Exercice :

La fonction de transfert Laplacienne H(p) d'un système **asservi** est donnée ci-dessous :

$$H(p)=\frac{S(p)}{E(p)}=\frac{1}{(1+\frac{p}{100}+\frac{1}{4.10^4}p^2)}$$

Q1. *Déterminer l'équation de sa réponse indicielle et représenter l'allure de celle-ci. On donne le résultat suivant pour permettre le calcul :* $L(t.e^{-at}.u(t))=\frac{1}{(p+a)^2}$.

Q2. *Evaluer l'écart statique en position et préciser la valeur du premier dépassement s'il existe (en pourcentage de la valeur asymptotique)*

Q3. *Rechercher avec la calculatrice la valeur du temps de réponse à 5 %*

Corrigé :

Q1 : en entrée : e(t) = u(t) l'échelon unitaire donc $E(p)=\frac{1}{p}$ d'où

$$S(p)=H(p).E(p)=\frac{1}{(1+\frac{p}{100}+\frac{1}{4.10^4}p^2)}.\frac{1}{p}=\frac{4.10^4}{(200+p)^2\,p}=\left[\frac{1}{p}-\frac{1}{p+200}-\frac{200}{(p+200)^2}\right]$$

car racine double (-200) (voir D.E.S. cas N°2)

donc $s(t)=\left[1-e^{-200t}-200t\,e^{-200t}\right]u(t)$

- $s(\infty)=1$ et $s(0)=0$

Avec les théorèmes valeur finale et initiale : $s(\infty)=\lim\limits_{p\to 0} pS(p)=\lim\limits_{p\to 0}\frac{4.10^4\,p}{(200+p)^2\,p}=1$ et

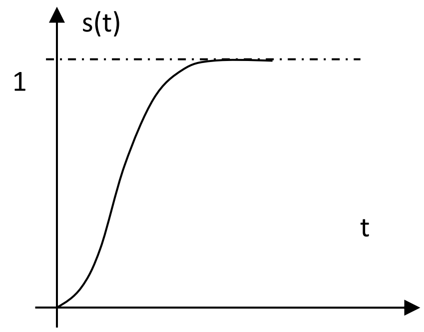
$s(0)=\lim\limits_{p\to\infty} pS(p)=\lim\limits_{p\to\infty}\frac{4.10^4\,p}{(200+p)^2\,p}=0$

- $s'(\infty)=0$ et $s'(0)=0$ car $s'(t)=\left[200e^{-200t}-200\;e^{-200t}+40000te^{-200t}\right]$

Avec les théorèmes valeur finale et initiale : $s'(\infty)=\lim\limits_{p\to 0} p^2S(p)=\lim\limits_{p\to 0}\frac{4.10^4\,p^2}{(200+p)^2\,p}=0$ et

$s'(0)=\lim\limits_{p\to\infty} p^2S(p)=\lim\limits_{p\to\infty}\frac{4.10^4\,p^2}{(200+p)^2\,p}=0$

Allure du tracé avec la calculette…



Q2 : l'écart statique en position vaut 0 puisque entrée et sortie valent 1 en régime permanant. Ce qui peut s'écrire : $\varepsilon_s=\lim\limits_{t\to\infty}(e(t)-s(t))=1-1=0$. Le système est précis. La valeur de la sortie rejoint celle de l'entrée en régime permanent. le système est correctement asservi.

Il n'y a aucun dépassement puisque la courbe ne passe pas au-dessus de la valeur asymptotique.

Q3 : On cherche la valeur de t pour laquelle s(t) vaut 95% de la valeur asymptotique donc vaut 0.95. Il faut résoudre : $s(t)-0.95=0.05-e^{-200t}-200t\,e^{-200t}$.

A la calculette (par dichotomie ou GéoGébra)on obtient tr5% = 0.0237 seconde