

Exercice :

Un système, d'entrée $x(t)$ et de sortie $y(t)$, est régi par l'équation différentielle:

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 5 \frac{dy(t)}{dt} + 4y(t) = x(t)$$

Les conditions initiales sont supposées nulles.

Déterminer $y(t)$ si on soumet ce système à un échelon de valeur 2.

Corrigé

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 5 \frac{dy}{dt} + 4y = 2 u(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} p^2 Y(p) + 5p Y(p) + 4Y(p) = \frac{2}{p}$$

$$Y(p) [p^2 + 5p + 4] = \frac{2}{p}$$

$$Y(p) = \frac{2}{p(p+4)(p+1)} = \frac{A}{p} + \frac{B}{p+4} + \frac{C}{p+1}$$

$$\begin{cases} A = \frac{1}{2} \\ B = \frac{1}{6} \\ C = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$Y(p) = \frac{1}{2p} + \frac{1}{6(p+4)} - \frac{2}{3(p+1)}$$

donc

$$y(t) = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6} e^{-4t} - \frac{2}{3} e^{-t} \right) u(t)$$