

# DS N°2

- Durée 2 heures
- Calculatrices autorisées
- Aucun document autorisé
- Le devoir comporte un problème ainsi qu'un exercice bonus qui ne sera abordé qu'après avoir traité toutes les questions posées dans le problème.
- Vous disposez des annexes sur les transformées de Laplace en fin de sujet.

## Problème : MC2E (inspiré de Mines Ponts MP 2016)

L'objet de cette étude est un robot appelé MC2E utilisé en chirurgie endoscopique (photo 1). Ce type de robots médico-chirurgicaux est équipé de capteurs (caméra, capteur d'efforts ...) permettant de maîtriser les interactions avec des environnements souvent déformables et difficilement modélisables comme le corps humain.

L'objectif de ce sujet est d'analyser, de comprendre et de justifier les choix structurels faits par les ingénieurs lors de la conception. Pour cela, on se basera sur la démarche de l'ingénieur :

- Les exigences et/ou performances souhaitées sont spécifiées tout au long du sujet ;
- Des modèles et résultats analytiques ou simulés sont mis en place ;
- Des résultats expérimentaux sont proposés.

A chaque fois, on cherchera à quantifier les écarts entre les différents résultats obtenus par simulation et/ou expérimentation et les exigences et/ou performances souhaitées.

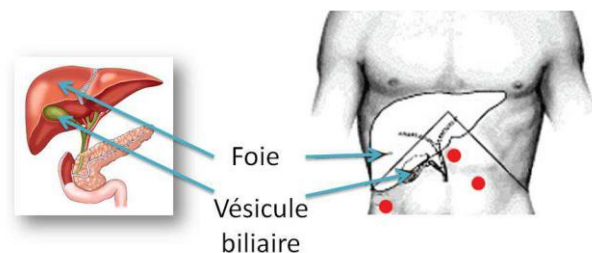
## I Présentation générale du système MC2E

### I.1 Contexte

Le MC2E est utilisé pour une opération dite de cholécystectomie qui consiste à enlever la vésicule biliaire (Figure 2). La pratique d'une cholécystectomie sans assistance robotique nécessite la présence d'un chirurgien qui manipule les instruments chirurgicaux et d'un assistant pour positionner l'endoscope (caméra permettant de visualiser en temps réel la zone opérée). Plus précisément, le chirurgien :

- tire d'une main avec un premier instrument chirurgical la vésicule pour dégager la zone de dissection ;
- utilise un deuxième instrument chirurgical, avec l'autre main, pour détacher la vésicule du foie.

Un assistant doit être présent pour manipuler l'endoscope à la demande du chirurgien. Cette opération nécessite donc trois points d'incision (Figure 2) : deux pour les instruments chirurgicaux et un pour l'endoscope.



Les points rouges représentent les points d'incision lors d'une opération sans MC2E

Figure 2 : Localisation du lieu de l'opération

## I.2 Structure matérielle du robot MC2E

Le MC2E présente la particularité d'avoir quatre degrés de liberté : trois degrés de liberté en rotation et un degré de liberté en translation. On donne Figure 3 une description simple du robot et de l'axe en translation qui fera l'objet d'une étude approfondie.

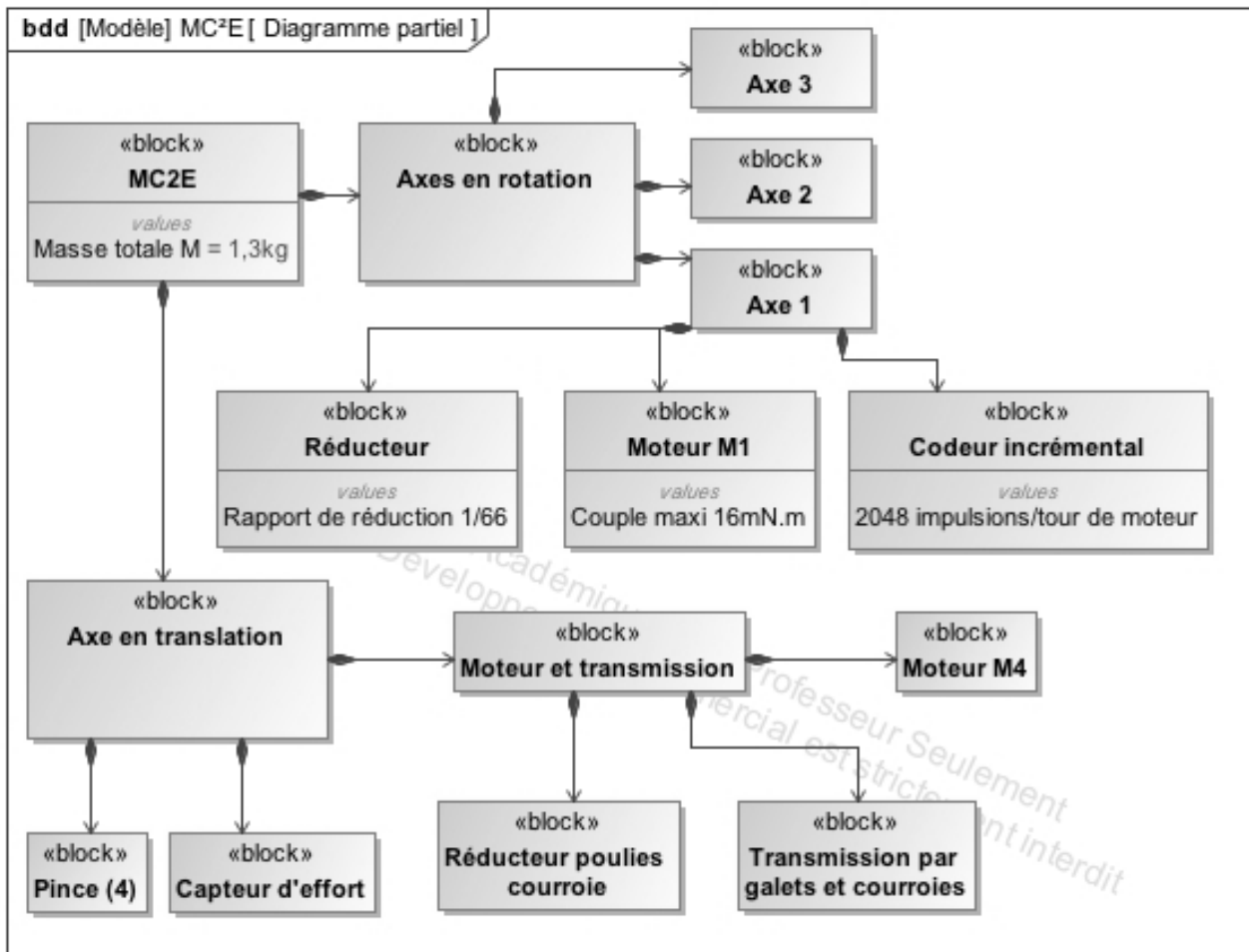


Figure 3 : Diagramme partiel de définition des blocs

La particularité de la cinématique choisie est qu'elle laisse fixe le point de concours des axes de rotation qui correspond au point d'incision (point  $O_{0,1,2,3}$ ). Ce point fixe est le point où se situe le trocart (Figures 4 et 5), élément qui sert d'interface entre l'abdomen du patient et l'instrument chirurgical du robot. Le lieu de l'opération peut être atteint grâce à l'axe en translation au bout duquel se situe la pince.

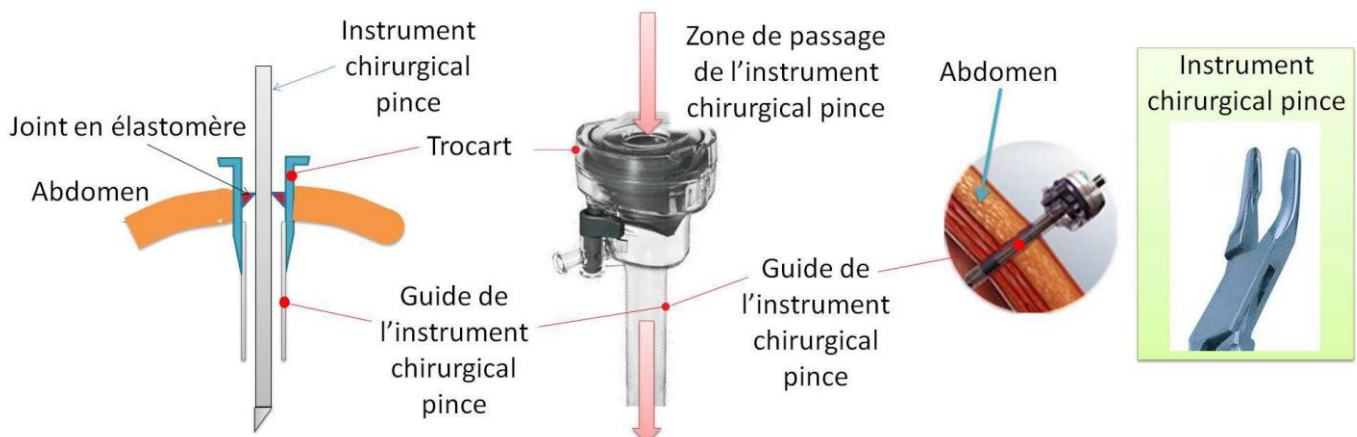


Figure 4 : Trocart et montage de l'instrument chirurgical pince

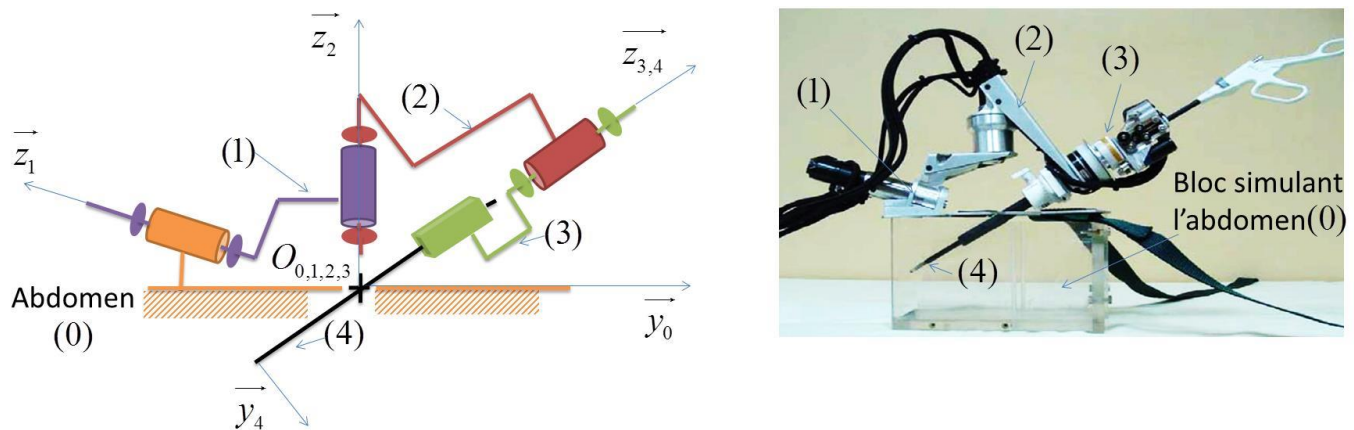


Figure 5 : Schéma cinématique du robot

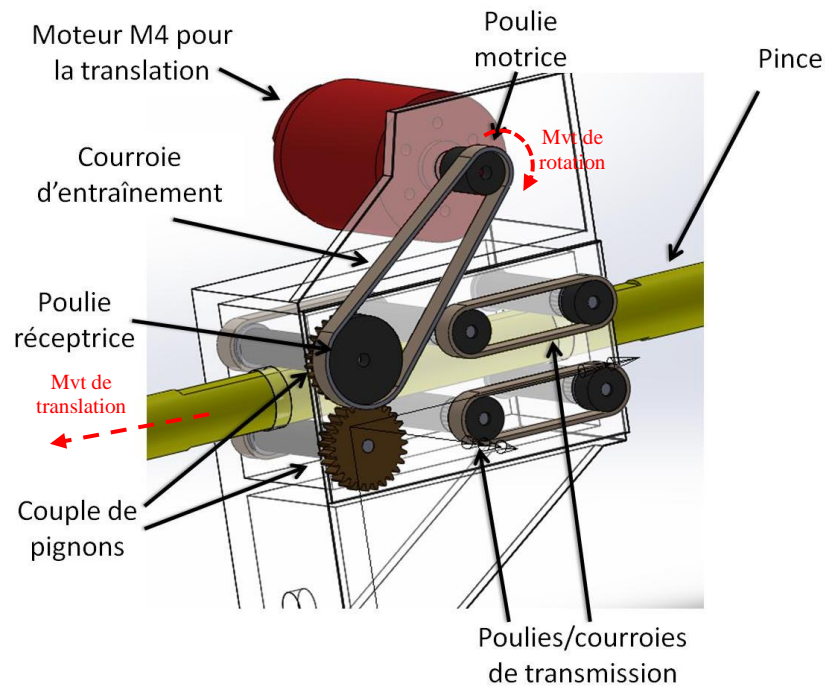


Figure 6 : mécanisme de transformation de mouvement de l'axe en translation 4

### I.3 Mode opératoire du MC2E

Le mode opératoire se décompose en quatre phases :

- Phase 1 : Après avoir introduit le trocart, l'abdomen du patient est gonflé avec du CO<sub>2</sub>. Celui-ci se montrera alors aussi stable et rigide que possible pour la réussite de l'opération ;
- Phase 2 : Le MC2E est positionné sur l'abdomen du patient. Celui-ci est maintenu en position grâce à des sangles. Les trois axes en rotation sont alors asservis en position constante ;
- Phase 3 : La pince est introduite dans le trocart au travers d'un guide (étanche). Une phase de calibration du robot utile à la compensation de pesanteur analysée par la suite, démarre ;
- Phase 4 : Le chirurgien amène la pince du MC2E qui doit tirer la vésicule lors de l'opération.

L'axe en translation du MC2E entre alors en fonctionnement : il est asservi en effort constant pour tirer (ou pousser) la vésicule au fur et à mesure que le chirurgien utilise son bistouri pour détacher la vésicule du foie. La Figure 7 décrit les principales exigences auxquelles est soumis le MC2E.



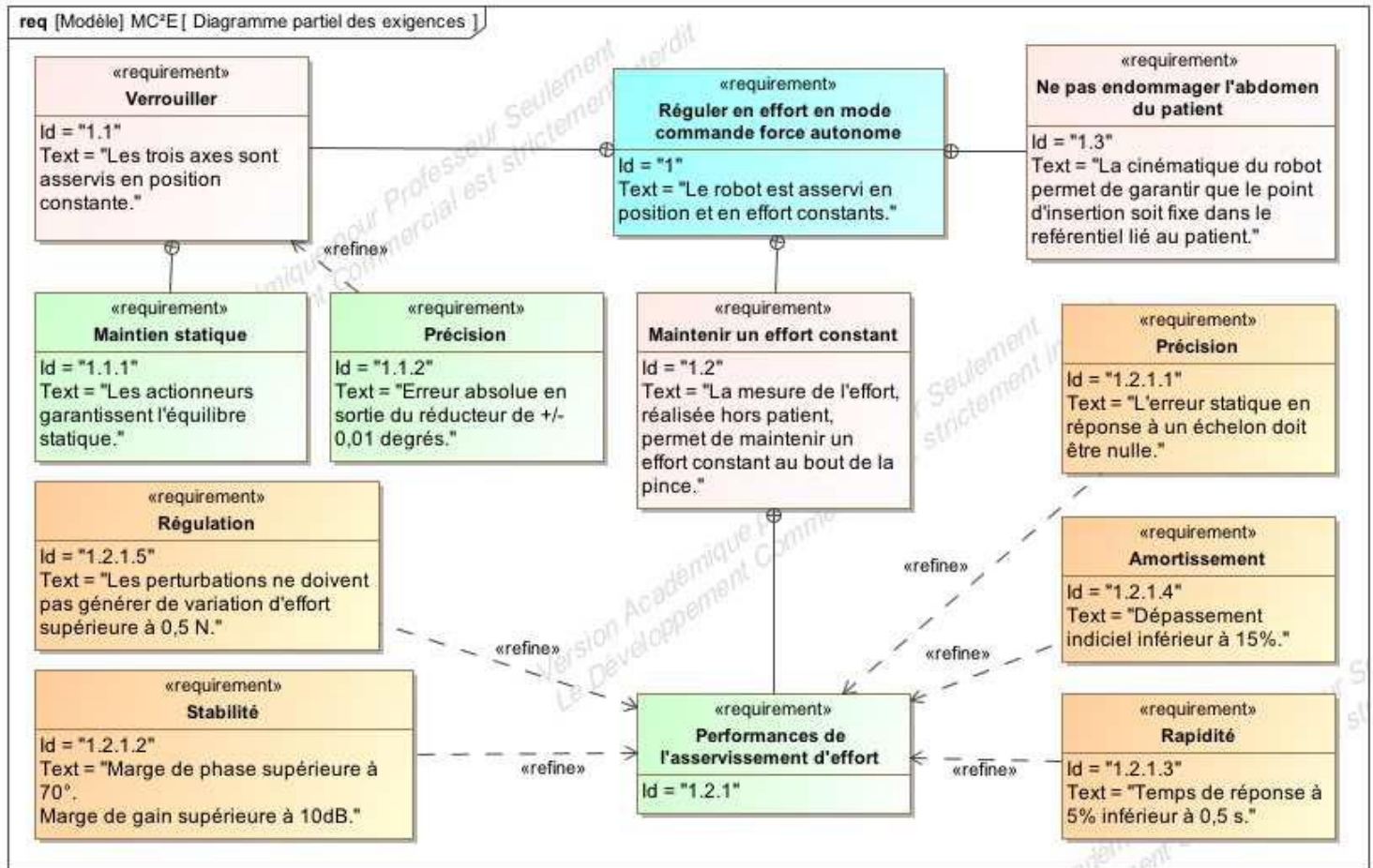


Figure 7 : Diagramme partiel des exigences

## II Validation des performances de l'asservissement d'effort

On s'intéresse ici à la phase 4. Lors de l'opération envisagée, il est nécessaire de maintenir un effort constant au bout de la pince (4). Pour cela, on réalise un asservissement d'effort de l'axe en translation que l'on se propose d'étudier. Le système est alimenté par un transformateur alternatif/continu. Un variateur permet de piloter le moteur à courant continu M4. Une interface de communication entrée/sortie permet de coder les consignes d'effort et acquérir des grandeurs physiques. D'autre part, elle communique à la chaîne d'énergie, après traitement, des ordres définis par un calculateur. La description par diagramme partiel de définition de blocs de l'axe en translation est donnée Figure 3.

**Q1.** Compléter le schéma du document réponse représentant les chaînes d'énergie et d'information de cette chaîne fonctionnelle asservie en indiquant le nom des composants réalisant chacune des fonctions.

Lors de l'opération, il est essentiel de contrôler et réguler l'effort appliqué sur l'organe et donc indirectement l'effort fourni par le moteur M4. A un effort de consigne va correspondre un effort appliqué sur l'organe pour l'extraire. C'est ce même effort qui est mesuré par le capteur d'effort. Celui-ci va alors générer un couple rapporté sur l'arbre du moteur M4. On souhaite ici s'intéresser à la structure de commande retenue pour cette boucle d'asservissement. Les interactions avec l'organe étant par définition inconnues et complexes, on va régler le calculateur en se basant sur un montage d'essai mettant en interaction la pince (4) avec un ressort simulant la vésicule biliaire (raideur du ressort similaire à la raideur de la vésicule).

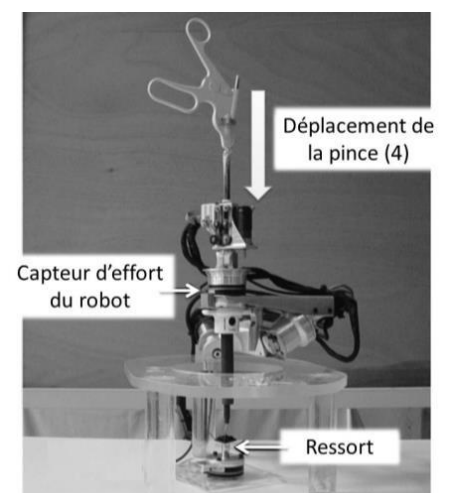


Figure 8 : Montage d'essai

Le schéma-blocs fonctionnel retenu pour cette étude est donc le suivant :

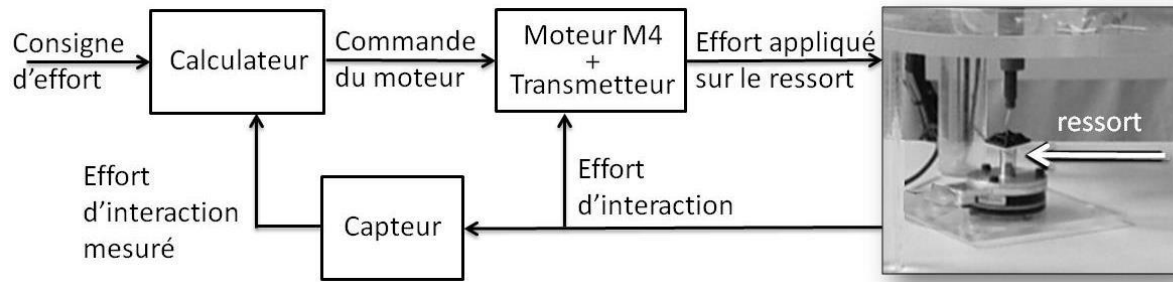


Figure 9 : Modèle de la commande en effort

### II.1 Modèle de comportement du capteur

On cherche à calibrer le comportement du capteur par un essai indiciel. On réalise l'essai à partir d'un point d'équilibre  $(F_{res0} ; u_{mes0}) = (2,5 N ; 8 V)$  et on impose un échelon d'effort  $\Delta F_{res(t)}$  d'amplitude 0,5 N (avec  $F_{res(t)} = F_{res0} + \Delta F_{res(t)}$ ). Le résultat de l'essai est alors tracé Figure 10.

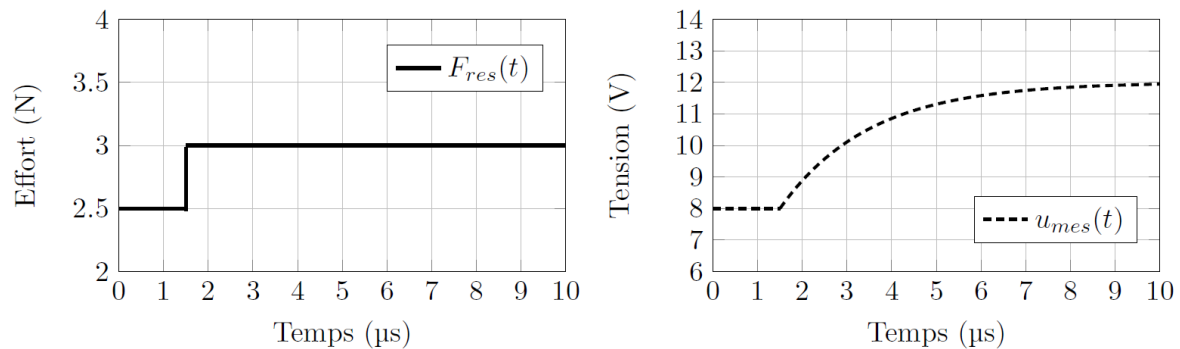


Figure 10 : Réponse indicielle de la tension  $u_{mes}(t)$  à un échelon d'effort  $F_{res}(t)$

- Q2.** Au vu de l'essai (Figure 10), donner la forme de l'équation différentielle ainsi que de la fonction de transfert laplacienne associée, reliant  $\Delta u_{mes}(t)$  et  $\Delta F_{res}(t)$ . Justifier.
- Q3.** Donner les valeurs numériques associées aux coefficients caractéristiques de l'équation et de la fonction de transfert définies précédemment. Expliquer la démarche et faire les tracés nécessaires sur le document réponse.

Le calculateur interroge la mesure  $u_{mes}(t)$  du capteur avec un pas de temps  $\Delta t$  de 1 ms (c'est la période d'échantillonnage du signal).

- Q4.** Confronter  $\Delta t$  au temps de réponse au temps de réponse à 5% du capteur. Proposer alors un modèle de fonction de transfert simplifié du capteur pour la suite de l'étude.

### II.2 Modèle de connaissance de l'asservissement

Lors de l'asservissement en effort, il faut que l'effort mesuré soit le plus proche possible de l'effort que génère la pince (4) sur le ressort. Une étude (dynamique) non détaillée ici montrerait qu'il faut que le MC2E soit asservi avec compensation de la pesanteur sur son axe en translation.

Cette compensation est faite de façon logicielle en temps réel. Le but de cette compensation est d'annuler l'effet du terme  $C_p(p)$  (couple dû à la pesanteur) sur l'axe moteur. On notera  $C_{comp}(p)$  le couple calculé en temps réel par l'algorithme de compensation de pesanteur.

Pour la suite, on notera  $\theta_m(p)$ ,  $\Omega_m(p)$ ,  $C_m(p)$ ,  $C_S(p)$  et  $C_p(p)$  les transformées de Laplace des grandeurs de l'équation de mouvement donnée ci-dessous.

**Q5.** Compléter le schéma-blocs du document réponse pour réaliser la compensation de pesanteur.

Après compensation, l'équation du mouvement se simplifie donc et devient :

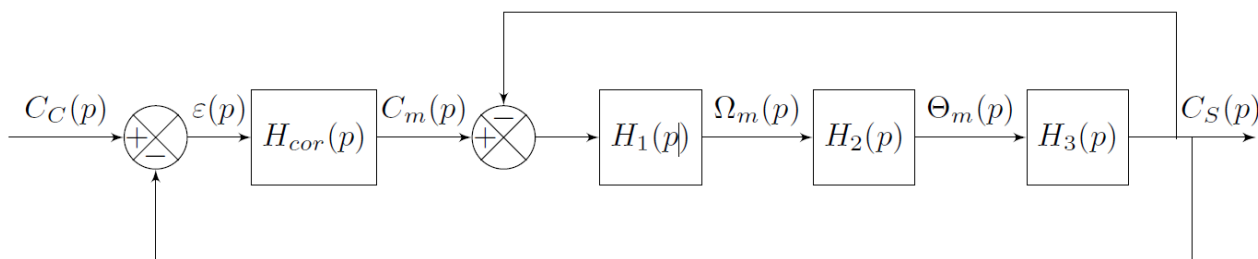
$$(1) \quad J \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t) - C_S(t) \quad \text{avec } J \text{ moment d'inertie équivalente (constant) du moteur.}$$

de plus, on pose :

$$(2) \quad C_S(t) = K_{C\theta} \cdot \theta_m(t) \quad \text{avec } K_{C\theta} \text{ est une constante positive.}$$

avec  $C_S(t)$  le couple de sortie mesuré par le capteur d'effort situé sur le MC2E,  $C_m(t)$  le couple moteur et  $\omega_m(t)$  et  $\theta_m(t)$ , respectivement vitesse et position angulaire de l'arbre moteur.

La régulation se met alors sous la forme du schéma-blocs à retour unitaire simplifié Figure 11 que l'on admettra :



**Figure 71** : Schéma-blocs de la régulation en effort

Avec  $C_C(p)$  le couple consigne et  $H_{cor}(p)$  la fonction de transfert du correcteur.

**Q6.** Rappeler la relation entre l'angle de rotation du moteur  $\theta_m(t)$  et la vitesse de rotation du moteur  $\omega_m(t)$ . En déduire l'expression de  $H_2(p)$ .

**Q7.** Passer les équations (1) et (2) dans le domaine de Laplace. Définir les fonctions de transfert  $H_1(p)$  et  $H_3(p)$ .

### II.2.1 Stabilisation interne

Dans un premier temps on considèrera le système non corrigé :  $H_{cor}(p) = 1$ .

**Q8.** Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée  $H_{BF}(p) = \frac{C_S(p)}{C_C(p)}$  de l'asservissement d'effort, en fonction de  $H_1(p)$ ,  $H_2(p)$  et  $H_3(p)$ .

**Q9.** Montrer que cette fonction de transfert prend la forme d'un système du second ordre sans amortissement et déterminer les expressions du gain statique et de la pulsation propre.

**Q10.** Exprimer les pôles (racines du dénominateur) de  $H_{BF}(p)$ . Donner l'expression et l'allure de la réponse impulsionnelle et conclure quant à la stabilité du système.

Pour remédier au problème ainsi mis en évidence, le concepteur a choisi de mettre en place une boucle interne numérique, dite tachymétrique, de gain B. On s'intéresse ici à la définition analytique de B. Le schéma-blocs modifié est donné Figure 12 :

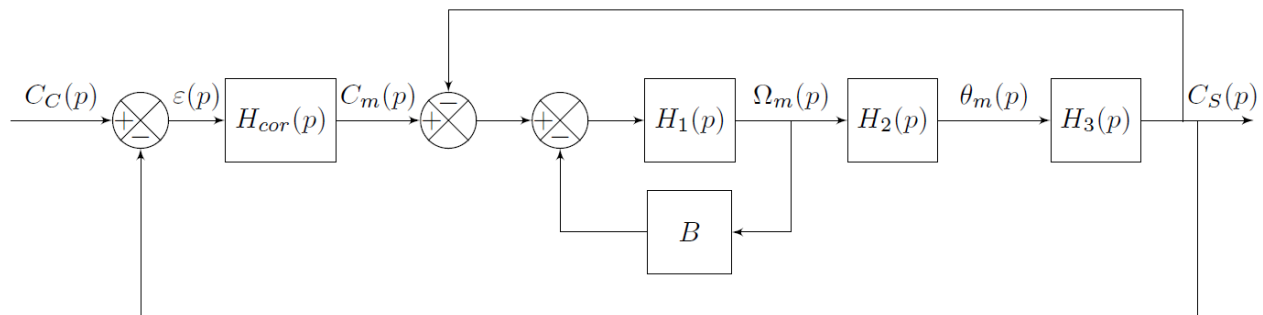


Figure 82 : Régulation avec retour tachymétrique

- Q11.** Donner l'expression de la fonction de transfert  $G(p) = \frac{C_S(p)}{C_C(p)}$  en fonction de  $H_1(p)$ ,  $H_2(p)$ ,  $H_3(p)$  et  $B$ , puis en fonction de  $J$ ,  $B$  et  $K_{C\theta}$ .

On règle  $B$  de telle façon que la fonction  $G(p)$  s'écrive :  $G(p) = \frac{1}{(1+\tau p)^2}$ .

- Q12.** Donner l'expression analytique du gain  $B$ , en fonction de  $J$  et  $K_{C\theta}$ , permettant d'obtenir cette forme de fonction de transfert. En déduire l'expression analytique de la constante de temps  $\tau$ .

### II.2.2 Réglage du correcteur

Les exigences du cahier des charges sont données Figure 7 (exigences 1.2.1.1 à 1.2.1.4). Afin de répondre à ces exigences, on choisit un correcteur proportionnel-intégral de gain  $K_i$  et de constante de temps  $T_i$ . Le schéma-bloc de la régulation peut ainsi se mettre sous la forme de la Figure 13 :

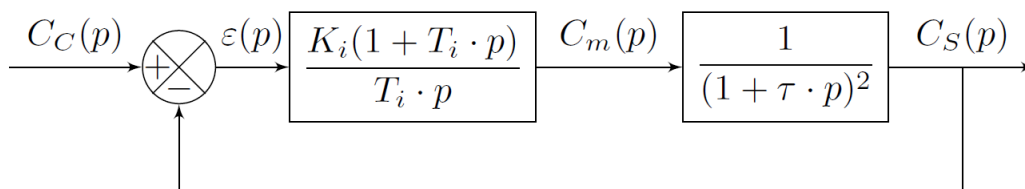


Figure 93 : Régulation avec retour tachymétrique

- Q13.** Définir l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte  $H_{BO}(p) = \frac{C_S(p)}{\varepsilon(p)}$ . Donner son ordre et sa classe.
- Q14.** Proposer une valeur simple de  $T_i$  de façon à réduire l'ordre de  $H_{BO}(p)$ . Donner la nouvelle expression de  $H_{BO}(p)$ .
- Q15.** En déduire l'expression et les paramètres caractéristiques de la fonction de transfert en boucle fermée  $H_{BF}(p) = \frac{C_S(p)}{C_C(p)}$  en fonction de  $\tau$  et  $K_i$ .

### II.2.3 Performances du système

- Q16.** Régler la valeur  $K_i$  de façon à minimiser le temps de réponse à 5% tout en vérifiant les exigences du système (Figure 7). Vous utiliserez les abaques fournis sur le document réponse et effectuerez les tracés nécessaires.

**Q17.** Calculer alors temps de réponse à 5% ( $t_{5\%}$ ) en prenant  $\tau = 0,02$  s et conclure.

**Q18.** Discuter de la stabilité du système.

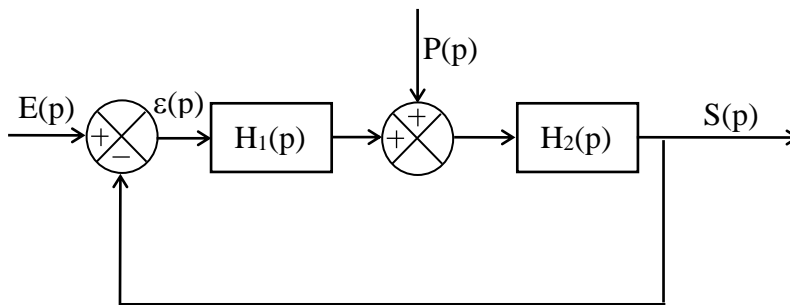
On souhaite étudier la précision du système pour une consigne  $C_c(t)$  en échelon (unitaire).

**Q19.** Après avoir exprimé  $C_c(p)$ , calculer l'erreur statique notée  $\varepsilon_s$ . Conclure.

**Exercice bonus :** Où placer une action intégrale pour améliorer la précision d'un système en régulation ?

On considère un système asservi dont le schéma-blocs prend la forme ci-dessous.  $H_1(p)$  et  $H_2(p)$  sont deux fonctions de transfert de classe respectivement notées  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$ , et de gain statique respectivement noté  $K_1$  et  $K_2$ . L'entrée en consigne du système est notée  $E(p)$ , la perturbation  $P(p)$  et la sortie  $S(p)$ .

On rappelle la forme canonique d'une fonction de transfert :  $H(p) = \frac{K(1+b_1p+\dots+b_m p^m)}{p^\alpha(1+a_1p+\dots+a_n p^n)}$



Le système présentant deux entrées, la consigne et la perturbation, la sortie du système s'écrit :

$$S(p) = H_s(p) E(p) + H_r(p) P(p)$$

où  $H_s(p)$  et  $H_r(p)$  sont les fonctions de transfert respectivement du système suiveur (suivi de consigne) et du système régulateur.  $H_r(p)$  permet de savoir quelles conséquences la perturbation va avoir sur la grandeur de sortie lorsque la consigne est supposée nulle.

**Q1.** Déterminer les expressions de  $H_s(p)$  et  $H_r(p)$  en fonction de  $H_1$  et  $H_2$ . Vous pouvez procéder par superposition ( $H_s(p) = \left. \frac{S(p)}{E(p)} \right|_{P(p)=0}$  et  $H_r(p) = \left. \frac{S(p)}{P(p)} \right|_{E(p)=0}$ ) ou en traduisant le schéma complet.

**Q2.** Déterminer l'expression de l'écart  $\varepsilon(p) = E(p) - S(p)$ . En déduire celle de l'écart noté  $\varepsilon_{\text{pert}}(p)$  uniquement dû à la perturbation.

On considère que le système est soumis à une perturbation en échelon  $p(t) = p_0 u(t)$  avec  $u(t)$  la fonction échelon unitaire et  $p_0$  une constante.

**Q3.** Donner l'expression ou la valeur de l'écart en régime permanent dû à la perturbation dans les 4 cas suivants :

a)  $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$       b)  $\alpha_1 = 0$  et  $\alpha_2 > 0$       c)  $\alpha_1 > 0$  et  $\alpha_2 = 0$       d)  $\alpha_1 > 0$  et  $\alpha_2 > 0$

**Q4.** Recopier sur copie et compléter la phrase suivante : Si la fonction de transfert située ..... la perturbation comporte au moins un intégrateur, la perturbation en échelon n'a pas d'effet sur la précision : on dit que le système rejette la perturbation.



## ANNEXES

## Transformées de Laplace

$f(t)$	$F(p)$
$f(at)$	$\frac{1}{a} F\left(\frac{p}{a}\right)$
$f(t - \tau)$	$e^{-p\tau} F(p)$
$\frac{df(t)}{dt}$	$pF(p) - f(0^+)$
$\frac{d^2f(t)}{dt^2}$	$p^2 F(p) - pf(0^+) - f'(0^+)$
$\frac{d^n f(t)}{dt^n}$	$p^n F(p)$ avec C.I. = 0
$\int_0^t f(u) du$	$\frac{F(p)}{p}$ avec C.I. = 0
$\delta(t)$	1
$u(t)$	$\frac{1}{p}$
$\frac{t^n}{n!} \cdot u(t)$	$\frac{1}{p^{n+1}}$
$e^{-at} \cdot u(t)$	$\frac{1}{p+a}$
$t e^{-at} \cdot u(t)$	$\frac{1}{(p+a)^2}$
$\sin \omega t \cdot u(t)$	$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$
$\cos \omega t \cdot u(t)$	$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$

*Théorème de la valeur initiale : (si la limite existe)*

$$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{p \rightarrow \infty} p \cdot F(p)$$

*Théorème de la valeur finale : (si la limite existe)*

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot F(p)$$