

## Programme de colle - semaine 02 du 23/09/2024 au 29/09/2024

### 1. Sommes

Exercices sur le programme précédent.

### 2. Dérivation

On fera la chasse aux écritures abusives, du genre “ $f(x)$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$ ”, “ $(f(x))' = \dots$ ”.

*Aucune démonstration n'est à savoir - aucun exercice théorique, le but est le calcul pratique avec au préalable la justification de la dérivabilité (si nécessaire).*

Sauf cas particulier (variations, composition), les fonctions sont définies sur un ensemble  $E$  (réunion d'intervalles) et à valeurs dans  $\mathbb{R}$ .

- Dérivation. La définition par la limite du taux d'accroissement est à connaître mais l'étude de la dérivabilité ponctuelle n'est pas un objectif de ce chapitre.
- Opérations sur les fonctions dérivables : opérations vectorielles, produit, inverse, quotient, **composée** (à chaque fois, donner un énoncé précis avec des objets définis, des hypothèses et une conclusion ; la formule brute ne vaut rien).
- La dérivée de la réciproque n'a pas été vue.
- Lien entre les variations et le signe de la dérivée (**sur un intervalle  $I$** ) :

$$\forall x \in I, f'(x) \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad f \text{ est croissante sur } I$$

Si  $\forall x \in I, f'(x) > 0$ , alors  $f$  est strictement croissante sur  $I$  (réciproque fausse).

Si  $f' \geq 0$  et  $f'$  ne s'annule qu'en un nombre fini de points, alors  $f$  est strictement croissante.

- Inégalités classiques (à connaître) obtenues à partir des variations :

$$\forall x \in \mathbb{R}, e^x \leq x + 1 \quad \text{et} \quad \forall x \in ]-1, +\infty[, \ln(1 + x) \leq x$$

- Exercices du type : montrer que  $f : x \mapsto \sqrt{1 - x^2}$  est dérivable sur  $]0, 1[$  et donner  $f'$  (avec une vraie justification de la dérivabilité).
- Dérivées successives. Fonction de classe  $\mathcal{C}^n, \mathcal{C}^\infty$  (seule la définition a été vue. Aucun exercice fait).

### 3. Trigonométrie réelle

- Définition de sin et cos à partir du cercle trigonométrique. Propriétés élémentaires des fonctions sin, cos, tan admises : parité, périodicité, addition, duplication, dérivée, courbe.
- Équations trigonométriques élémentaires :  $f(x) = a, f(x) = f(x_0)$ , avec  $f \in \{\sin, \cos, \tan\}$ . Inéquations (exemple :  $\sin x \geq \sin x_0$ ). *S'aider du cercle trigonométrique.*
- Transformation de  $a \cos x + b \sin x$  en  $r \cos(x - x_0)$ .