Exercice :

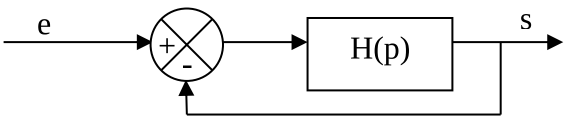
Un système du 1er ordre, de gain statique égal à 1, de constante de temps égale à 0,5 est soumis à une entrée e(t) de type rampe de pente égale à 3. Soit s(t) la réponse.

1 - *Donner la fonction de transfert H(p) de ce système.*
2 - Calculer s(0), s'(0) et les limites de s(t) et s'(t) quand t tend vers l'infini.

On appelle écart dynamique (ou de traînage) ε_v la différence entre l'entrée et la réponse en régime permanent soit $\varepsilon_v = \lim_{t\to\infty}[e(t) - s(t)]$ .avec une entrée de type rampe.

3 - C*alculer ε_v.*
4 - Déterminer l'équation de s(t) et donner l'allure de la réponse. Représenter ε_v sur le schéma.

On boucle le système par un retour unitaire.



5 - Déterminer la fonction de transfert G(p) du système bouclé, son gain statique, sa constante de temps et l'écart dynamique. Conclure quant à l'effet du bouclage sur ε_v.

CORRIGE

Q1 : $H(p) = \dfrac{1}{1+\dfrac{p}{2}}$

Q2 : e(t) = 3 t u(t) $\Rightarrow$ $E(p) = \dfrac{3}{p^2}$ d'où $S(p) = \dfrac{3}{p^2(1+\dfrac{p}{2})}$

$$s(0) = \lim_{t\to 0} s(t) = \lim_{p\to\infty} pS(p) = \lim_{p\to\infty} \frac{3}{p(1+\dfrac{p}{2})} = 0 \qquad \dot{s}(0) = \lim_{t\to 0} \dot{s}(t) = \lim_{p\to\infty} p^2S(p) = \lim_{p\to\infty} \frac{3}{(1+\dfrac{p}{2})} = 0$$

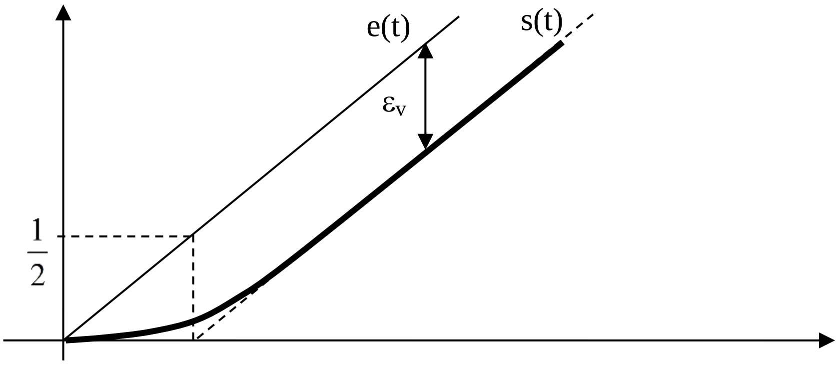
$$s(\infty) = \lim_{t\to\infty} s(t) = \lim_{p\to 0} pS(p) = \lim_{p\to 0} \frac{3}{p(1+\dfrac{p}{2})} = \infty \qquad \dot{s}(\infty) = \lim_{t\to\infty} \dot{s}(t) = \lim_{p\to 0} p^2S(p) = \lim_{p\to 0} \frac{3}{(1+\dfrac{p}{2})} = 3$$

Q3 : $\varepsilon_v = \lim_{t\to\infty}(e(t) - s(t)) = \lim_{p\to 0} p(E(p) - S(p)) = \lim_{p\to 0} p(\dfrac{1}{p^2} - \dfrac{1}{p^2(1+\dfrac{p}{2})}) = \lim_{p\to 0} \dfrac{1}{p}\dfrac{\dfrac{p}{2}}{(1+\dfrac{p}{2})} = \dfrac{1}{2}$

Q4 : $S(p) = \dfrac{1}{p^2(1+\dfrac{p}{2})} = \dfrac{2}{p^2(2+p)} = \dfrac{A}{p} + \dfrac{B}{p^2} + \dfrac{C}{p+2}$

$C = \lim_{p\to -2}(p+2)S(p) = \dfrac{1}{2}$ $\qquad B = \lim_{p\to 0} p^2S(p) = 1$ $\qquad \lim_{p\to\infty} p\ S(p) = 0 = A + C$ d'où $A = -\dfrac{1}{2}$

donc $s(t) = u(t)[t + \dfrac{1}{2}(e^{-2t} - 1)]$



Q5 : $G(p)=\dfrac{H}{1+H}=\dfrac{\dfrac{2}{2+p}}{1+\dfrac{2}{2+p}}=\dfrac{2}{p+4}=\dfrac{\dfrac{1}{2}}{\dfrac{p}{4}+1}$ gain statique : $\dfrac{1}{2}$ cste de temps : $\dfrac{1}{4}$

$\varepsilon_v=\lim\limits_{p\to 0} p\left(\dfrac{1}{p^2}-\dfrac{\dfrac{1}{2}}{p^2(1+\dfrac{p}{4})}\right)=\infty$ le bouclage rend le système plus rapide mais imprécis