

DS N°2

Aucun document autorisé

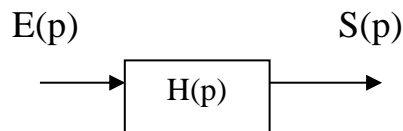
Calculatrices autorisées

Le devoir comporte 1 exercice et 1 problème

Durée 3 heures

Exercice d'application du cours : Etude d'un premier ordre

Un système du **1er ordre**, de **gain statique égal à 1** (sans unité), de **constante de temps égale à 0,5** (s) est soumis à une entrée $e(t)$ de type **rampe de pente égale à 1** (signal à dérivée constante égale à 1) : $e(t) = t.u(t)$ avec $u(t)$ l'échelon unitaire. Soit $s(t)$ la réponse (la sortie) du système.



$E(p)$ et $S(p)$ sont les transformées de Laplace des grandeurs temporelles respectivement $e(t)$ et $s(t)$.

Q1. Donner l'expression numérique de la fonction de transfert $H(p)$ de ce système.

Q2. Calculer $s(0) = \lim_{t \rightarrow 0^+} s(t)$, $s'(0) = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{d s(t)}{dt}$ ainsi que les limites $s(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} s(t)$, $s'(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{d s(t)}{dt}$. Il n'est pas demandé d'exprimer $s(t)$!

On appelle écart dynamique de poursuite (ou de traînage ou de vitesse) noté $\varepsilon(t)$, la différence entre l'entrée et la sortie avec une entrée de type rampe de pente 1.

Q3. Exprimer $\varepsilon(p) = E(p) - S(p)$ pour le système considéré.

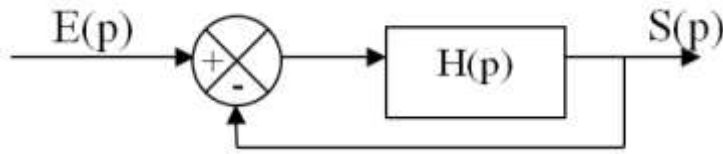
Q4. Déterminer l'expression de $\varepsilon(t)$ pour $t > 0$: vous pouvez procéder soit par décomposition en éléments simples puis transformée de Laplace inverse de $\varepsilon(p)$, soit par résolution de l'équation différentielle du 1^{er} ordre équivalente : $\frac{d\varepsilon(t)}{dt} + 2\varepsilon(t) = 1$ pour $t > 0$.

On appelle écart statique de poursuite (ou de traînage ou de vitesse) la différence en régime permanent entre l'entrée et la sortie avec une entrée de type rampe de pente 1. Soit $\varepsilon_v = \lim_{t \rightarrow \infty} (e(t) - s(t))$.

Q5. Calculer ε_v pour le système étudié.

Q6. Tracer $e(t)$ et l'allure de la réponse $s(t)$ dans un même plan de représentation graphique. Représenter également ε_v .

On boucle le système par un retour unitaire conformément au schéma blocs suivant. La fonction de transfert de la boucle de retour vaut 1.



- Q7.** Déterminer la fonction de transfert notée $H_{bf}(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$ du système bouclé. Donner son gain statique, sa constante de temps.
- Q8.** Calculer l'écart statique de poursuite du système bouclé.
- Q9.** Conclure quant à l'effet du bouclage sur la rapidité du système (effet sur la constante de temps) et sur sa précision en suivi de consigne à vitesse constante (fonction rampe).
- Q10.** Tracer $e(t)$ et l'allure de la réponse $s(t)$ dans un même plan de représentation graphique. Représenter également ε_v .

Problème : Système de stabilisation pour navire à grande vitesse (extrait de Mines MP 2000)

Présentation

La photographie ci-contre (Figure 1) représente un Navire à Grande Vitesse (le NGV3) de la Société Nationale maritime Méditerranée ferry Corse (la SNCM). Il assure la liaison entre le continent et la Corse en 3 heures 30 minutes au lieu de 5 heures pour un ferry classique.

La vitesse de croisière du NGV3 est de 37 nœuds, soit 70 km/h, ce qui est exceptionnel pour un navire commercial.

Ce bateau est propulsé par quatre hydrojets : l'eau, aspirée par des turbines, est éjectée sous pression induisant ainsi la poussée



Le NGV3 de la SNCM

Figure 1



Maquette du NGV3 utilisée en bassin de carène

motrice. Cette technologie, empruntée aux scooters des mers, permet d'abandonner les hélices classiques et ainsi de réduire considérablement le tirant d'eau.

Cet « hydrodynamisme » est renforcé par la longueur et la finesse de la coque (forme « semi-planante » en V profond) qui évoque celles des bateaux de course off-shore.

Mais ce mode de propulsion et cette forme de coque ne suffisent pas pour atteindre une telle

vitesse.

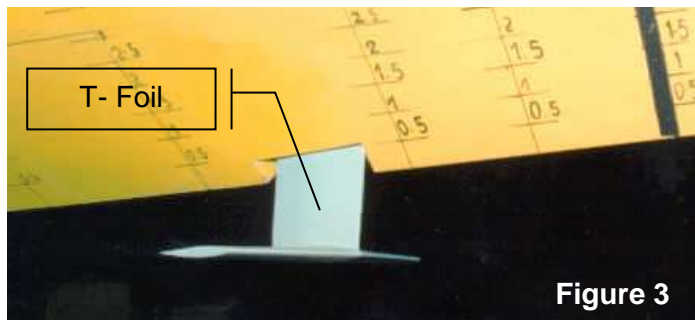


Figure 3

Pour l'obtenir, il faut aussi :

- réduire la surface de la carène* en générant une sustentation du bateau,
- minimiser les mouvements parasites de rotation du navire, en lacet*, roulis* et tangage*, au moyen d'un système de stabilisation active.

Ce système de stabilisation active garantit le confort des passagers et la stabilité du navire, que la mer soit calme ou formée.

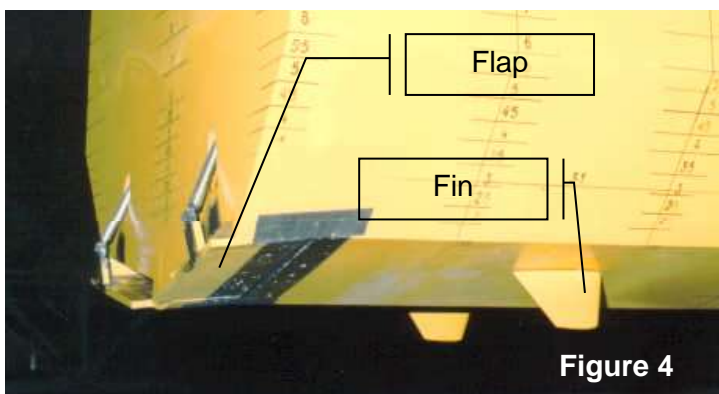


Figure 4

Sur le NGV3, on trouve sept appendices ou « Foils » : un « T-foil » à l'avant, deux « Flaps » arrière et quatre safrans inclinés ou « Fins » (voir les figures 2, 3 et 4). Tous ces appendices sont pilotés en temps réel par un ordinateur recevant des informations du système sensoriel (un ensemble de capteurs). Ils créent des actions mécaniques hydrodynamiques qui s'opposent aux mouvements indésirables du navire pour en réduire les amplitudes.

L'étude qui va suivre portera sur la fonction principale « Stabiliser le navire » du système que constitue le NGV3.

*Voir glossaire en « ANNEXE »

Analyse fonctionnelle et structurale

I. Analyse de la Partie Opérative visant au respect de l'exigence technique : « Exercer des actions mécaniques antagonistes à celles provoquant les mouvements du navire »

Objectif : Mettre en évidence le rôle des appendices.

Un appendice est soumis, de la part de l'eau de mer, à une action mécanique modélisable par une force. La vitesse de déplacement de l'écoulement de l'eau par rapport au repère R_N lié au navire est notée \vec{V} sur les figures 5 et 6. Le support de l'action de l'eau sur l'appendice passe par le centre de poussée P.

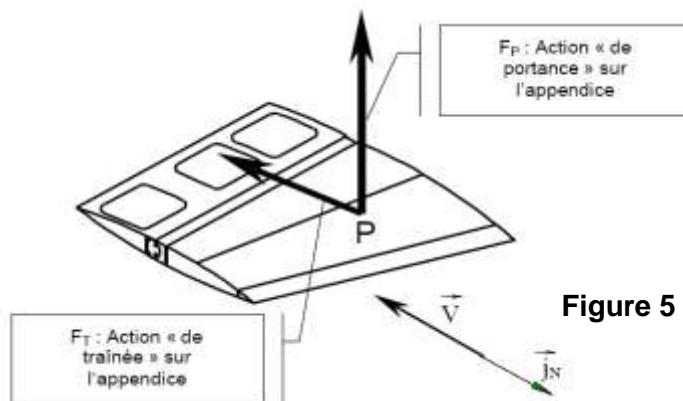


Figure 5

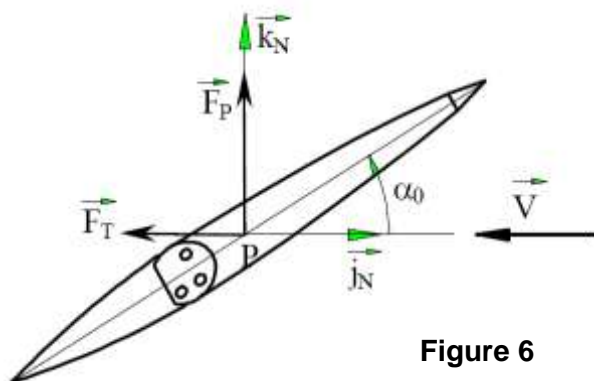


Figure 6

On exprime la résultante de cette action sous la forme : $\vec{F}_{\text{eau} \rightarrow \text{appendice}} = F_P \vec{k}_N + F_T \vec{j}_N$ où :

- F_P est l'action mécanique de portance ;
- F_T est l'action mécanique de traînée.

La figure 6 met en évidence l'angle d'incidence α_0 . La rotation de l'appendice par rapport au repère lié au navire modifie α_0 et par conséquent l'action mécanique de portance.

Q1. Sur le document réponse, on a représenté les actions mécaniques de portance à appliquer aux appendices pour s'opposer à l'amorce d'un mouvement de tangage (rotation autour de l'axe $(G_N; \vec{i}_N)$ dans le sens positif). Représenter de même, sur la figure du document réponses, les seules actions mécaniques de portance à appliquer aux appendices concernés pour s'opposer à l'amorce du mouvement de roulis (rotation autour de l'axe $(G_N; \vec{j}_N)$ dans le sens positif).

NB : les actions de portance n'étant pas chiffrées, seules leurs directions et leurs sens seront significatifs. Représenter les actions de portance à l'aide des deux symboles \otimes ou \odot sur la vue de dessous du bateau (\vec{k}_N est alors orthogonal à la vue).

Q2. Quel appendice n'a pas d'influence sur le roulis ?

II. Analyse de l'architecture fonctionnelle : fonction principale « Stabiliser le navire »

Objectif : Établir le diagramme fonctionnel du système de stabilisation active.

Une consigne d'attitude, $\text{cons}\theta_j$ ($j \in [L, R, T]$ pour Lacet, Roulis et Tangage), en Volt, est donnée au calculateur du système de stabilisation qui la compare à la mesure d'attitude, $\text{mes}\theta_j$, en Volt, fournie par le système sensoriel. À partir de cette comparaison, le module « modèle de stabilisation » du calculateur détermine une consigne $\text{Cons}\alpha_{ic}$ ($i \in [1 .. 7]$ pour les sept appendices), en Volt, pour les actionneurs. Ceux-ci délivrent des angles α_{ic} , en degré, aux sept appendices, qui fournissent alors les actions mécaniques de correction, notées AMC, en Newton. Les actions mécaniques globales qui s'exercent sur la coque du navire sont alors la somme des actions mécaniques de correction, apportées par les appendices, et des actions mécaniques extérieures perturbatrices, notées AMEP, en Newton, s'exerçant sur la coque provenant des vagues, de la houle, etc.

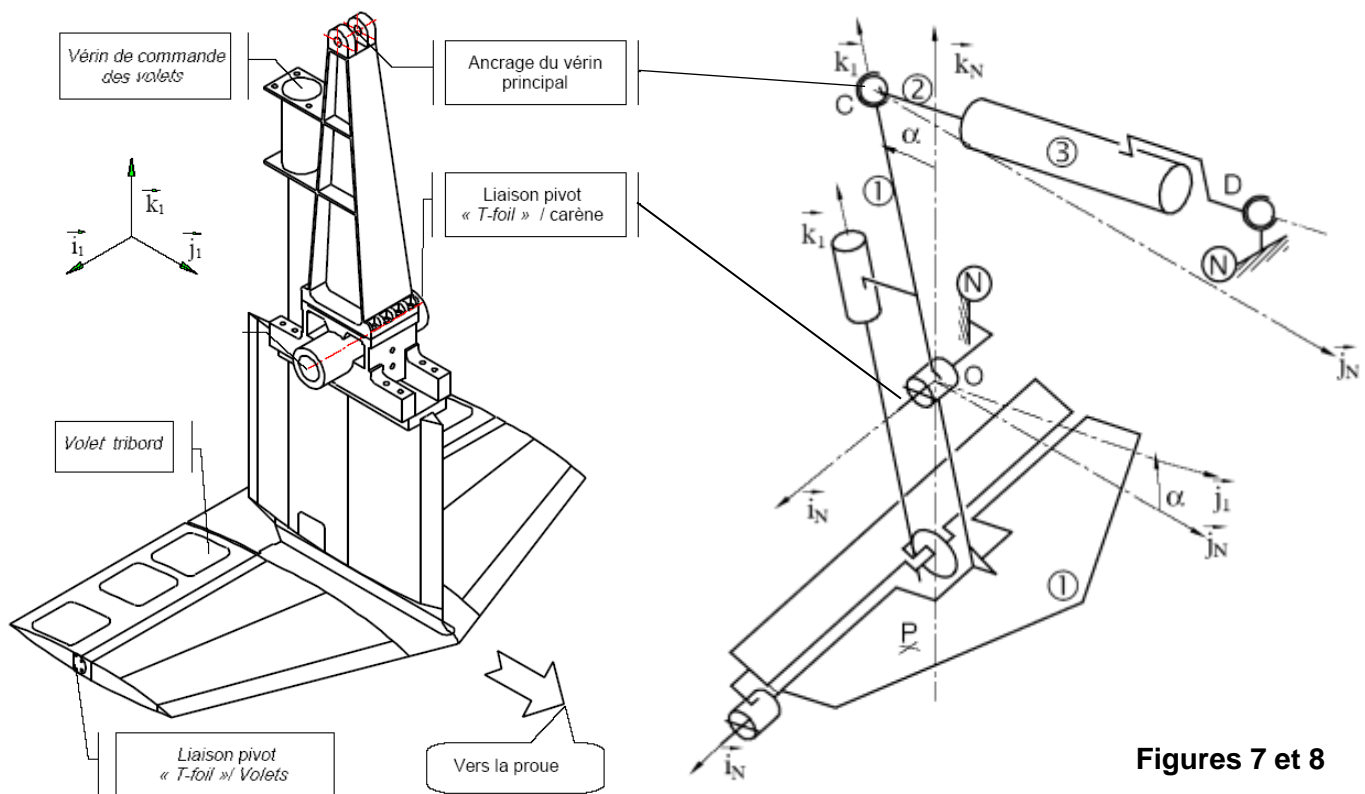
Q3. À l'aide des informations fournies, compléter le schéma topo-fonctionnel du système de stabilisation active du document réponse. Pour cela :

- Préciser les noms des blocs monovariables,
- utiliser la variable $cons\theta_j$ pour désigner les trois consignes à la fois, l'entrée sera donc la consigne $cons\theta_j$ et la sortie l'attitude réelle du navire θ_j ,
- Préciser les grandeurs entre blocs ainsi que leurs unités.

Q4. Quelles valeurs numériques des consignes $cons\theta_L$, $cons\theta_R$, $cons\theta_T$ sont fixées pour assurer le confort optimal des passagers ?

III. Étude de la chaîne fonctionnelle associée au T-foil

Le « T-foil » en forme de T renversé (voir les figures 7 et 8) est l'appendice actif le plus massif. Il est situé à l'avant du navire, dans son plan de symétrie. Il est en liaison pivot d'axe (O, \vec{i}_1) (sa rotation autour de cet axe est possible) avec la carène du navire. Un vérin dit « vérin principal » permet l'animation de cette liaison. Deux volets en liaison pivot avec le « T-foil » sont actionnés simultanément par un vérin secondaire embarqué sur le « T-foil », non étudié ici.



Figures 7 et 8

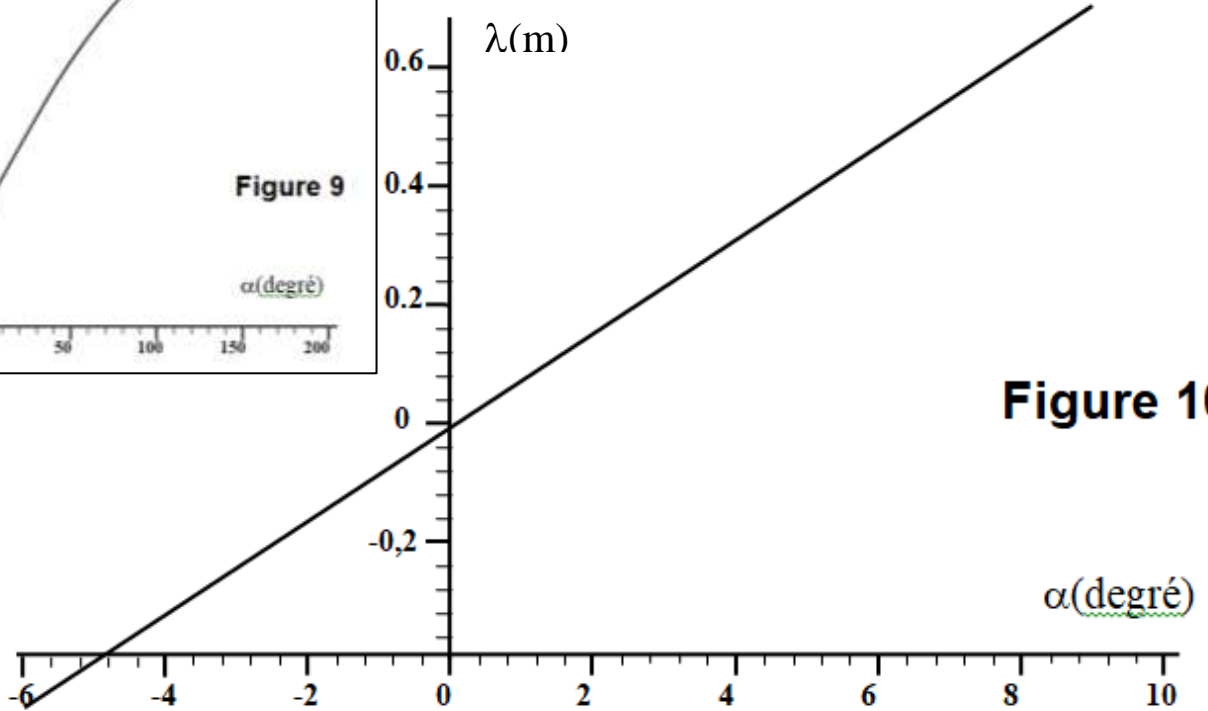
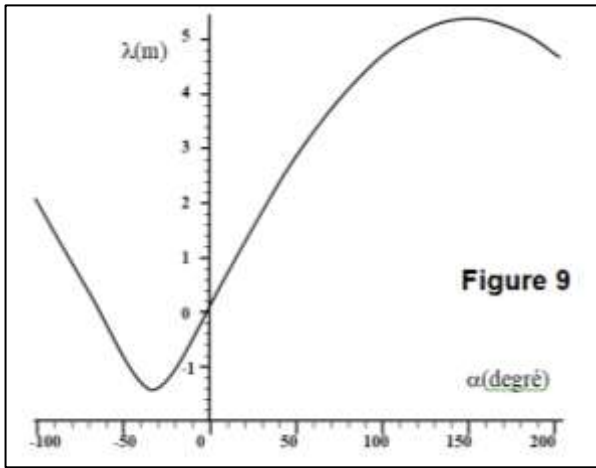
III. 1. Étude de l'exigence technique : « Transmettre le mouvement »

Objectif : Linéariser la loi entrée-sortie de la chaîne cinématique (ensemble des organes mécaniques transformant le mouvement) du T-foil.

Le paramètre d'entrée de la chaîne cinématique du T-foil est l'allongement du vérin, c'est-à-dire la distance $CD = \lambda(t)$.

Le paramètre de sortie est l'angle d'incidence du T-foil, c'est-à-dire $\alpha(t)$.

La figure 9 et son zoom figure 10 donnent la courbe représentative de la loi $\lambda = f(\alpha)$. Le domaine utile d'évolution est $[-5^\circ, 9^\circ]$.



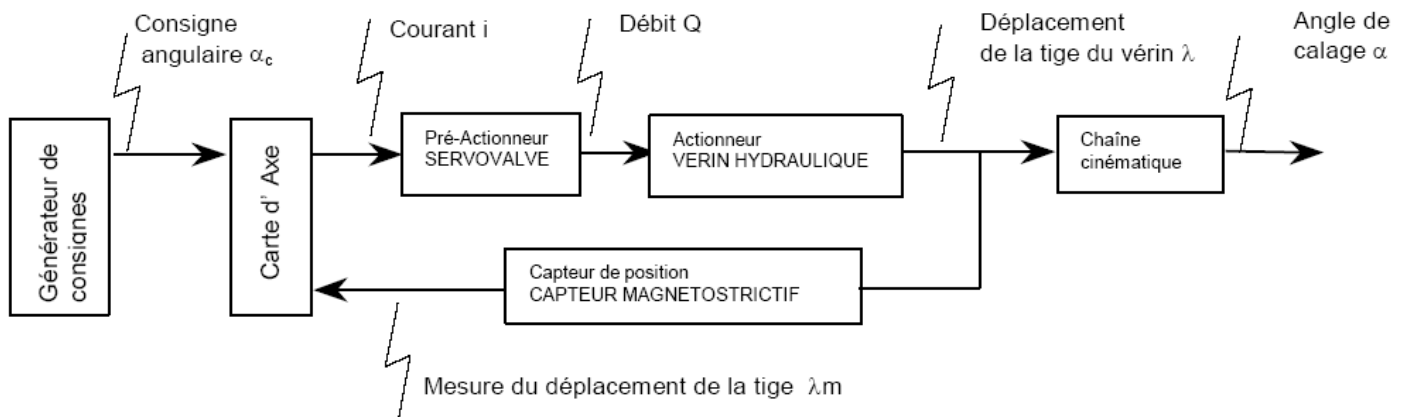
Si on considère que les solides sont parfaitement rigides et les liaisons sans jeux, la relation qui lie l'entrée $\lambda(t)$ à la sortie $\alpha(t)$ ne dépend pas du temps. En linéarisant $\lambda = f(\alpha)$, la fonction de transfert qui lie $\lambda(p)$ à $\alpha(p)$ peut alors être considérée comme un gain pur K_T

Q5. Déterminer numériquement le gain K_T (en m°) de cette fonction de transfert.

III . 2. Performances dynamiques de la chaîne fonctionnelle associée au T-foil.

Objectif : Vérifier partiellement les critères du cahier des charges.

L'architecture fonctionnelle associée au T-foil répond à la structure définie ci-dessous.



Le modèle continu associé à cette chaîne est donné par le schéma-blocs de la figure 11 où apparaissent deux entrées : la consigne de position angulaire α_c et l'effort F appliqué par le T-foil sur la tige de vérin. Cet effort, résultant des actions hydrodynamiques sur l'appendice, est une perturbation pour la commande en position du T-foil.

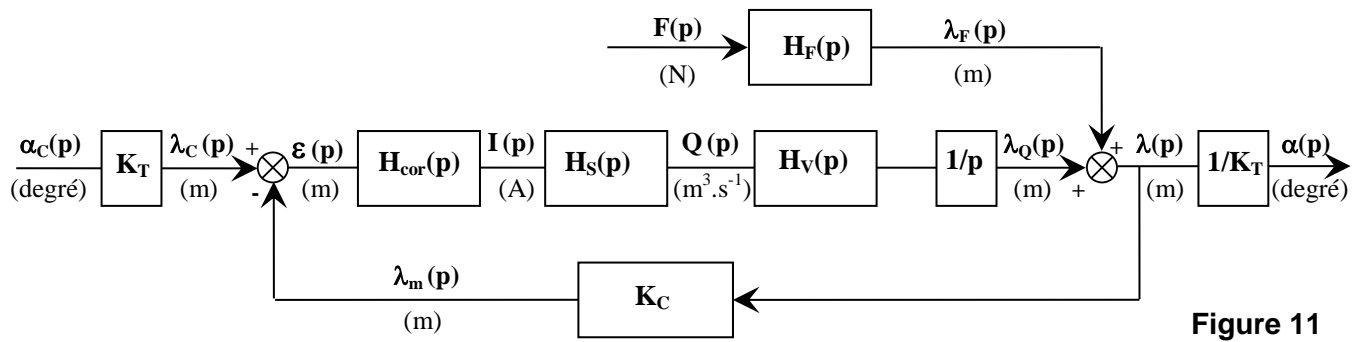


Figure 11

Q6. À partir du schéma-blocs de la figure 11, définir la nature de la grandeur de sortie du bloc $H_v(p)$. Préciser l'unité de cette sortie.

Modélisation des blocs :

Constituant	Transmittance	Données numériques
Servovalve	$H_s(p) = \frac{K_s}{1 + T_s p}$	À déterminer
Capteur	K_c	$K_c = 1$ (sans unité)
Vérin « en position »	$H_v(p) = \frac{K_v}{1 + a_v p + b_v p^2}$	$K_v = 127 \text{ m}^{-2}$ $1 + a_v p + b_v p^2 = 1 + 3.10^{-3} p + 10^{-4} p^2$
Vérin « en effort »	$H_F(p) = \frac{K_F}{1 + a_F p + b_F p^2}$	$K_F = 5.10^{-8} \text{ m.N}^{-1}$ $1 + a_F p + b_F p^2 = 1 + 3.10^{-3} p + 10^{-4} p^2$
Chaîne cinématique	K_T	$K_T = 0,06 \text{ m/}^\circ$

Extrait du cahier des charges de la commande en position du T-foil :

Critère	Niveau	Critère	Niveau
Retard de traînage maximal	0,05 s	Accélération angulaire maximale, $\ddot{\alpha}_{max}$	1 rd.s⁻²
Dépassement maximum de la position visée	< 0,1%	Vitesse angulaire maximale, $\dot{\alpha}_{max}$	0,5 rd.s⁻¹
Précision de positionnement angulaire (« T-foil ») en régime permanent	0,5°		

Q7. On identifie le comportement de la servovalve à partir d'un essai expérimental. Pour cet essai, on alimente la servovalve avec un échelon de **30 mA**. Le débit obtenu en sortie est donné par la courbe de la figure 12. À l'aide de cette courbe, justifier le choix d'un modèle 1^{er} ordre et déterminer numériquement le gain statique et la constante de temps de la fonction de transfert $H_s(p)$ de la servovalve. Expliquer la démarche.

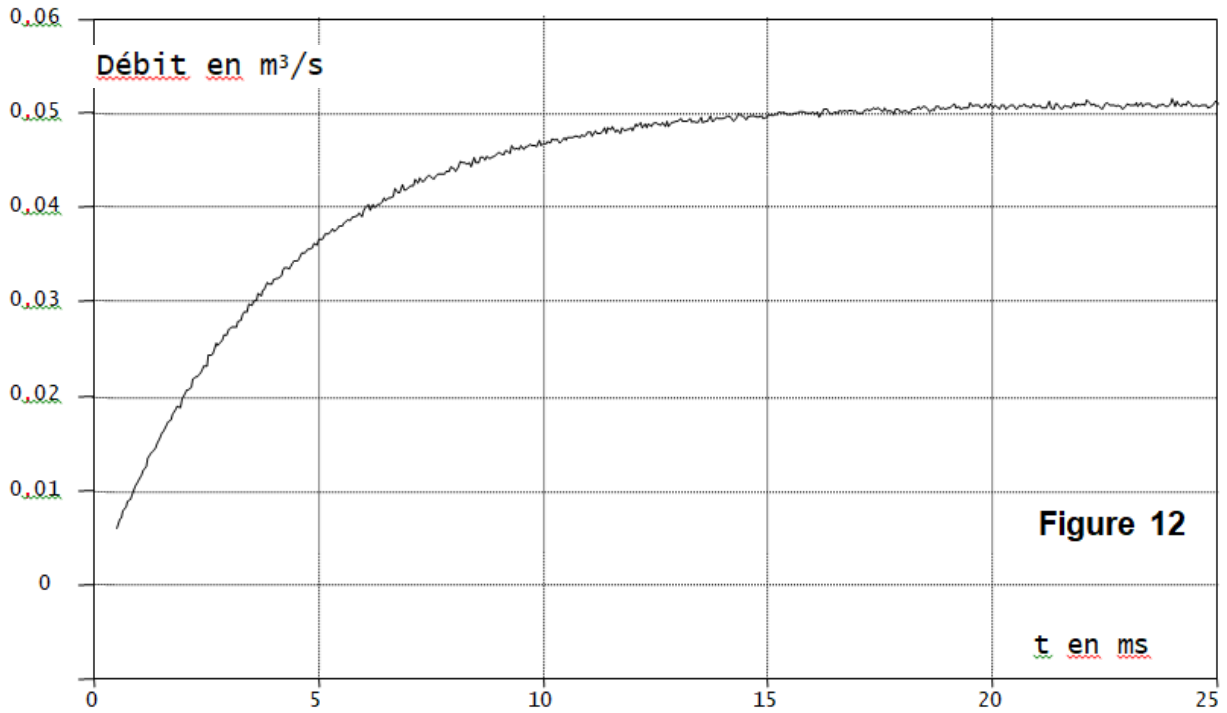


Figure 12

Pour que l'information de commande en position ne soit pas « filtrée » par la servovalve, on veut $f_s > 2.f_v$ où :

- f_s (en Hertz) est la borne supérieure de la bande passante de la servovalve : $f_s = \frac{1}{2\pi T_s}$ où T_s est la constante de temps de la servovalve.
- f_v (en Hertz) est la fréquence de coupure du gain du vérin piloté en position : $f_v = \frac{\omega_{0V}}{2\pi}$ où ω_{0V} est la pulsation propre de la fonction de transfert du vérin.

Q8. Déterminer les fréquences f_s et f_v . Vérifier alors que la servovalve est correctement choisie. Comment expliqueriez-vous la condition « Pour que l'information de commande en position ne soit pas « filtrée » par la servovalve » ?

Cette précaution étant prise on peut désormais modéliser la servovalve par un gain pur : $H_s(p) = K_s$.

On adopte un correcteur proportionnel : $H_{cor}(p) = K$, et on simplifie les écritures littérales en remplaçant K_c par sa valeur.

III . 3. Etude du système non perturbé.

Le schéma-blocs du système en suivi de consigne (en considérant les actions hydrodynamiques perturbatrices nulles) est alors équivalent à celui-ci.

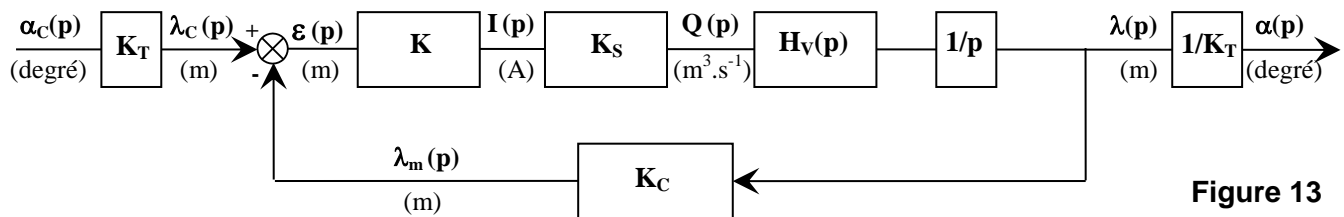


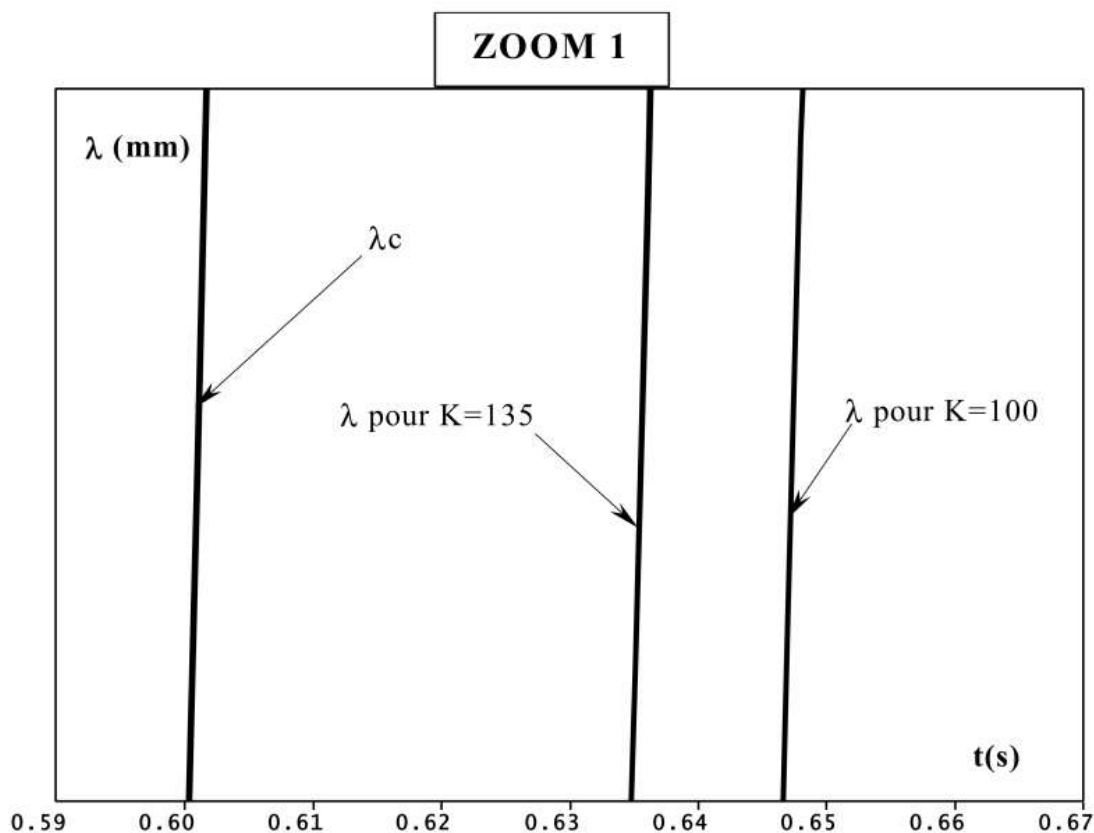
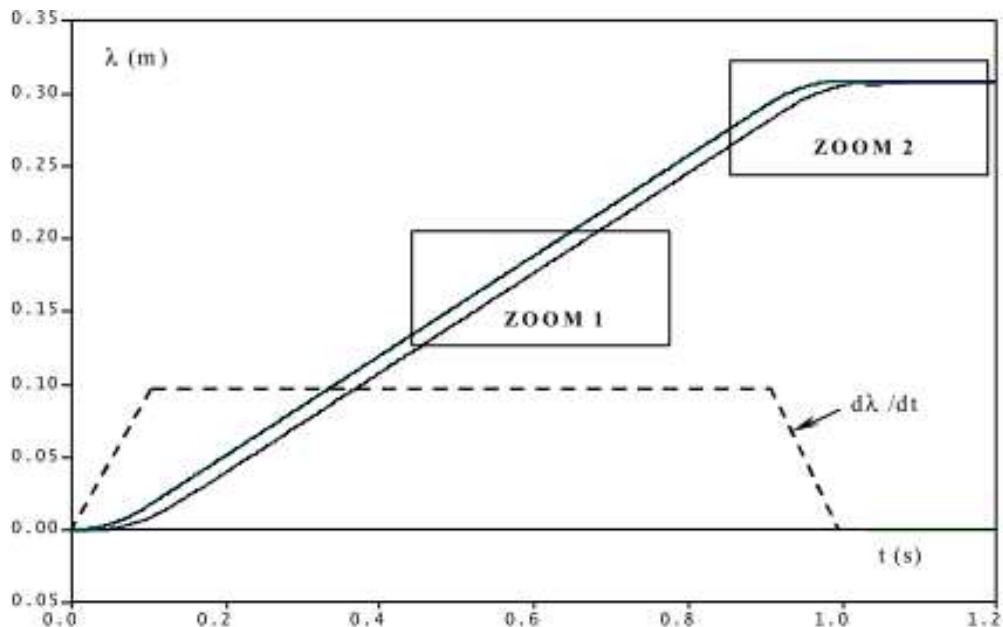
Figure 13

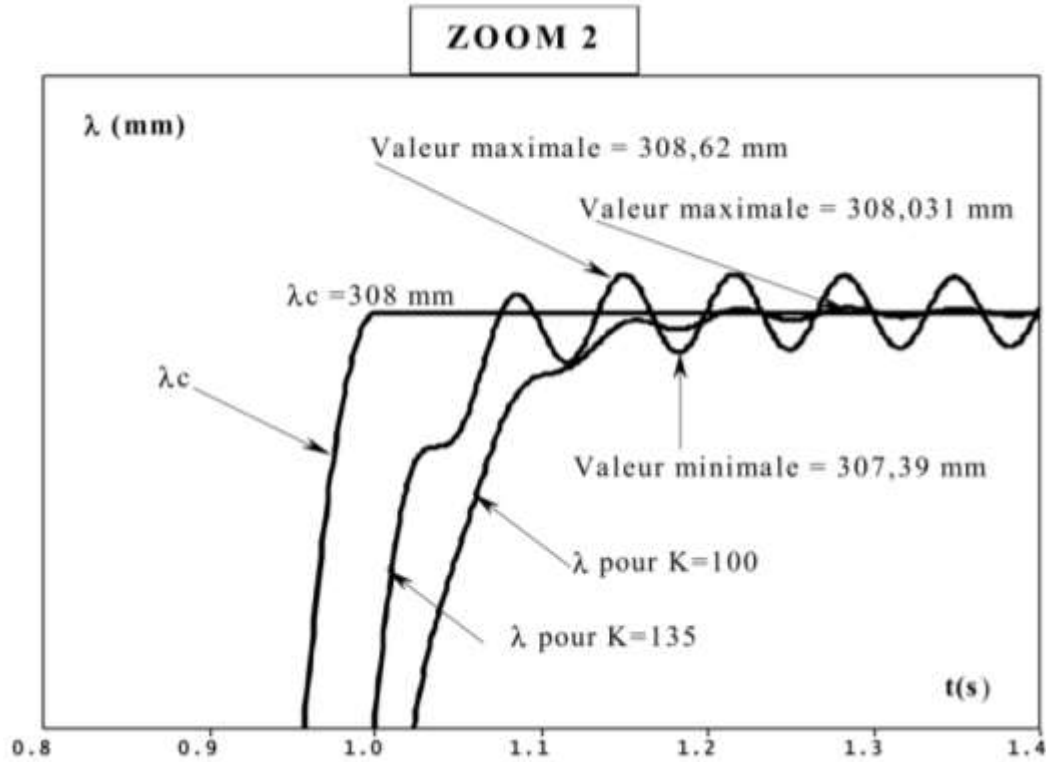
Q9. Justifier que le gain de conversion du bloc transformant $\alpha_c(t)$ en $\lambda_c(t)$ soit fixé à la valeur de K_T . On rappelle qu'un système est correctement asservi si l'écart $\epsilon(t)$ est nul lorsque la sortie atteint la valeur de l'entrée.

Q10. Exprimer la fonction de transfert $H(p) = \frac{\alpha(p)}{\alpha_c(p)}$ en fonction de K, K_s, K_v, a_v et b_v .

Afin que la détermination du correcteur se fasse dans des conditions proches de celles d'exploitation, la simulation est réalisée en utilisant une loi d'entrée reproduisant la loi réelle de commande de l'appendice. Cette loi de commande en position respecte une loi de conduite en vitesse, dite loi « en trapèze ». Les courbes de la figure ci-contre ainsi que celles de ses « zooms » (ci-après) donnent les lois d'évolution de la consigne λ_c , de la position λ et de la vitesse $d\lambda/dt$ pour cette loi de vitesse.

Les tracés sont donnés pour deux valeurs du gain K du correcteur : 100 et 135 mA/m.



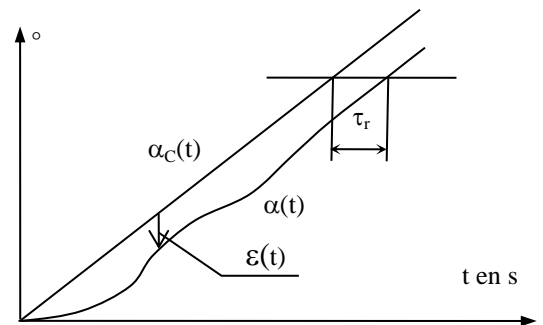


On admettra que le théorème de la valeur finale est applicable pour les questions suivantes.

Q11. Déterminer le gain statique de $H(p)$. Si on impose une consigne angulaire en échelon unitaire, le système respectera-t-il le critère de positionnement angulaire ?

Q12. Quelle valeur de K permet de satisfaire le critère de dépassement du cahier des charges ? Justifier.

Le déplacement du vérin est commandé avec une vitesse angulaire maximale de $a = 0,5 \frac{180}{\pi} \text{°/s}$. Le retard de traînage τ_r , défini sur la figure ci-contre, ne doit pas être supérieur à 0,05 s. Pour vérifier ce critère prenons une entrée en rampe de pente $a = 0,5 \frac{180}{\pi} \text{°/s}$.



- Q13.**
- Donner l'expression de la transformée de Laplace de l'entrée : $\alpha_c(p)$.
 - Donner alors l'expression de la transformée de Laplace de $\alpha(p)$.
 - Soit l'erreur $\epsilon(t) = \alpha_c(t) - \alpha(t)$. Exprimer la transformée de Laplace de l'erreur $\epsilon(p)$.
 - Déterminer l'erreur en régime permanent notée ϵ_∞ .

On remarquera que les résultats des questions **Q11** et celui de **Q13.d** nous indiquent qu'en régime permanent la droite asymptotique à $\alpha(t)$ est parallèle à la consigne en rampe $\alpha_c(t)$.

- Exprimer τ_r . Faire l'application numérique et conclure vis-à-vis du cahier des charges.

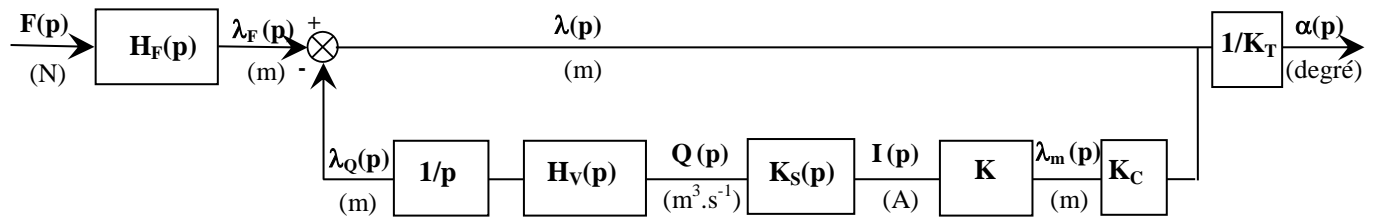
III . 4. Influence d'une perturbation.

La perturbation F est principalement due aux actions de traînée et à des fluctuations sinusoïdales liées aux mouvements du navire :

$$F(t) = f.u(t) + \Delta f . \sin (\omega.t).u(t) \quad \text{avec } f = 20 \text{ kN.}$$

La fonction $u(t)$ est définie par $u(t) = 0$ si $t < 0$ et $u(t) = 1$ si $t \geq 0$.

On limitera notre étude à l'influence d'une perturbation constante. Pour cela, on pose $\alpha_c(p) = 0$ et $\Delta f = 0$. Le schéma-blocs du système en régulation est alors équivalent à celui-ci.



- Q14.** La réponse $\lambda_F(t)$ à un échelon de perturbation en effort $F(t)$ présentera-t-elle des oscillations ? Seules les réponses rédigées seront corrigées.
- Q15.** Exprimer la fonction de transfert du système en régulation : $\frac{\alpha(p)}{F(p)}$.
- Q16.** Déterminer la valeur de α en régime permanent lorsque la perturbation est un échelon : $F(t) = f \cdot u(t)$ (f est constant). Conclure sur le critère de précision du positionnement angulaire vis-à-vis des perturbations.
- Q17.** Quelle sera la forme mathématique de la réponse $\alpha(t)$ si on considère une perturbation en effort sinusoïdale ($\Delta f \neq 0$) ? Répondre qualitativement.

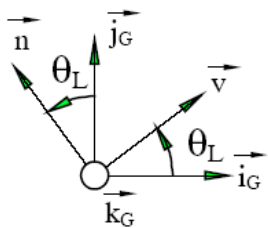
ANNEXE Pb2

- Carène : surface immergée de la coque d'un navire.
 Proue : avant du navire.
 Poupe : arrière du navire.
 Bâbord : côté gauche du navire en regardant vers l'avant, la proue.
 Tribord : côté droit du navire en regardant vers l'avant.

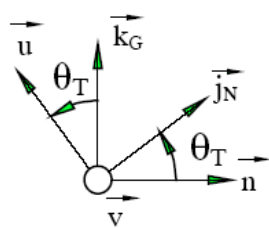
Lacet, Roulis, Tangage : mouvements de rotation autour de 3 axes orthogonaux du navire représentés par le repère $(GN ; \vec{i}_N, \vec{j}_N, \vec{k}_N)$ par rapport au repère terrestre local $(GN ; \vec{i}_G, \vec{j}_G, \vec{k}_G)$.



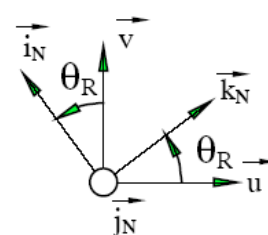
Ces rotations ainsi que les vecteurs intermédiaires \vec{u} , \vec{v} et \vec{n} sont définis par les figures de changements de base suivantes :



θ_L : Angle de Lacet



θ_T : Angle de Tangage



θ_R : Angle de Roulis

Gyromètre : capteur délivrant une tension proportionnelle à la vitesse de rotation du référentiel du capteur par rapport à un référentiel galiléen autour de la direction d'un axe.

Accéléromètre : capteur délivrant une tension proportionnelle à l'accélération d'un point du référentiel du capteur par rapport à un référentiel galiléen suivant la direction d'un axe.

ANNEXE : Transformées de Laplace

f(t)	F(p)
$f(at)$	$\frac{1}{a} F\left(\frac{p}{a}\right)$
$f(t - \tau)$	$e^{-\tau p} F(p)$
$\frac{df(t)}{dt}$	$pF(p) - f(0^+)$
$\frac{d^2f(t)}{dt^2}$	$p^2 F(p) - pf(0^+) - f'(0^+)$
$\frac{d^n f(t)}{dt^n}$	$p^n F(p)$ avec C.I. = 0
$\int_0^t f(u) du$	$\frac{F(p)}{p}$ avec C.I. = 0
$\delta(t)$	1
$u(t)$	$\frac{1}{p}$
$\frac{t^n}{n!} \cdot u(t)$	$\frac{1}{p^{n+1}}$
$e^{-at} \cdot u(t)$	$\frac{1}{p+a}$
$t e^{-at} \cdot u(t)$	$\frac{1}{(p+a)^2}$
$\sin \omega t \cdot u(t)$	$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$
$\cos \omega t \cdot u(t)$	$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$

Théorème de la valeur initiale : (si la limite existe)

$$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{p \rightarrow \infty} p \cdot F(p)$$

Théorème de la valeur finale : (si la limite existe)

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot F(p)$$