

# Problème 1 : radar de poursuite

## Présentation

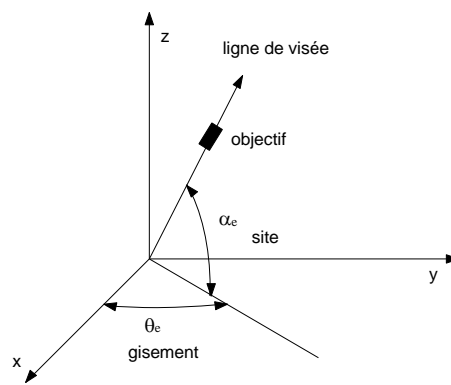
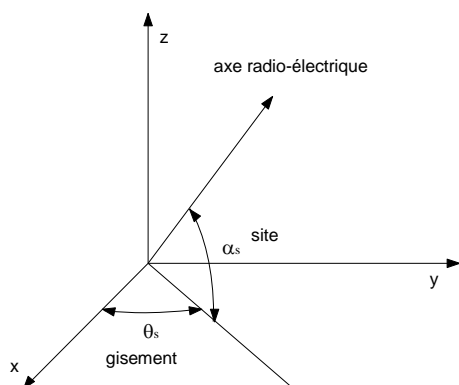
On envisage l'étude de l'asservissement en position angulaire de l'antenne d'un radar de poursuite destiné à connaître avec précision la position et la vitesse d'un mobile évoluant dans l'espace aérien.

Placé sur le nez d'un avion, le système comporte une antenne parabolique émettant dans une direction précise appelée axe radio-électrique, cet axe est repéré par les angles de « site » et de « gisement » comme le montre la figure ci-dessous.



Extrait du cahier des charges :

Exigence	Critères	Niveaux
Suivre la position mobile d'un engin visé	Rapidité à un changement de position brusque d'une cible	Tr5% < 0.2 s
	Précision de suivi d'une cible évoluant à vitesse constante	Erreur de traînage < 2 rad



Des capteurs de position permettent d'avoir en permanence une image des angles  $\alpha_s$  et  $\theta_s$ .

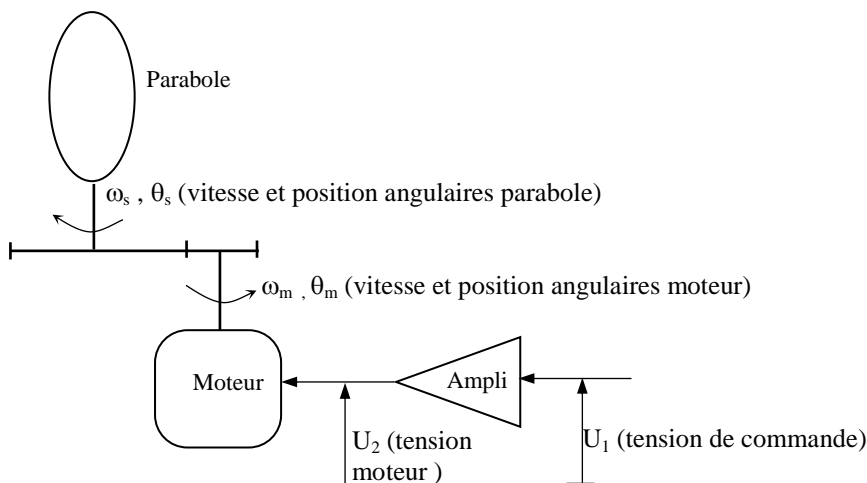
En présence d'une cible réfléchissante, l'écho reçu par la parabole dépend du « dépointage angulaire » entre l'axe radio-électrique et la ligne de visée.

Le radar est capable de délivrer deux tensions proportionnelles aux écarts angulaires  $(\theta_e - \theta_s)$  et  $(\alpha_e - \alpha_s)$ .

On se propose d'étudier l'asservissement en gisement de la tourelle porte-parabole dont l'organisation matérielle est donnée par la figure suivante. L'asservissement en site se fera sur le même principe.

## Modélisation du système

### Schéma structurel



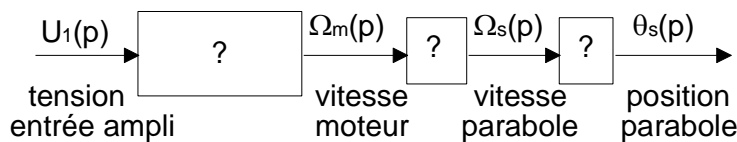
**Valeurs numériques:**

Rapport de réduction du réducteur de vitesse =  $\frac{1}{r} = \frac{\theta_s}{\theta_m} = 10^{-3}$

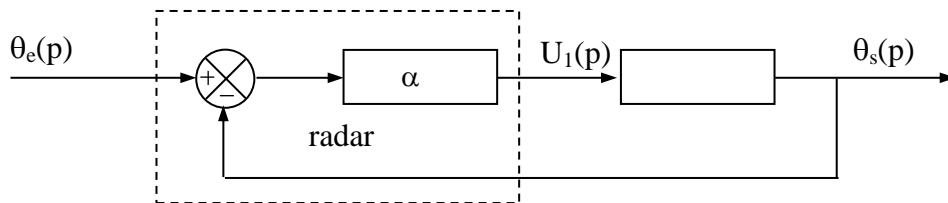
Coefficient d'amplification de puissance =  $A = \frac{U_2}{U_1} = 10$

Fonction de transfert du moteur =  $G_m(p) = \frac{K_m}{1 + T_m p}$  avec  $K_m = 20 \text{ rad/V.s}$  et  $T_m = 0,04 \text{ s}$

**Q1.** Compléter le schéma-bloc suivant et exprimer la fonction de transfert  $H(p) = \frac{\theta_s(p)}{U_1(p)}$ .



On envisage le fonctionnement du système en asservissement, ce qui conduit au schéma-bloc suivant, où  $\alpha$  est la valeur de réglage du gain d'amplification de l'erreur détectée par le radar.



**Q2.** Calculer la valeur à donner au coefficient  $\alpha$  pour que le temps de réponse soit le plus faible possible lorsqu'on excite le système par un échelon de position. Préciser son unité. Déterminer alors le temps de réponse.

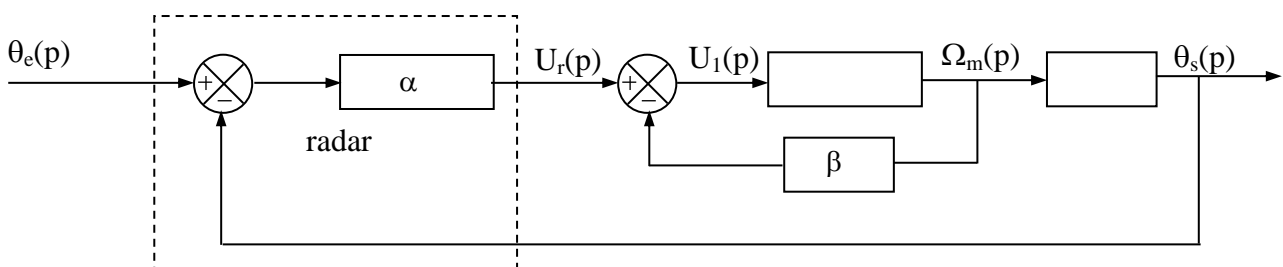
Dans la suite du problème, on adopte cette valeur de  $\alpha$ .

**Q3.** Déterminer la marge de phase du système par lecture des diagrammes de Bode ci-dessous.

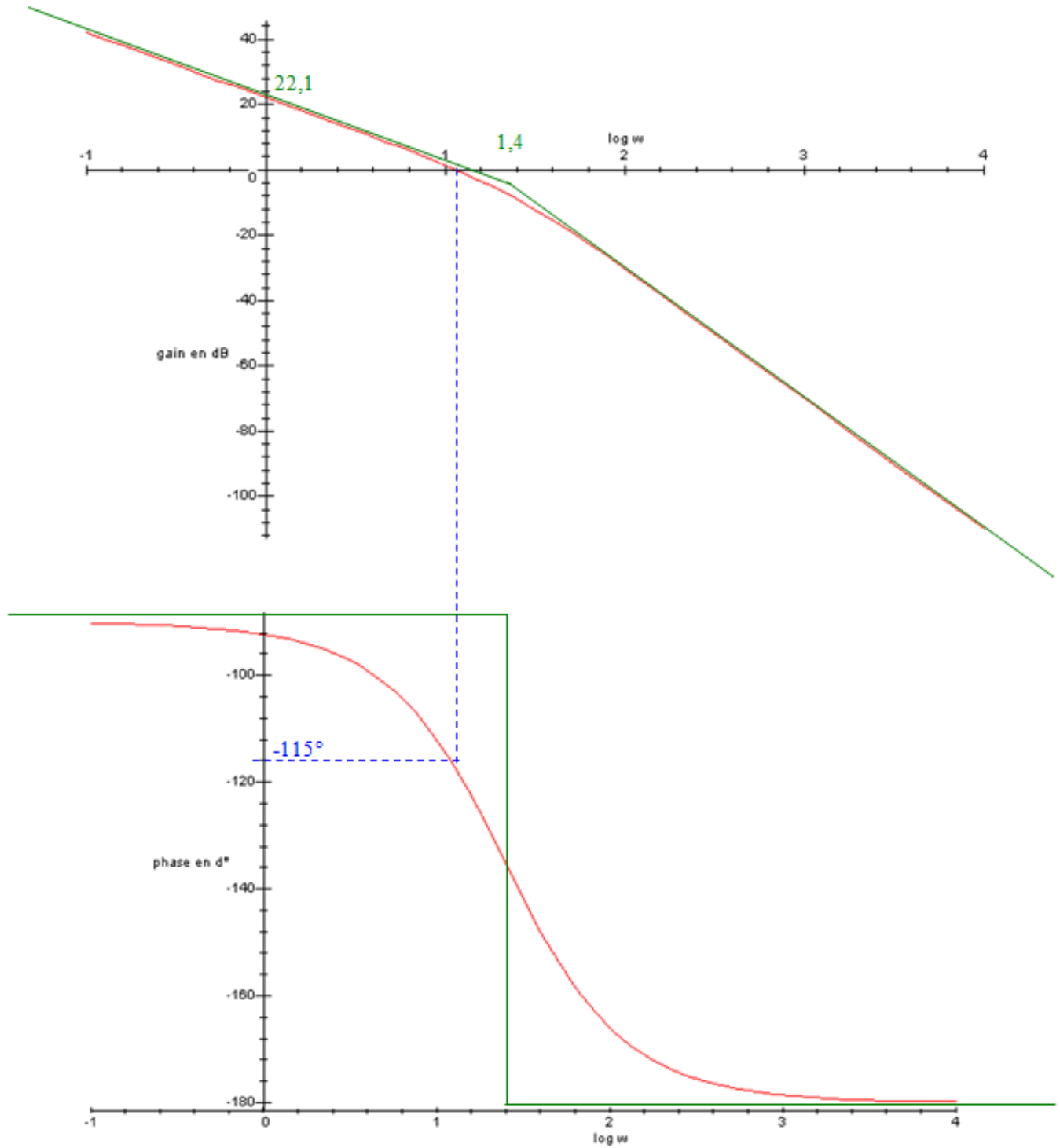
**Q4.** Exprimer puis calculer l'écart en vitesse  $\varepsilon_v$  si la cible évolue à une vitesse constante telle que  $\theta_e = \Omega_0 t u(t)$  avec  $\Omega_0 = 0,5 \text{ rad/s}$ .

**Q5.** Conclure vis-à-vis du cahier des charges

Pour améliorer les performances d'un tel système, on réalise une boucle de retour de vitesse dite « retour tachymétrique » : la génératrice tachymétrique connectée sur l'arbre moteur est représentée par un gain pur  $\beta$  car sa bande passante est grande devant celle du système (son temps de réponse est faible).



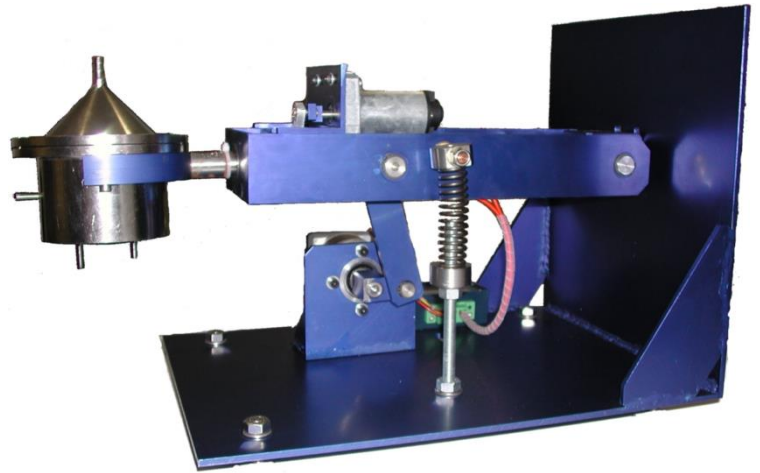
- Q6.** Calculer les valeurs de  $\alpha$  et  $\beta$  qui permettent de limiter l'écart en vitesse à  $0,02 \text{ rad}$  (avec  $\Omega_0 = 0,5 \text{ rad/s}$ ) tout en ayant le temps de réponse minimum pour une entrée en échelon de position. Déterminer alors le temps de réponse. Quelle est la marge de phase du système ainsi réglé ?
- Q7.** Conclure vis-à-vis du cahier des charges. Quels sont les avantages amenés par la correction à retour tachymétrique ?



## Problème 2 : Enceinte thermostatée

Dans le cadre d'expérimentations pour soigner les malades du diabète, une équipe de chercheurs travaille sur une technique de greffe de cellules du pancréas. Ces cellules sont obtenues à partir d'un pancréas issu d'un don d'organes. Elles sont isolées du pancréas puis purifiées. Ces dernières, responsables de la sécrétion d'insuline, sont, après un maintien en culture (24 à 48 heures) greffées à un patient diabétique.

Afin d'isoler les cellules, on place des fragments de pancréas au sein d'une petite enceinte thermostatée (photo). On a préalablement injecté un mélange d'enzymes à l'intérieur du pancréas. Une fois placés



dans l'enceinte, les fragments de pancréas vont «baigner» dans cette enzyme, ce qui va enclencher un phénomène de digestion. Tout au long de la manipulation, la solution va circuler, dans un circuit fermé constitué de l'enceinte, de tuyaux et d'une pompe. Pour faciliter l'action de l'enzyme, l'opération se fait sous agitation permanente. La digestion est aussi facilitée par le mouvement de billes en acier au sein de l'enceinte. L'agitation dure 1h30 à 2h30 et doit permettre la libération et la récolte des cellules du pancréas.

Nous allons dans la suite étudier la régulation en température de l'enceinte thermostatée.

La température de la solution est modifiée en suivant un protocole établi afin d'optimiser l'extraction.

- Élévation de la température de 15 °C à 37 °C.
- Maintien de la Chambre à 37 °C pendant 20-30 min.
- Début des manipulations à 37 °C pendant 10 min environ.
- Abaissement de la température à 20 °C.
- Fin des manipulations à 20 °C pendant 1h30.

Extrait du cahier des charges :

exigence	Critères	Niveaux
Réguler la température de l'enceinte thermostatée	Montée en température rapide	3 minutes maximum
	Température maximale sinon risque de cuisson des îlots	37.5°C
	Précision de température	+/-0.5°C

La maîtrise de la température joue un rôle crucial. L'objectif de notre étude est de réduire les temps de réaction et d'augmenter la précision en température du système de chauffage.

Nous utilisons, pour chauffer la solution circulant dans la chambre, un collier chauffant situé sur le pourtour de la chambre, alimenté en tension par une unité comprenant un correcteur et un amplificateur.

Cette unité élabore une tension, dépendant de la tension de consigne fournie par un appareillage auxiliaire  $U_{ic}$  (non étudié) et de la tension  $U_t$  provenant d'un capteur de température situé dans la chambre.

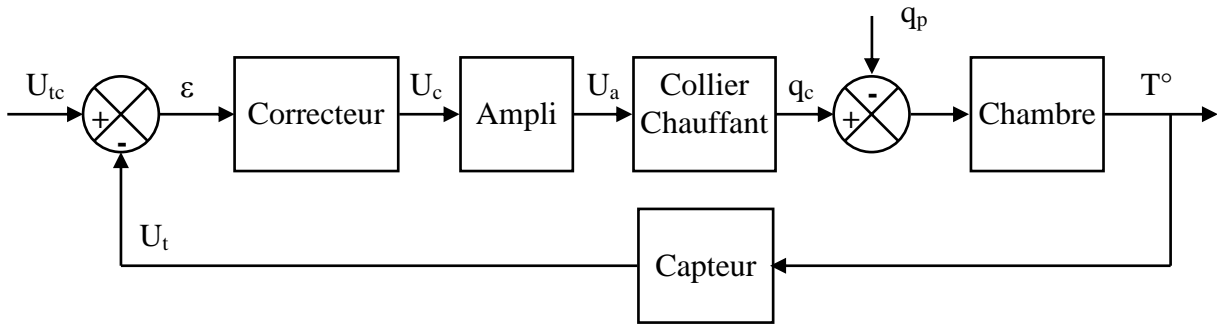


Figure : Schéma bloc de la régulation

$U_{tc}$  : tension de consigne,

$U_t$  : tension à l'image de la température (capteur de température dans la chambre),

$U_a$  : tension d'alimentation du collier chauffant,

$q_c$  : énergie calorifique fournie par le collier chauffant,

$q_p$  : énergie calorifique perdue ou reçue par la chambre, perte par convection, par circulation de l'enzyme.

### Identification du système

On ouvre la boucle de régulation en ne gardant que l'ampli, le collier chauffant, la chambre et le capteur de température (figure ci-dessous).

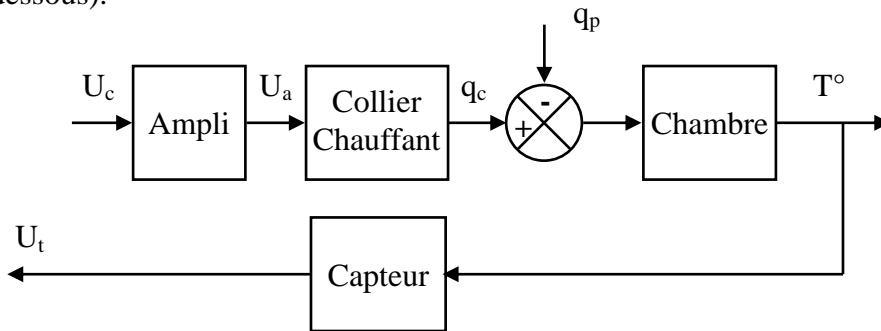


Figure : Boucle ouverte

Le système est stabilisé à 17°C avec une tension  $U_c = 0V$ . Le capteur de température est calibré pour fournir une tension de 0V à cette température.

On applique brusquement une tension de 10V à l'entrée de l'amplificateur. On relève à l'aide du capteur de température l'augmentation de température (valeur de tension en sortie du capteur de température  $U_t$ ).

**Q1 :** A l'aide du tracé expérimental du document réponse « Réponse indicielle et Zoom » qui correspond à l'augmentation de tension  $U_t$  en sortie du capteur de température, identifiez la fonction de transfert du système en Boucle ouverte définie par le rapport :

$$FTBO = \frac{U_t}{U_c}$$

**Lire la suite de la question avant de répondre !**

on pourra utiliser la forme générale suivante pour l'identification :

$$\frac{U_t}{U_c} = \frac{G}{(1 + \tau_1 p) \cdot (1 + \tau_2 p)}$$

Remarque si  $\tau_1 \ll \tau_2$  on peut approximer  $\tau_1$  comme l'intersection de la tangente au point d'inflexion de la courbe avec l'axe des abscisses. (au point d'inflexion la courbe change de courbure)  $\tau_1 + \tau_2$  est obtenu par l'intersection de cette tangente avec l'asymptote à l'infini.

*Vous justifierez la forme générale de la fonction de transfert et préciserez les valeurs de  $G$ ,  $\tau_1$  et  $\tau_2$ .  
Vous réaliserez les tracés nécessaires sur le document réponse « Réponse indicielle et Zoom ».*

### Analyse des performances

On réalise maintenant le bouclage du système avec un correcteur de fonction de transfert  $C(p) = 1$ .

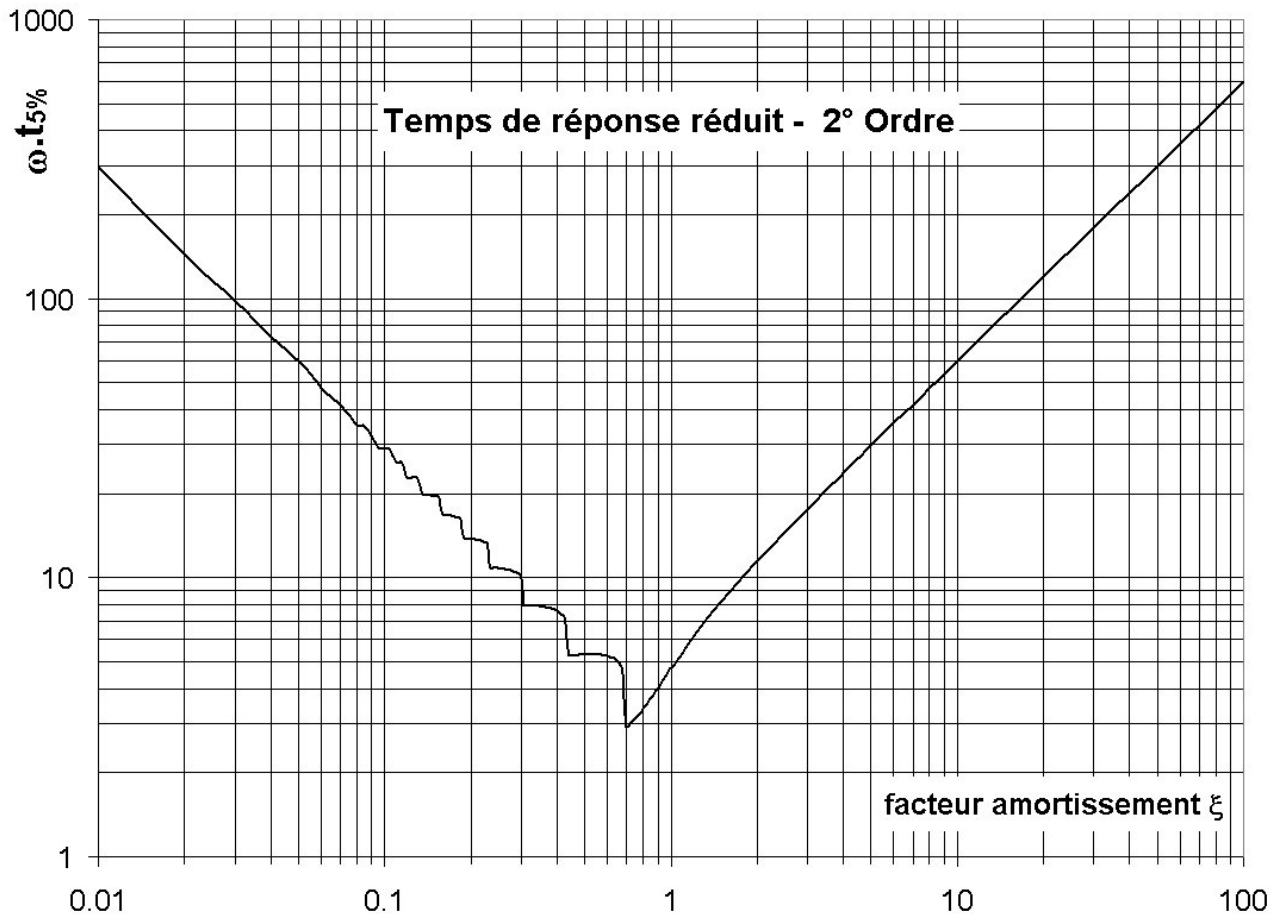
On considère maintenant le système régulé avec pour entrée  $U_{ic}$  tension de consigne image de la température de consigne et pour sortie  $U_t$ , tension image de la température. La boucle de retour est alors unitaire. Le capteur de température se trouve dans la chaîne directe.

**Q2 :** Tracez le schéma bloc de la régulation afin d'avoir un retour unitaire, une entrée  $U_{ic}$  et la sortie  $U_t$ .

A partir d'une identification précise et en considérant la perturbation nulle, on trouve la Fonction de Transfert en **Boucle Ouverte** (sans correcteur) de ce système égale à :

$$\frac{U_t}{U_c} = \frac{0,5}{(1+5p).(1+100.p)}$$

**Q3 :** Déterminez la Fonction de transfert en boucle fermée et Calculez le temps de réponse à 5% du système régulé, en vous aidant de la figure ci-dessous : « Temps de réponse réduit pour second ordre ». Faites l'application numérique et concluez quant au niveau des performances réalisées vis-à-vis du cahier des charges.



**Q4 :** Calculez les écarts pour une entrée en échelon (écart statique en position  $\epsilon_s = \lim_{t \rightarrow \infty} (U_{ic}(t) - U_t(t))$ ) et pour une entrée en rampe (écart statique en vitesse  $\epsilon_v = \lim_{t \rightarrow \infty} (U_{ic}(t) - U_t(t))$ ). Faites les applications numériques.

**Q5 :** Tracez le diagramme de Bode de la fonction de transfert en Boucle ouverte du système ; utilisez le document réponse sur lequel vous réaliserez le tracé du gain et du déphasage.

Précisez :

- les asymptotes et les pulsations de cassure
- l'expression du gain en décibels et du déphasage en fonction de la pulsation  $\omega$ ,
- les valeurs du gain en décibels et du déphasage pour  $\omega = 0,01 \text{ rad.s}^{-1}$ ,  $\omega = 0,1 \text{ rad.s}^{-1}$  et  $\omega = 1 \text{ rad.s}^{-1}$ ,
- l'allure réelle des courbes de gain et de phase.

## Amélioration des performances

On désire améliorer les performances de la commande afin de réduire les temps de réaction du système en utilisant un correcteur  $C(p)$ . La FTBO du système définie à la question 2 devient :

$$\frac{U_t}{U_c} = \frac{0,5}{(1+5p).(1+100.p)} . C(p)$$

**Q6 :** pour  $C(p)=K$ , correcteur à action proportionnelle.

Déterminez la valeur de  $K$  permettant d'avoir une marge de phase de  $45^\circ$ , c'est-à-dire :

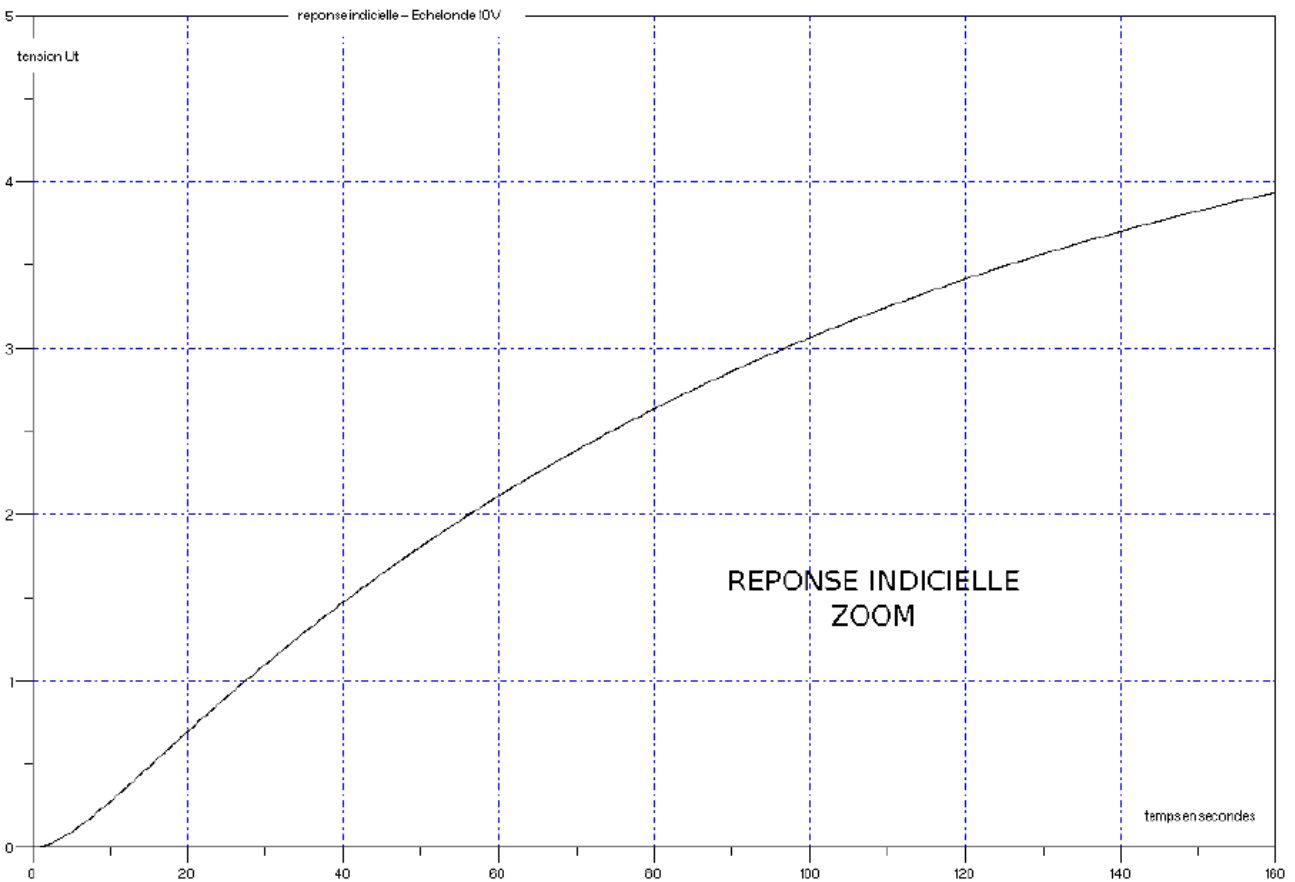
$\text{Arg}(H(j\omega_1)) = -135^\circ$  avec  $\omega_1$  telle que  $G_{dB}(\omega_1) = 0 \text{ dB}$  ( $H(p)$  : FTBO du système)

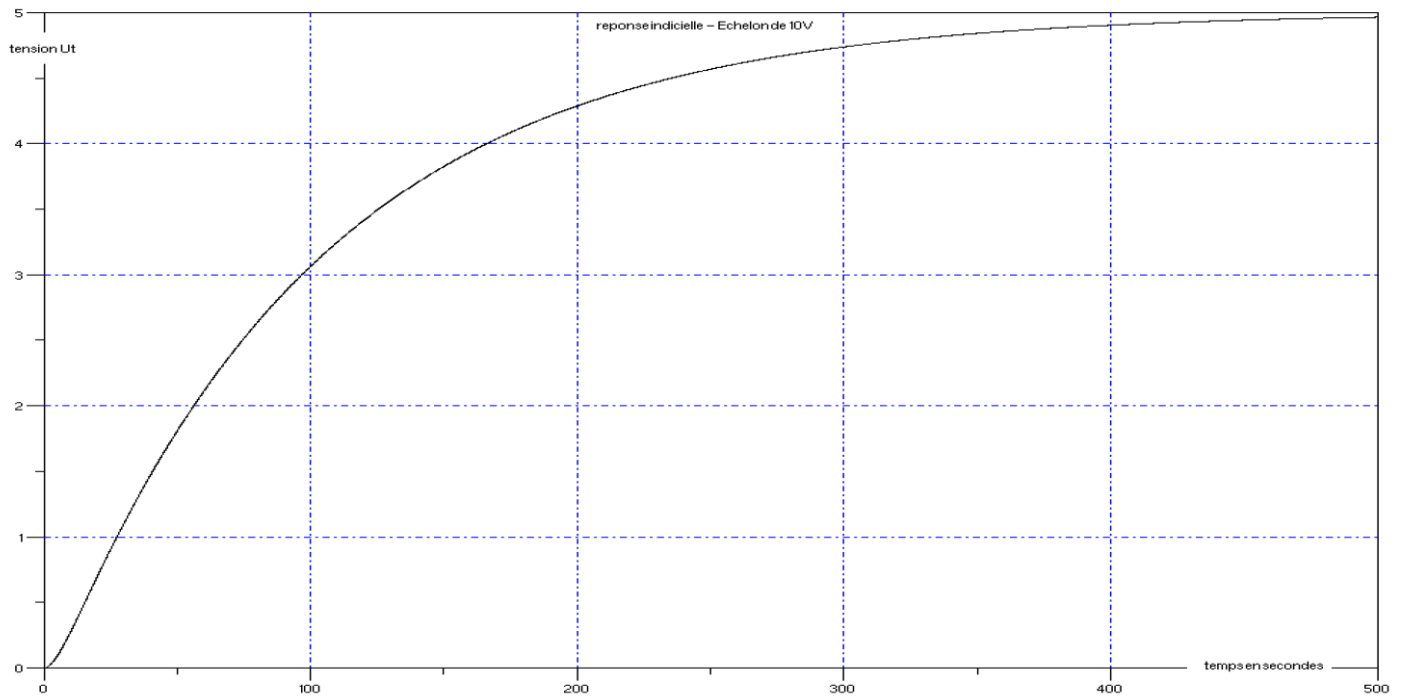
Pour répondre à cette question, vous pouvez faire le calcul ou vous appuyez sur le diagramme de Bode fait à la question précédente.

**Q7 :** En déduire les nouveaux éléments de performances, temps de réponse à 5%, écart statique en position et écart statique en vitesse. Faites l'application numérique et concluez vis-à-vis du cahier des charges.

## Document réponse

### Q1 - Réponse indicielle et Zoom





### Problème 3 : Ariane 5

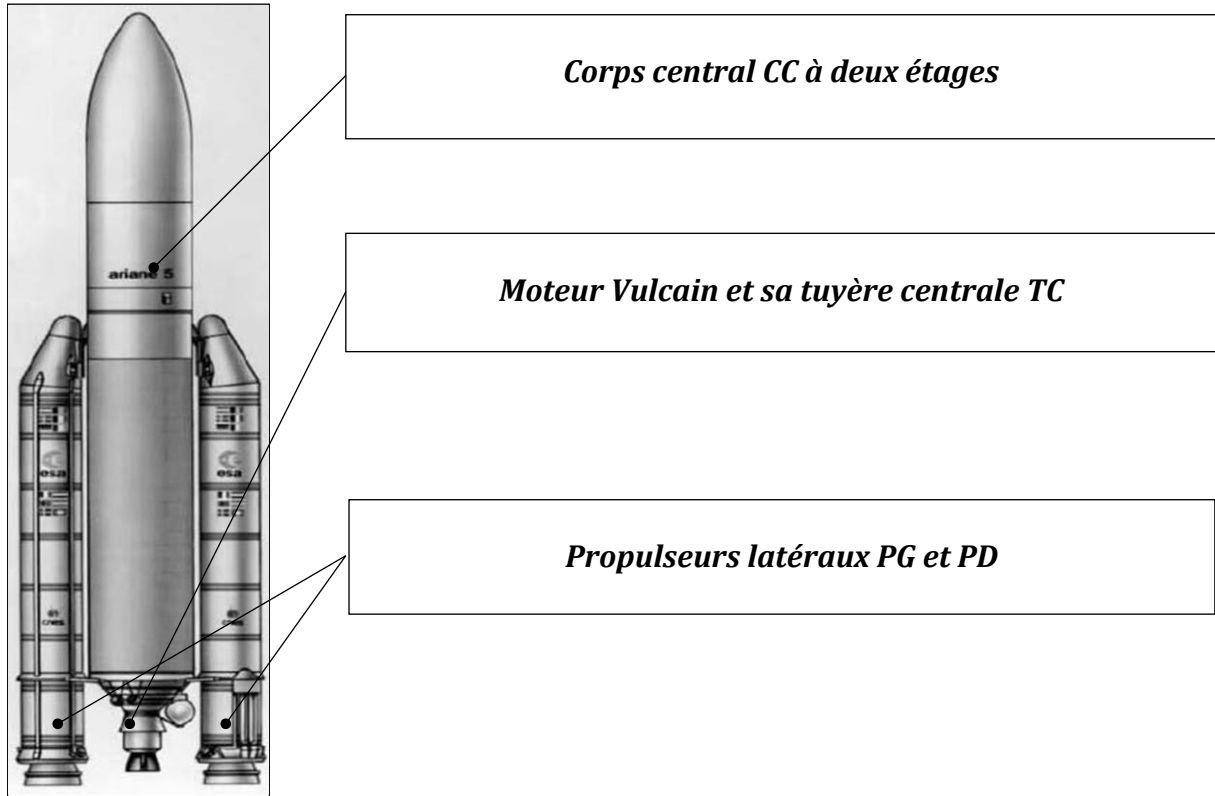
Avec une technologie à corps central à deux étages et deux propulseurs latéraux, Ariane 5 a marqué une évolution notable dans la famille des lanceurs européens. Ce choix permet d'obtenir une grande source de puissance au décollage et une meilleure gestion de la position et de la répartition des masses. En revanche, il induit des problèmes de couplage importants qui nécessitent une orientation de l'axe des tuyères situées en extrémité du corps central et des deux propulseurs latéraux.

La fusée Ariane 5 est globalement composée d'un corps central CC à deux étages et deux propulseurs latéraux PG et PD :

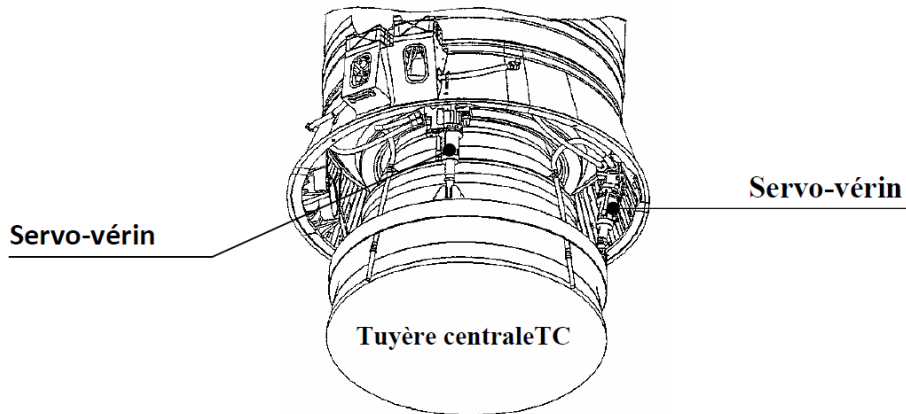
- Le 1<sup>er</sup> étage, commun à tous les types de lancement, est appelé EPC comme Étage Principal Cryogénique, car il transporte de l'oxygène et de l'hydrogène liquides refroidis à des très basses températures. Ces fluides permettent d'alimenter le moteur cryogénique Vulcain situé en extrémité basse de cet étage. La tuyère de ce moteur est orientable selon deux directions orthogonales.
- La configuration du 2<sup>ème</sup> étage, appelé EPS comme Étage Propulsif Stockable, peut varier selon la mission. Il contient le satellite ou les éléments à propulser.
- De chaque côté du corps central CC à deux étages sont fixés les propulseurs PG et PD ou EAP comme Étages Accélérateurs à Poudre. Les tuyères TG et TD placées respectivement aux extrémités de ces deux EAP sont aussi orientables selon deux directions orthogonales. Allumés peu après le décollage, les deux EAP fonctionnent à pleine puissance pendant une durée de 130 secondes puis, lorsque leurs réservoirs sont vides, ils se détachent du corps central CC et retombent dans la mer où leurs carcasses sont ensuite récupérées.

Lors d'un décollage et d'un vol de la fusée Ariane 5, de très nombreuses contraintes définies par un cahier des charges doivent être respectées. L'objet de ce sujet est la mise en évidence du risque de résonance à basse fréquence du système d'orientation d'une tuyère, réalisé avec deux servo-vérins hydrauliques, et à l'analyse de la solution retenue pour limiter l'amplitude de la résonance.





Pour diriger la fusée on doit orienter la force propulsive. La solution retenue consiste à orienter les tuyères plutôt qu'à dévier les jets des moteurs. Pour orienter une tuyère, deux vérins hydrauliques ont été choisis pour délivrer la puissance élevée nécessaire. Ce système hydraulique convertit la pression interne en énergie mécanique d'orientation des tuyères. Comme il faut contrôler constamment le braquage des deux vérins asservis en position, deux servo-vérins hydrauliques ont donc été adoptés (voir figure ci-dessous).



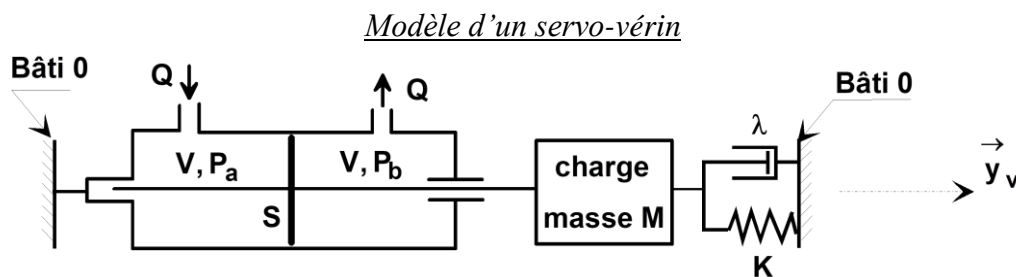
**Étude du servo-vérin :**

Une étude fréquentielle préalable montre que les fréquences de la loi de pilotage de la fusée doivent être faibles. L'objectif de ce sujet est de mettre en évidence le risque de résonance à basse fréquence du système d'orientation d'une tuyère, réalisé avec deux servo-vérins hydrauliques, et d'analyser la solution retenue pour limiter l'amplitude de la résonance.

Extrait du cahier des charges

exigence	Critères	Niveaux
Limiter l'amplitude de la résonance du système d'orientation d'une tuyère	Écart en régime permanent en réponse à un échelon de position.	nul
	Temps de réponse à 5%	< 0,15s.
	Marge de gain	≈10 dB

Pour cette étude le modèle simplifié de comportement utilisé pour un servo-vérin déplaçant une charge de masse M est représenté sur la figure ci-dessous :



Les caractéristiques du servo-vérin et du fluide utilisé sont : S la surface utile du vérin et B le module de compressibilité du fluide.

Soit  $y(t)$  la variation de déplacement de la charge par rapport à la position d'équilibre obtenue en l'absence de pression. La variation  $y(t)$  étant petite, on peut faire les hypothèses suivantes :

- les volumes des deux chambres du vérin sont identiques et égaux à V,
- les débits entrant et sortant sont identiques et égaux à Q.

La charge de masse M est liée au bâti par un ressort de raideur K et un amortisseur de coefficient  $\lambda$ .

L'étude hydraulique du servo-vérin et notamment l'étude des débits de compressibilités et de déformations nous

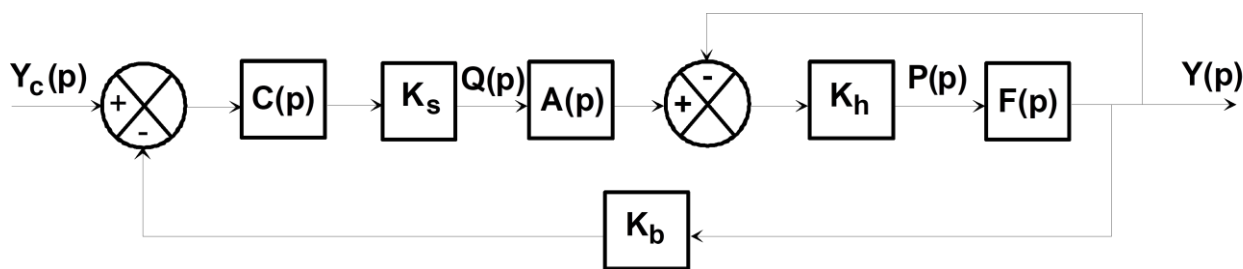
permet d'écrire : 
$$Q = S \cdot \frac{dy}{dt} + \frac{V}{2B} \cdot \frac{dP}{dt} \quad \text{avec } P = P_a - P_b.$$

L'étude mécanique de la charge nous permet d'écrire : 
$$M \cdot \frac{d^2 y}{dt^2} = PS - K \cdot y - \lambda \cdot \frac{dy}{dt}$$

Le débit Q est commandé par un servo-distributeur de fonction de transfert :  $K_s$ .

La représentation sous forme de schéma-bloc du servo-vérin asservi en position est donnée sur la figure ci-dessous avec  $K_b = 1$  :

Schéma-bloc d'un servo-vérin



Dans ce schéma bloc,  $Y_c(p)$  est la transformée de Laplace de la consigne de position  $y_c(t) = y(t)$  du servo-vérin.

**Q1.** La première étude est menée avec  $C(p) = 1$ . Déterminer les fonctions de transfert  $A(p)$ ,  $F(p)$  et le gain  $K_h$  à partir des équations de comportement données ci-dessus.

Sur l'annexe est tracé le diagramme de Bode en gain de la fonction de transfert en boucle fermée du servo-vérin asservi en position.

**Q2.** À partir de ce diagramme et sachant que le numérateur de la fonction de transfert en boucle fermée est un gain pur, identifier l'ordre du système en boucle fermée, son gain statique et déterminer sa fréquence de résonance (justifier vos réponses). Ces résultats sont-ils cohérents avec le schéma-bloc établi à la question précédente.

Sur l'annexe est tracée la réponse indicielle (entrée unitaire) de la fonction de transfert en boucle fermée du servo-vérin asservi en position :

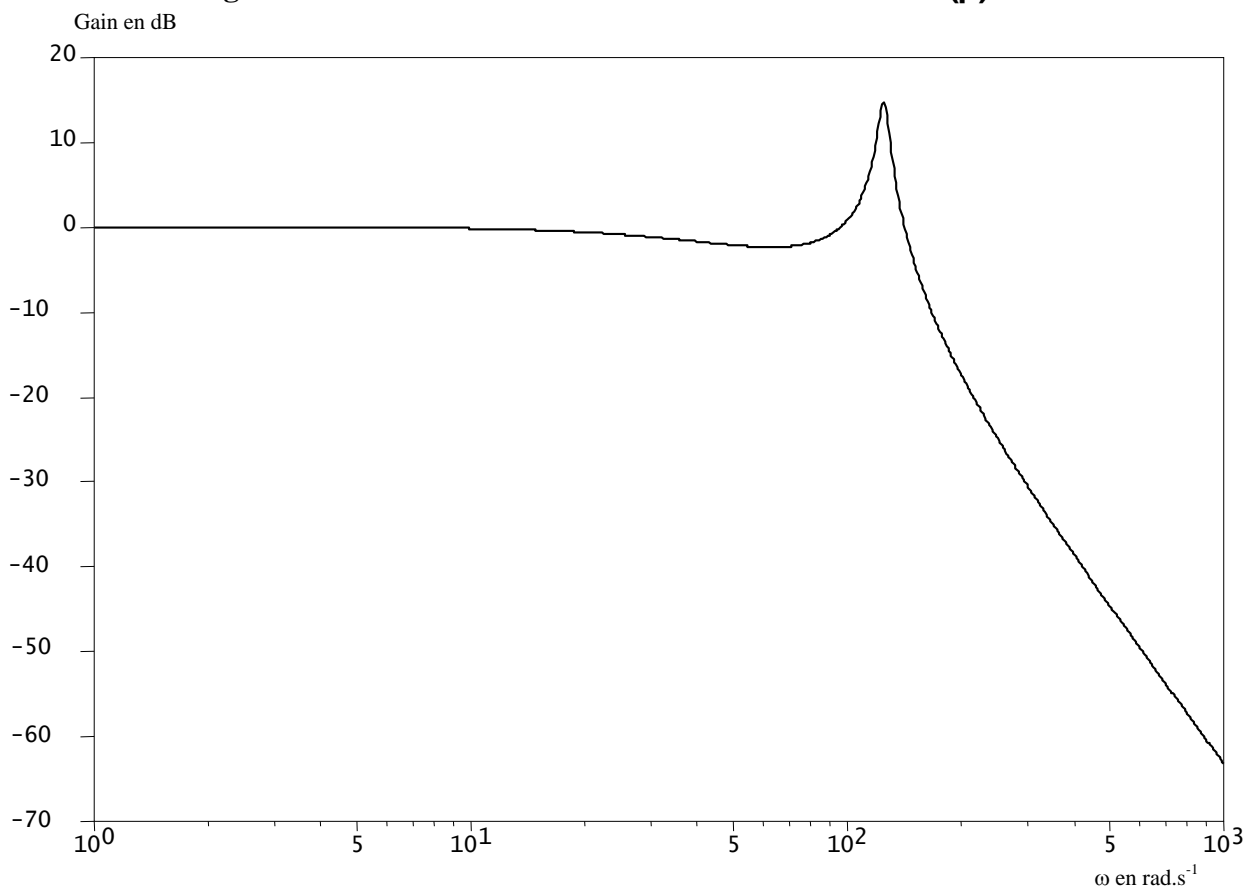
**Q3.** Vérifier si les critères du cahier des charges sont respectés pour  $C(p) = 1$ . Justifier vos réponses.

Sur l'annexe est tracé le diagramme de Black de la fonction de transfert en boucle ouverte du servo-vérin asservi en position ; pour la suite on suppose que  $C(p) = K_c$ .

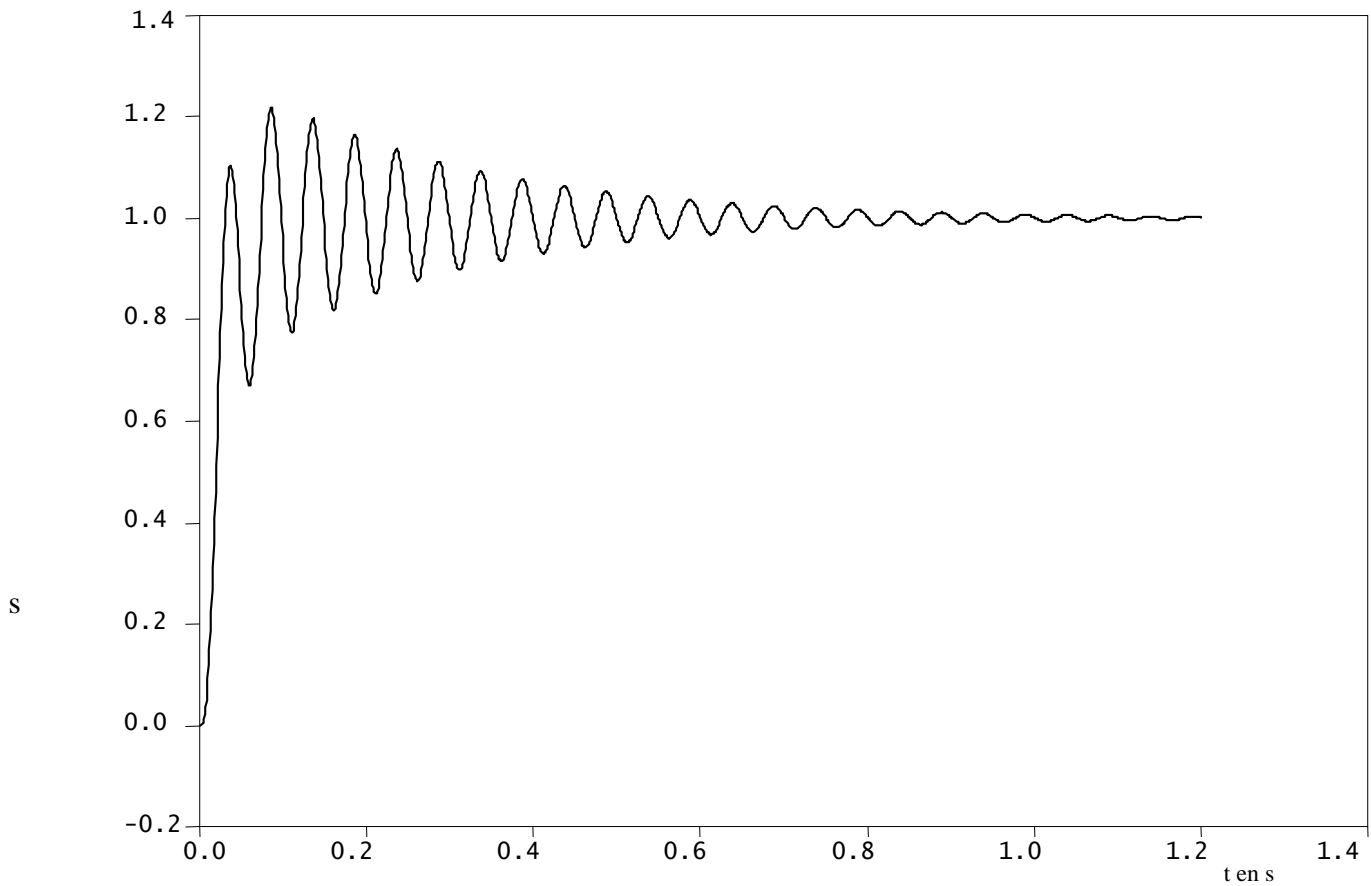
**Q4.** A partir du diagramme de Black, déterminer la valeur de  $K_c$  pour permet d'avoir une marge de gain de 10dB (c'est-à-dire un gain de -10dB lorsque la phase vaut  $-180^\circ$  sur le tracé de la FTBO). Justifier votre réponse.

### ANNEXES

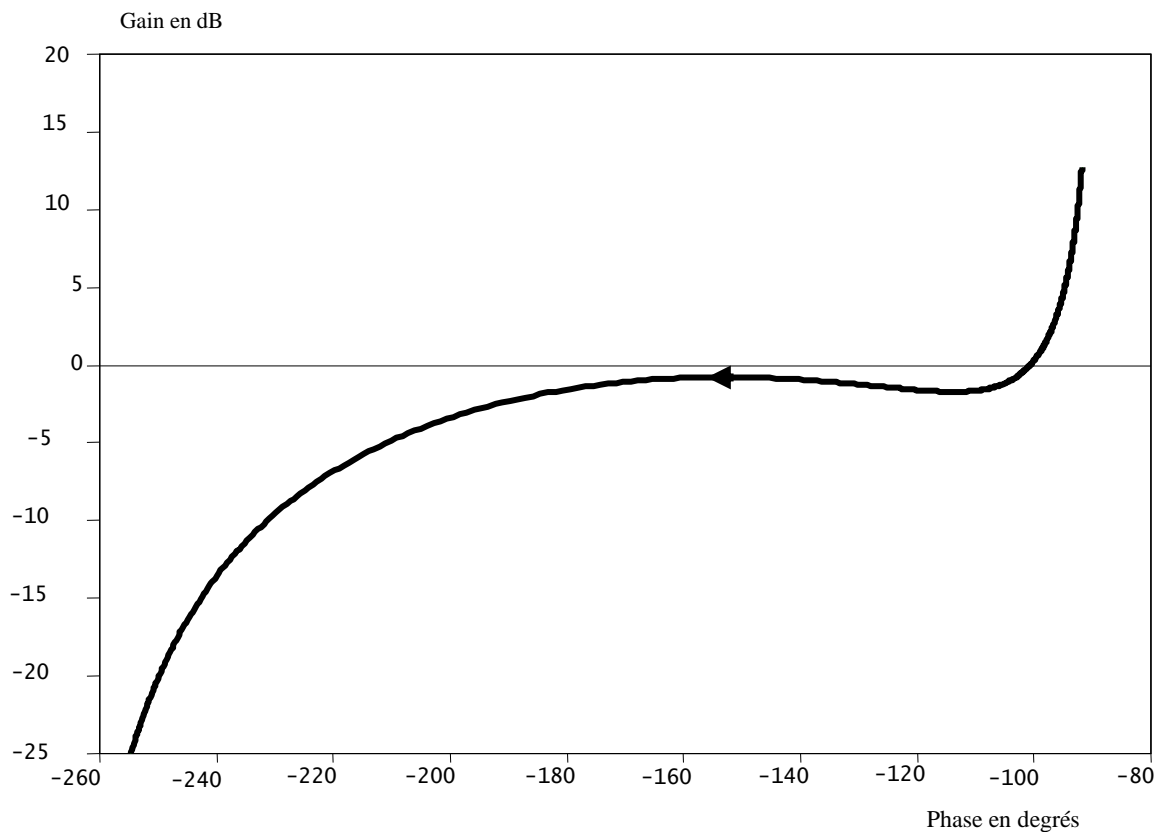
**Diagramme de Bode en gain de la fonction de transfert en boucle fermée si  $C(p) = 1$**



### Réponse indicielle (entrée unitaire) de la fonction de transfert en boucle fermée si $C(p) = 1$



### Zoom autour du point (0 dB, -180°) du diagramme de Black de la fonction de transfert en boucle ouverte si $C(p) = 1$



## Problème 4 : Etude d'un drone quadrirotor

Le mini-drone, développé au sein de l'unité de recherche et d'innovation sur les drones à l'ENAC a été un des lauréats en mai 2009 du challenge mini-drone lancé par le ministère de la défense afin de simuler une mission opérationnelle de renseignement en zone urbaine, sa charge utile embarquée est constituée d'un appareil photo.

Cet hélicoptère quadri-rotor à pas fixe est une configuration très répandue dans le monde des micro-drones. Alors que les hélicoptères classiques utilisent un système mécanique complexe de pas cyclique et collectif, le quadri-rotor ne dispose d'aucun organe mécanique spécifique et assure son contrôle en agissant uniquement sur la vitesse de rotation de ses rotors.



Le contrôle vertical de l'appareil (translation suivant l'axe Z) est obtenu en faisant varier simultanément la vitesse de rotation des quatre moteurs. Le contrôle en roulis et en tangage est obtenu en faisant varier de manière différentielle les vitesses de rotation des moteurs d'un même axe.

### Etude du décollage

L'objectif de ce problème est d'étudier le comportement du quadrirotor lors du décollage, mouvement de translation vertical selon l'axe Z (moteurs F1, F2, F3 et F4 actifs).

Extrait du cahier des charges fonctionnel en phase Décollage :

Exigence	critères	niveaux
Permettre une ascension verticale du drone (selon l'axe Z)	Accélération verticale	vers le haut : 3 g vers le bas : -0,5 g (g représente l'accélération de pesanteur)
	Précision	pas d'erreur statique en position ( $\varepsilon_S = 0$ )
	Stabilité	marge de phase minimale : 38° dépassement maximal inférieur à 5%
	Rapidité	Temps de réponse à 5% inférieur à 0,6 s

### Schéma-bloc de l'asservissement vertical :

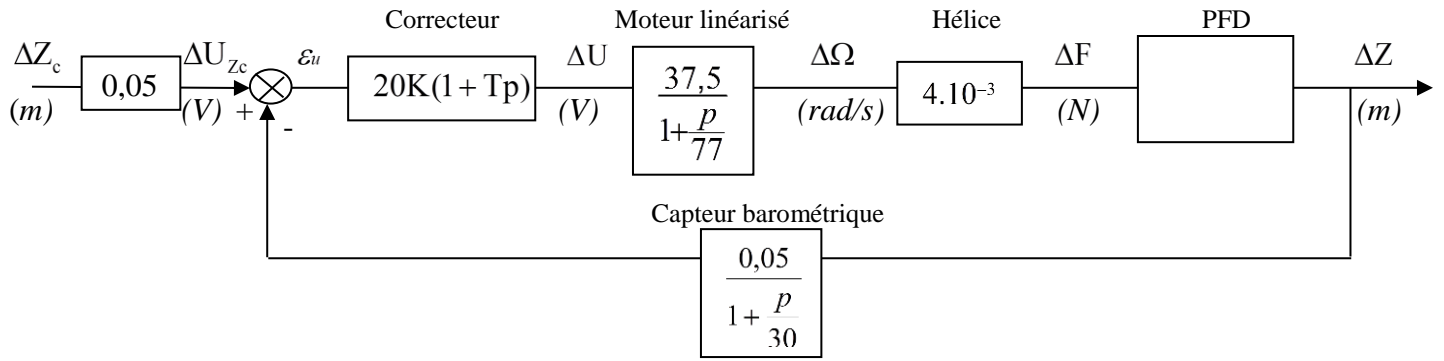
La non-linéarité des équations de comportement impose d'étudier le drone autour d'un point de fonctionnement, et on pose donc :

$$z(t) = z_0 + \delta z(t), \quad \text{où } z \text{ représente l'altitude du drone, et on note } \Delta Z(p) \text{ la transformée de Laplace de } \delta z(t) ;$$

$$F(t) = F_0 + \delta F(t) \quad \text{où } F \text{ représente la poussée des moteurs, et on note } \Delta F(p) \text{ la transformée de Laplace de } \delta F ;$$

$\delta$  désigne une variation de la grandeur z ou F (ne pas confondre avec un Dirac !)

L'asservissement vertical du mini-drone peut être représenté, après linéarisation des différentes fonctions de transfert autour du point de fonctionnement  $\omega_0$ , par le schéma-bloc suivant :



Le **Principe Fondamental** de la **Dynamique** (2<sup>e</sup> loi de Newton), autour de ce point de fonctionnement, donne :

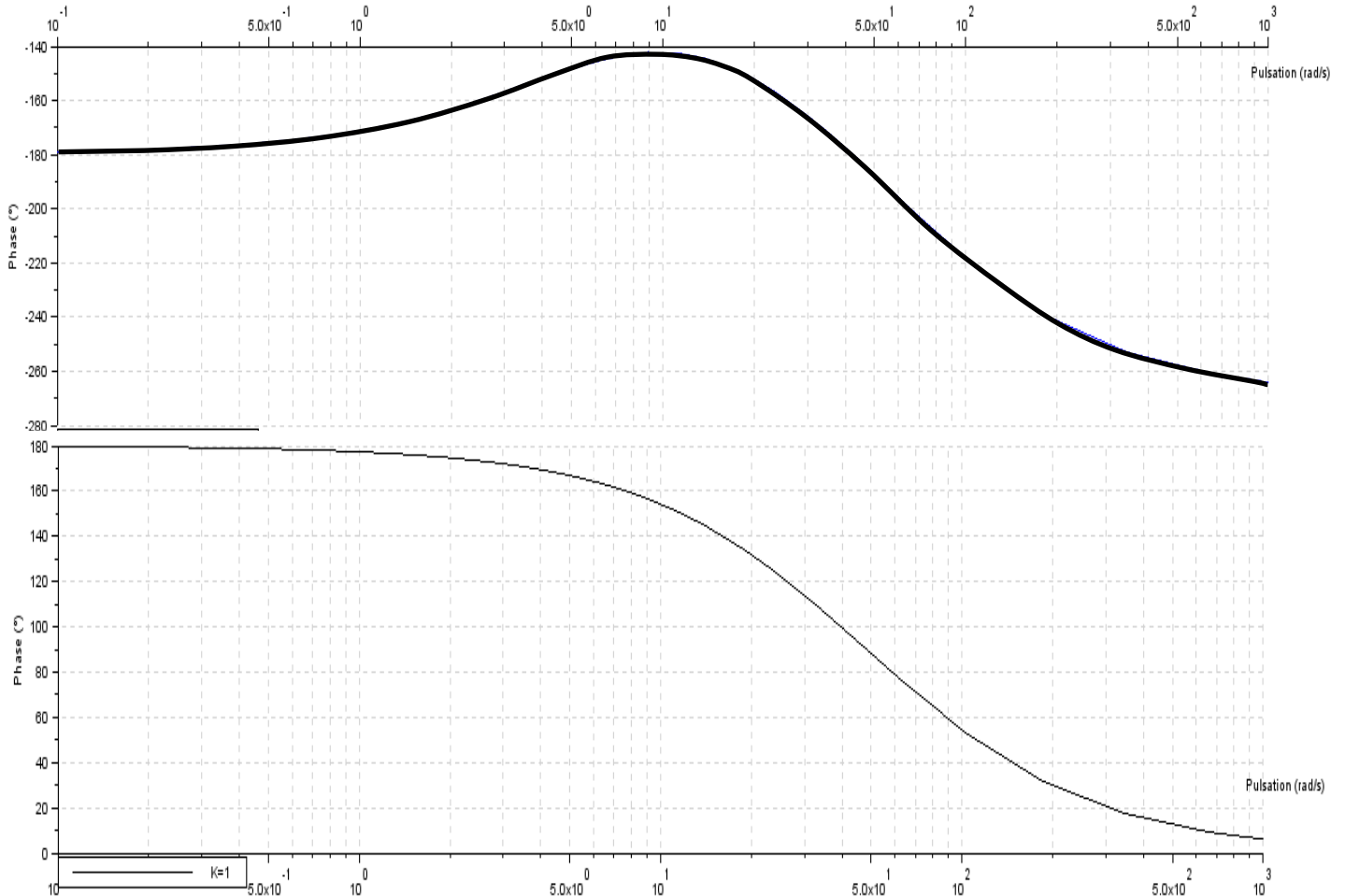
$$4. \delta F = m. \frac{d^2 \delta Z}{dt^2} \text{ avec } m = 240g.$$

**Q1-** Déterminer la fonction de transfert  $\frac{\Delta Z(p)}{\Delta F(p)}$  à partir de l'équation ci-dessus (les conditions initiales sont supposées nulles). En déduire que la **Fonction de Transfert en Boucle Ouverte** peut s'écrire :

$$FTBO = 2,5K \frac{(1+Tp)}{p^2 (1 + \frac{p}{30})(1 + \frac{p}{77})}$$

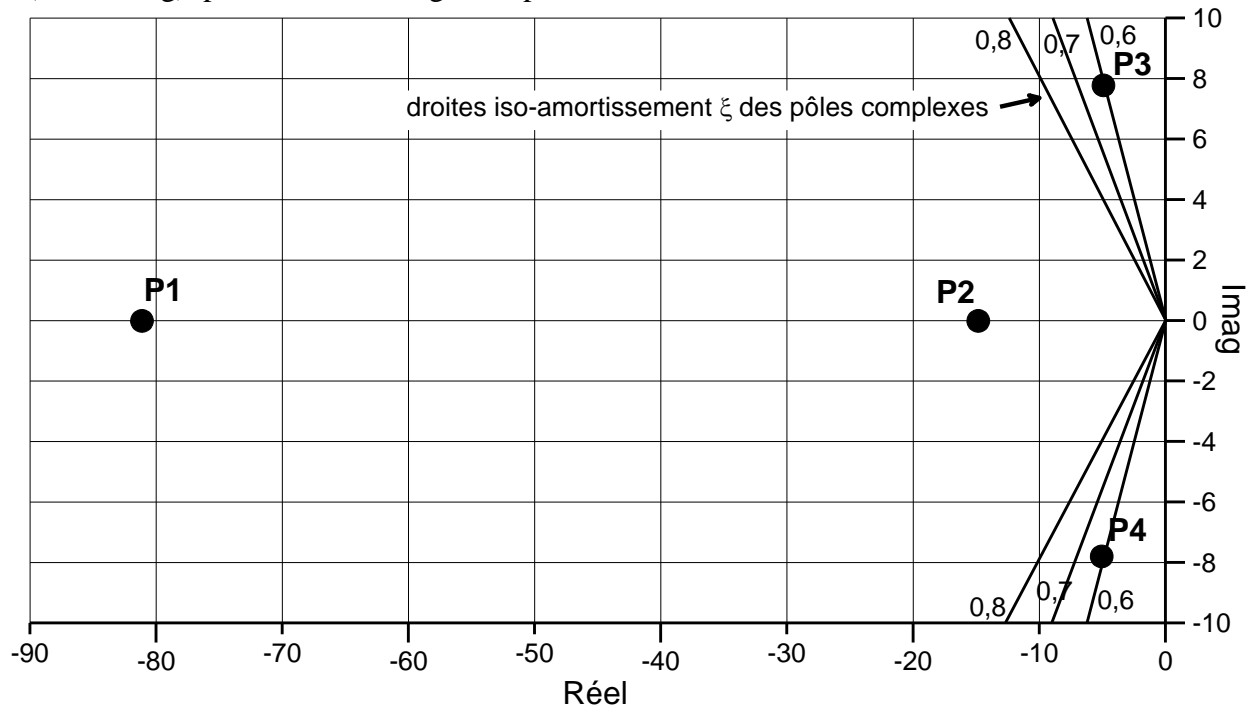
Le gain de la Fonction de Transfert en Boucle Ouverte sera noté  $K_{Bo} = 2,5K$ .

On a représenté ci-dessous les courbes de phase du diagramme de Bode de la Fonction de Transfert en Boucle Ouverte, en trait fin avec un correcteur tel que  $T = 0$  s (il faut retirer 360° aux valeurs de phase indiquées pour avoir la phase réelle), en trait fort avec le correcteur tel que  $T = 0,2$  s.



- Q2-** Représenter sur le document réponse le diagramme asymptotique de la courbe de gain (en dB) avec le correcteur tel que  $T = 0,2$  s et  $K = 1$ . Préciser les pentes et les pulsations de cassure du tracé. Valeur numérique particulière :  $20 \log 2,5 = 8$  dB
- Q3-** Procéder au réglage du gain  $K$  du correcteur afin d'assurer la marge de phase de  $38^\circ$ , conforme au cahier des charges : on utilisera la courbe de phase ci-dessus et les valeurs simplifiées du tracé asymptotique précédent (gain de  $-20$  dB environ pour  $\omega = 5$  rad/s).
- Q4-** Calculer l'erreur statique du système bouclé en position  $\mathcal{E}_s$  pour vérifier le critère de précision de l'extrait du cahier des charges.

La figure ci-dessous représente la position des pôles de la Fonction de Transfert en Boucle Fermée dans le plan complexe (Réel, Imag), pour la valeur du gain  $K$  précédemment déterminée :



( $\xi$  : coefficient d'amortissement souvent noté  $m$  ou  $z$ ).

Cette fonction de transfert présente 4 pôles, mais les pôles P1 et P2 peuvent être négligés par rapport aux pôles complexes P3 et P4 dont la partie réelle est plus proche de zéro (cf programme de 2<sup>e</sup> année). Ainsi, le drone se comportera comme un système du second d'ordre dont le coefficient d'amortissement vaut 0,6.

- Q5-** Le critère de dépassement du cahier des charges est-il vérifié ? Justifier (sans calcul).
- Q6-** A partir de l'expression sous forme canonique de la fonction de transfert d'un second ordre fondamental, déterminer l'expression littérale des pôles complexes P3 et P4 en fonction de  $\xi$  et  $\omega_0$ . A partir de la figure ci-dessus, en déduire une valeur approchée de la pulsation propre  $\omega_0$ .
- Q7-** Le critère de rapidité du cahier des charges est-il vérifié ? (Utilisez l'abaque qui représente le temps de réponse réduit  $t_{5\%} \cdot \omega_0$  en fonction du coefficient d'amortissement  $\xi$ )