement I_d) est le point de contact entre la roue gauche (respectivement la roue droite) et le sol : $\vec{I}_g\vec{O}_g = \vec{I}_d\vec{O}_d = R \vec{z}_0$ avec R le rayon des roues arrière ;

Q1 : Donner : La valeur de ρ et la relation entre ω_g et ω_d lorsque la trajectoire du fauteuil est une droite puis lorsque le fauteuil tourne autour de l'axe (O_f, \vec{z}_0) ;

Q2 : Donner Les valeurs de ρ et ω_g lorsque le fauteuil tourne autour de l'axe (O_g, \vec{z}_0) .

Q3 : Ecrire trois expressions de $\vec{V}(O_f, R_f/R_0)$:

- a) En fonction de R , a , ω_g et $\dot{\beta}$ en utilisant le roulement sans glissement au point I_g ;
- b) En fonction de R , a , ω_d et $\dot{\beta}$ en utilisant le roulement sans glissement au point I_d ;
- c) En fonction de ρ et $\dot{\beta}$.

Q4 : En déduire les expressions de ω_g et ω_d en fonction de $V(t)$, de ρ et des données géométriques du fauteuil.

Ces vitesses exprimées représentent les consignes de vitesses de chacun des moteurs permettant le déplacement en virage du fauteuil équipé des roues ez-wheel.

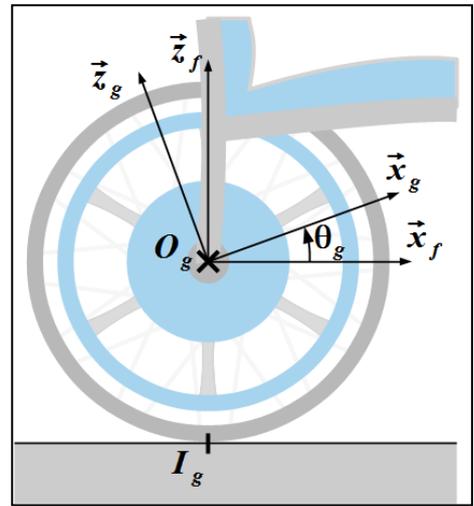
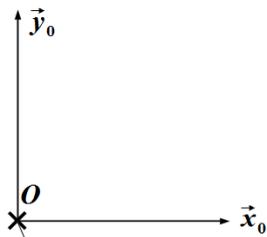


Figure 6 : Paramétrage de la roue gauche du fauteuil

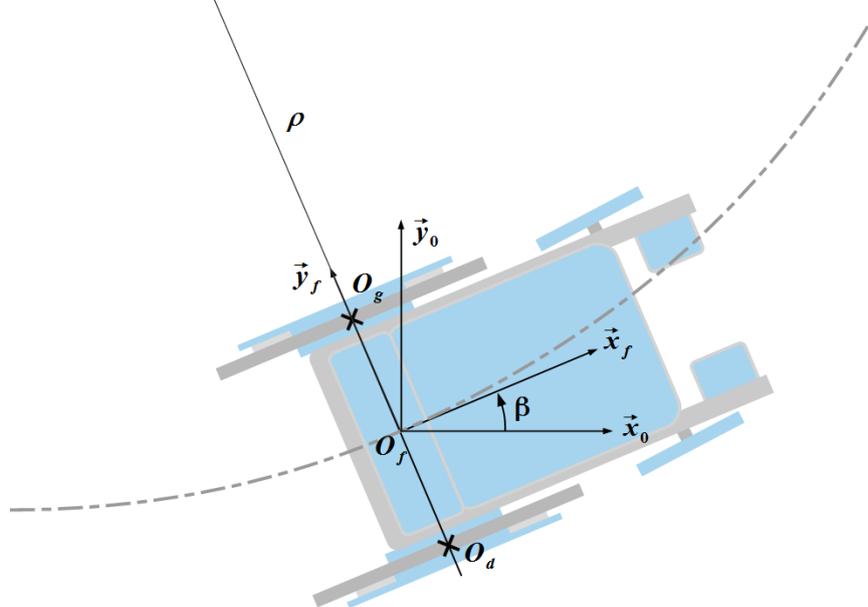


Figure 5 : Paramétrage du fauteuil en virage

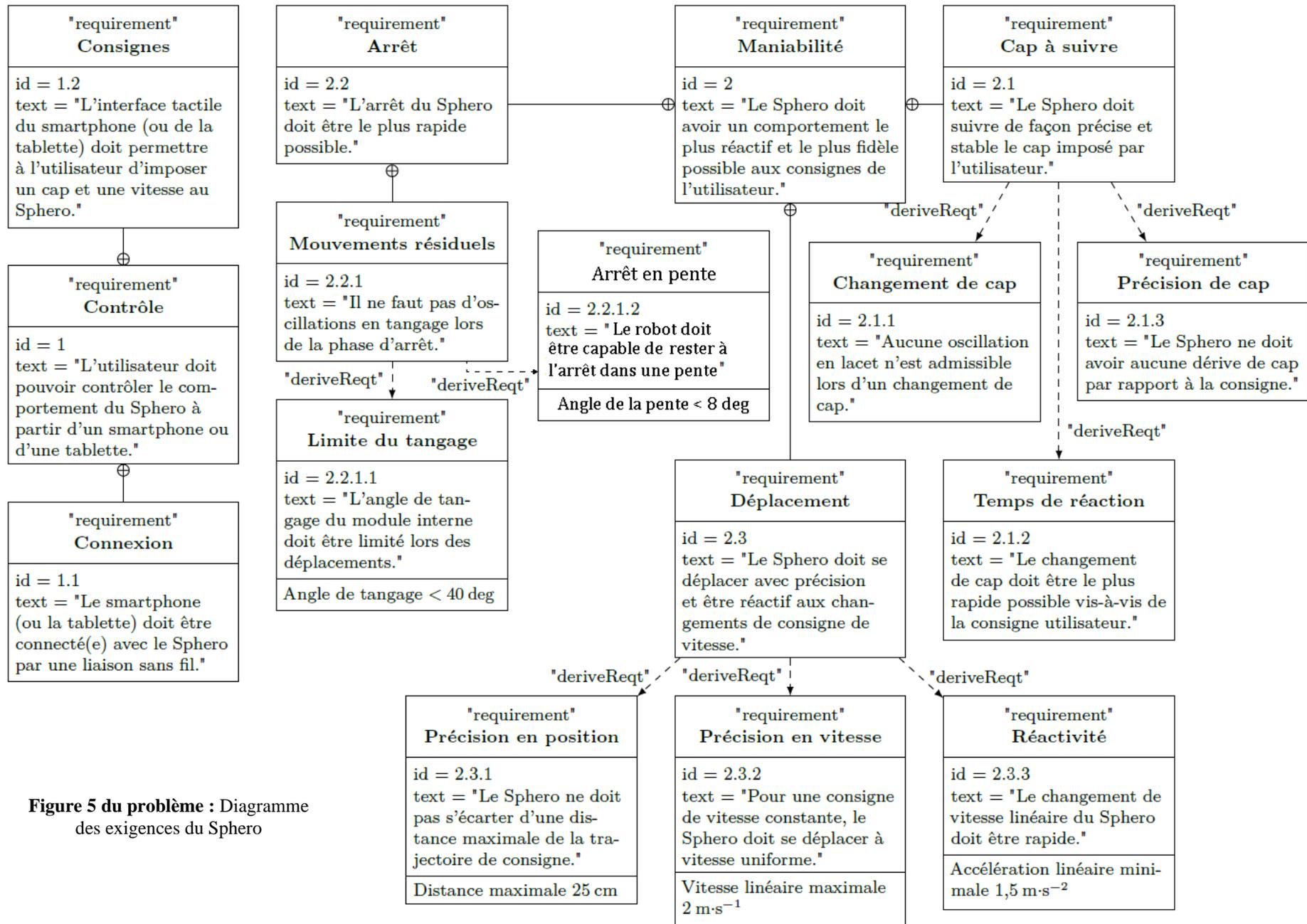


Figure 5 du problème : Diagramme des exigences du Sphero