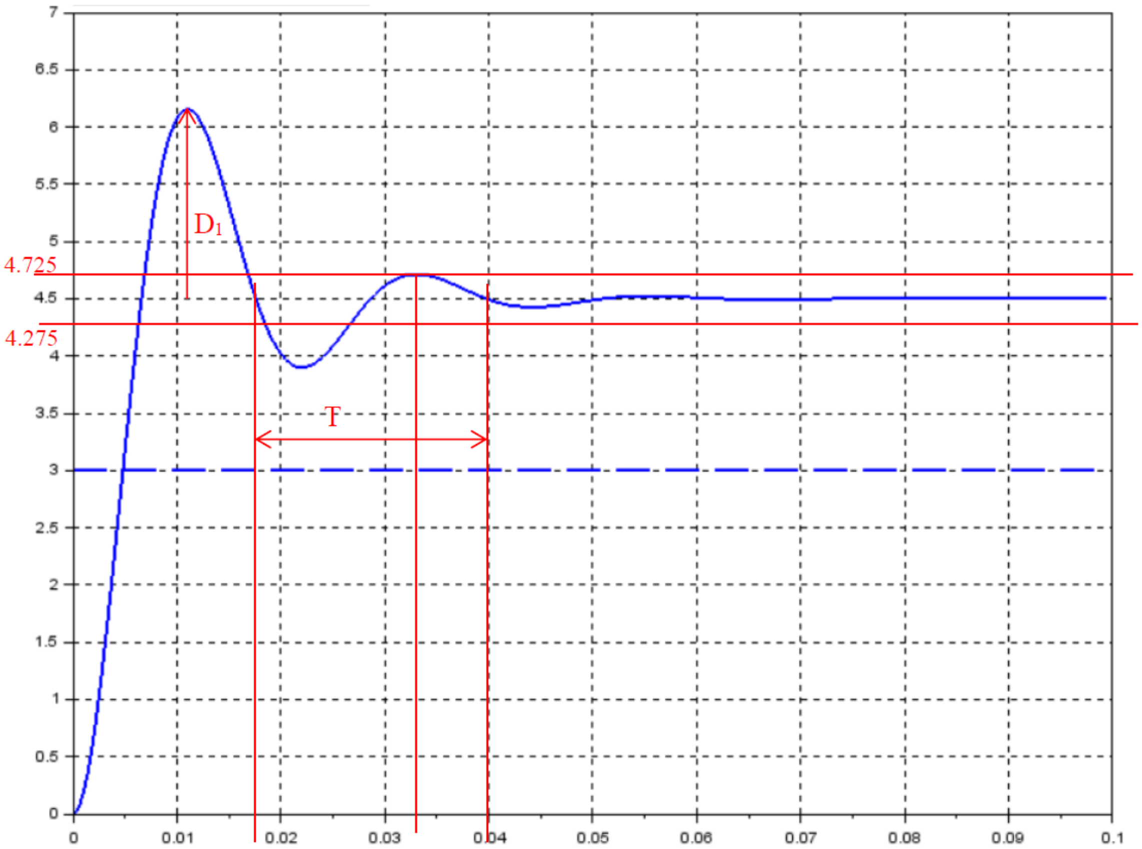
Exercice : Evaluation de performances

1)

- Erreur statique : e(∞) - s(∞) = 3 - 4.5 = -1.5
- Temps de réponse : bande à ± 5% de V.A. = ± 0.225 ⇒ borne sup = 4.725 et borne inf = 4.275

On mesure $tr_{5\%} \approx 0.033$ s

- 1er dépassement : $d_{1\%} \approx \frac{6.2-4.5}{4.5} * 100 \approx 37$ %



2) le gain statique vaut $K = \frac{s(\infty)}{e(\infty)} = \frac{4,5}{3} = 1,5$. C'est l'amplification du système

La réponse présente des oscillations ne pouvant venir que de racines complexes du dénominateur de la fonction de transfert. Donc ordre minimum : 2. La réponse d'un système d'ordre 1 à un échelon ne présente pas d'oscillation. La racine du dénominateur de la FT est réelle négative.

Problème : Hot Bird 4

Q1 : $J\frac{d^2\theta_T(t)}{dt^2} = C(t) \Rightarrow Jp^2\theta_T(p) = C(p) \Rightarrow G(p) = \frac{\theta_T(p)}{C(p)} = \frac{1}{Jp^2}$

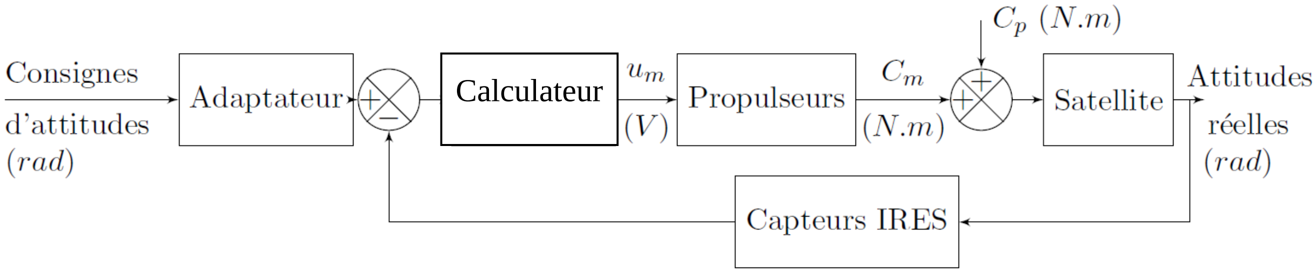
Q2 : $\theta_T(p) = G(p).C(p) = \frac{1}{Jp^2} \Rightarrow \theta_T(t) = \frac{1}{J}.t.u(t)$ avec u(t) l'échelon unitaire.

Q3 : un bref jet de gaz provoque un mouvement à vitesse de rotation constante donc un angle qui croit linéairement en fonction du temps donc indéfiniment.

Aucun frottement dans le modèle proposé ne va ralentir la rotation. Le satellite ne peut pas être orienté correctement.

Le modèle de l'impulsion est un modèle mathématique non réalisable physiquement. Apport d'NRJ durant un temps infiniment court.

Q4 : entrées et sortie du comparateur en Volt



Q5 : $A(p) = \frac{p^2\theta_T(p)}{C_m(p)+C_p(p)} = \frac{1}{J_s} \quad B(p) = \frac{1}{p^2}$

Q6 : Pour que le système soit correctement asservi et donc, notamment, précis, il faut que l'écart ε soit nul lorsque la sortie θ_T est égale à l'entrée θ_c. $\varepsilon(t) = u_c(t) - u_{capt}(t) = K_a\theta_c(t) - K_c\theta_T(t) = (K_a - K_c)\theta_c(t) = 0$. On en déduit la condition : $K_a = K_c$

Q7 : On utilise la formule de Black pour trouver la fonction de transfert du système

$$H(p) = \frac{\theta_T(p)}{\theta_c(p)} = K_a\frac{K_1K_2}{J_sp^2+K_1K_2K_c} = \frac{\frac{K_a}{K_c}}{\frac{J_s}{K_1K_2K_c}p^2+1} \quad \text{avec } \alpha = \frac{J_s}{K_1K_2K_c}$$

Q8 : on cherche les racines du dénominateur de la FTBF notée H(p) : $\mp i\sqrt{\frac{K_1K_2K_c}{J_s}}$

Partie réelle des pôles de la FTBF nulle ici, donc pas strictement négative... Système instable !

Remarque : H(p) est une FT d'un ordre 2 sans amortissement ($\xi = 0$) donc réponse indicielle oscillante avec amplitudes constantes càd système juste instable. On obtient une solution sinusoïdale si on revient à l'équation différentielle équivalente.

Q9 : $H_i(p) = \frac{p\theta_T(p)}{u_m(p)} = \frac{K_2}{J_sp+K_2K_v} = \frac{\frac{1}{K_v}}{\frac{J_s}{K_2K_v}p+1}$

Gain statique : $K_i = \frac{1}{K_v}$ constante de temps : $\tau_i = \frac{J_s}{K_2K_v}$

Q10 : C'est du cours…

Q11 : On identifie $K_i = 1$ (valeur à convergence ou asymptote horizontale à l'infini) et $\tau_i = 0.8$s (intersection tangente à l'origine et asymptote horizontale ou via $t_{r\,5\%} = 3\tau$).

Q12 : $H_{bf}(p) = \frac{\theta_T(p)}{\theta_c(p)} = \frac{K_1.K_i}{(1+\tau_ip)p+K_1.K_i} = \frac{1}{1+\frac{1}{K_1.K_i}p+\frac{\tau_i}{K_1.K_i}p^2}$

Ce qui donne : gain statique $K = 1$ pulsation propre $\omega_0 = \sqrt{\frac{K_1.K_i}{\tau_i}}$ coeff d'amort $\xi = \frac{1}{2\sqrt{\tau_i.K_1.K_i}}$

Q13 : La précision est optimale : l'erreur statique est nulle puisque l'amplitude de l'échelon est de 0,01rad et que la valeur à convergence de la réponse indicielle vaut 1.10^{-2} rad. Le CDC, qui demande moins de 0,05°, est vérifié.

Q14 : Pour la rapidité, on trace les bandes à ±5% de la valeur à convergence et on mesure le temps de réponse à 5% : tr5% = 5,2s . Le critère associé impose moins de 20s ; il est vérifié.

On mesure un premier dépassement relatif de 8% $d_1 = \left|\frac{s(\infty)-s(t_1)}{s(\infty)}\right| = \left|\frac{1-1.08}{1}\right| = 0.08 = 8\%$. Le CDC demande moins de 50% ; ce critère est validé.

Q15 : On a bien affaire à la réponse indicielle d'un système d'ordre 2 : la tangente à l'origine est horizontale !

- On retrouve un gain de 1 (K = 1) puisque l'amplitude de l'échelon est de 0,01 rad et que la valeur à convergence de la réponse indicielle vaut 1.10^{-2} rad.
- On mesure un premier dépassement relatif de 8%.

Alors, le premier abaque permet de déterminer la valeur de $\xi = 0,63$

- On lit alors sur le second abaque que le temps de réponse réduit vaut : $\omega_0.tr5\% = 5$ rad. En utilisant le temps de réponse à 5% du système, tr5% = 5,2s, on en déduit ainsi la valeur de la pulsation propre non amortie : $\omega_0 = 1 rad/s$.

Q16 : Soit on procède par superposition en transformant les schémas obtenus pour pouvoir utiliser la formule de Black soit on traduit le schéma d'origine en équations :

$$\theta_T = \frac{1}{J_s p^2}(C_m + C_p) \qquad C_m = K_2(C.\varepsilon - K_v p\, \theta_T) \qquad \varepsilon = \theta_c - \theta_T$$

$$\Rightarrow \theta_T = \frac{1}{J_s p^2}(K_2(C\,(\theta_c - \theta_T) - K_v p\, \theta_T) + C_p)$$

$$\Rightarrow \theta_T \left[1 + \frac{K_2 C + K_2 K_v p}{J_s p^2}\right] = \frac{1}{J_s p^2}(K_2 C \theta_c + C_p)$$

$$\Rightarrow \theta_T = \frac{K_2 C(p)}{J_s p^2 + K_2 C(p) + K_2 K_v p}\theta_c(p) + \frac{1}{J_s p^2 + K_2 C(p) + K_2 K_v p} C_p(p)$$

D'où : $H_c(p) = \frac{K_2 K_1}{J_s p^2 + K_2 K_1 + K_2 K_v p}$ on retrouve H_{bf} $\qquad H_r(p) = \frac{1}{J_s p^2 + K_2 K_1 + K_2 K_v p}$

Q17 : $\theta_c(p) = \frac{\theta_0}{p}$ et $C_p(p) = \frac{-C_0}{p}$

Q18 : On suppose la stabilité du système et on applique le théorème de la valeur finale :

$$\theta_{T\infty} = \lim_{p\to 0} p\theta_T(p) = \lim_{p\to 0}\left[\frac{p.K_2 C(p)}{J_s p^2 + K_2 C(p) + K_2 K_v p}\theta_c(p) + \frac{p}{J_s p^2 + K_2 C(p) + K_2 K_v p} C_p(p)\right]$$

$$= \lim_{p\to 0}\left[\frac{K_2 K_1}{J_s p^2 + K_2 K_1 + K_2 K_v p}\theta_0 - \frac{1}{J_s p^2 + K_2 K_1 + K_2 K_v p} C_0\right] = \theta_0 - \frac{1}{K_2 K_1} C_0$$

Q19 : Couple perturbateur max : $C_0 = 2.10^{-5} Nm$

L'erreur de pointage du système perturbé sera au max de $|\theta_{T\infty} - \theta_0| = \frac{1}{K_2 K_1} C_0 = 0.05 * \left(\frac{\pi}{180}\right) = 8.7.10^{-4} rad$

D'où $K_2 K_1 = \frac{C_0}{8.7.10^{-4} rad} = 0.023$ USI

Q20 : on calcule l'effet de la perturbation sur $\theta_{T\infty}$:

$$\theta_{T\infty} = \lim_{p\to 0} p\theta_T(p) = \lim_{p\to 0}\left[\frac{p}{J_s p^2 + K_2.\frac{K_1}{p} + K_2 K_v p} C_p(p)\right]$$

$$= \lim_{p\to 0}\left[-\frac{p}{J_s p^3 + K_2 K_1 + K_2 K_v p^2} C_0\right] = 0$$

Le système « rejette » la perturbation ! l'intégrateur amené par le correcteur est placé en amont de la perturbation.

Remarque importante : Le système en Boucle fermée est instable. Ordre 3 avec racines du dénominateur de Hc(p) à partie réelle non strictement négative en utilisant les résultats des identifications. La réponse indicielle est non bornée. Le théorème de la valeur finale ne s'applique plus !

Pour y remédier et rejeter la perturbation, il faut prévoir un correcteur proportionnel intégral. Il apporte une correction intégrale uniquement à basse fréquence (théo valeur finale) et permet de conserver la stabilité tout en améliorant la précision (voir programme de 2ième année) :

$$C(p) = K_1(\frac{1}{\tau_1 p} + 1)$$