

## DS N°3

Aucun document autorisé

Calculatrices autorisées

Le devoir comporte 2 petits exercices et 1 problème extrait de concours

Les questions bonus présentent quelques difficultés et seront valorisées lors de la correction

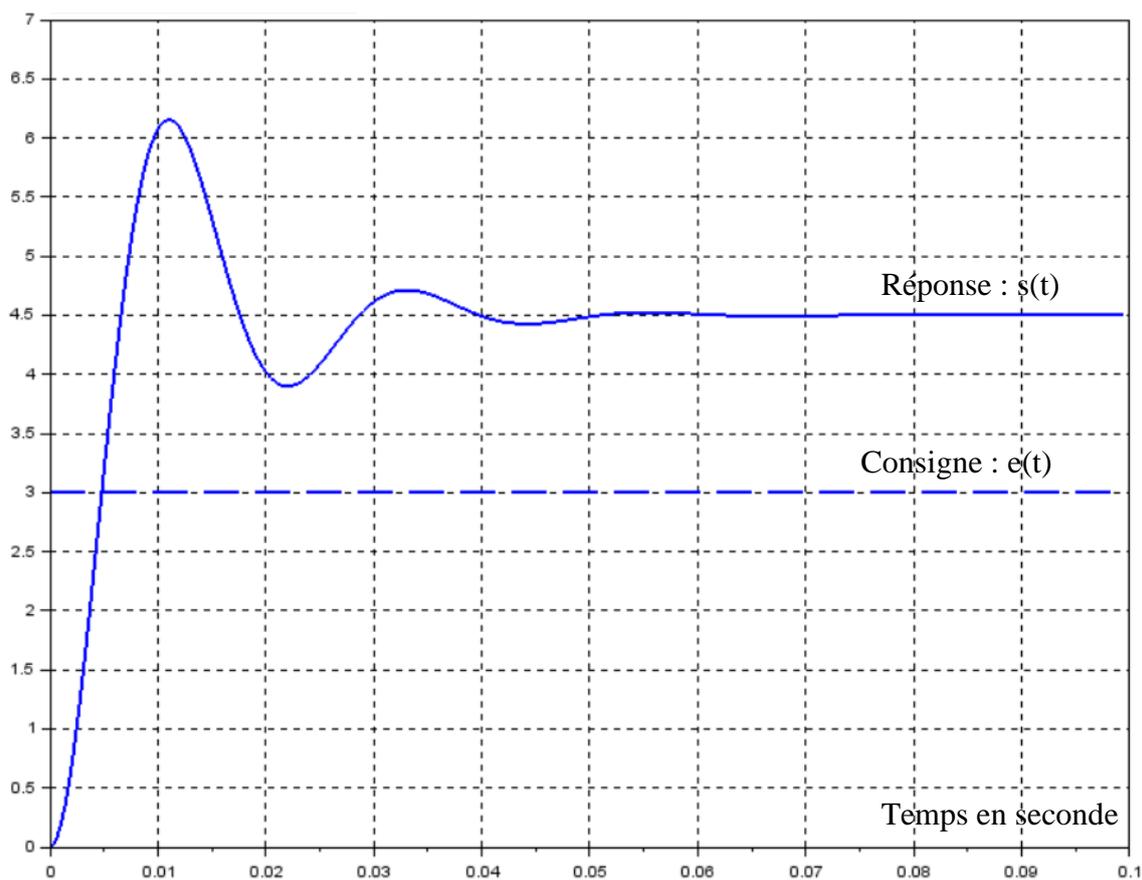
Durée 3 heures

### Exercice N°1 : performances et identification

Sur le graphique suivant, sont représentés la consigne et la réponse (grandeurs sans dimension) d'un système linéaire continu invariant asservi.

Travail demandé :

1. *Evaluer les performances du système (erreur statique, temps de réponse à 5% et 1<sup>er</sup> dépassement en pourcentage de la valeur à convergence). Vous réaliserez les tracés nécessaires sur le document réponse.*
2. *Donner par identification, la fonction de transfert Laplacienne du système. Son expression numérique sera donnée sous forme canonique. Justifier le modèle de fonction de transfert avant de développer la démarche et les calculs utilisant entre autres, les deux abaques du document réponses. Vous pouvez également utiliser les formules données sur le document réponses.*



## Exercice N°2 : Imprimante 3D

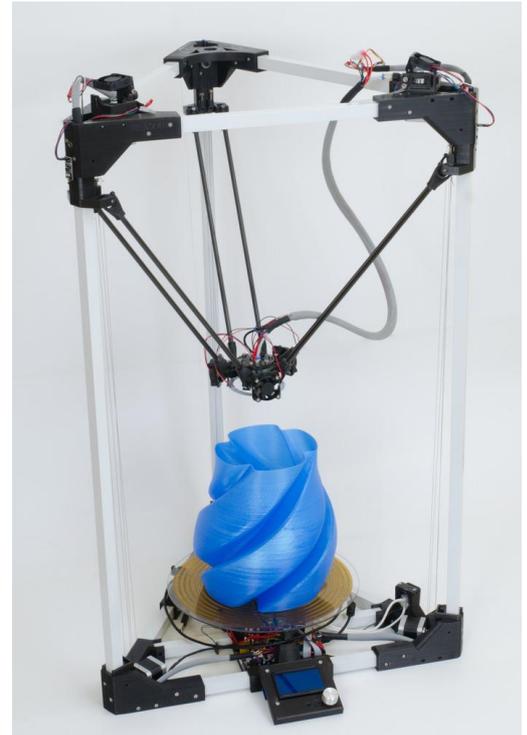
L'impression tridimensionnelle permet de produire un objet de formes complexes à partir d'un modèle virtuel conçu par CAO (Conception assistée par ordinateur), elle utilise une imprimante 3D. Différentes techniques d'impression 3D existent. Celle abordée ici consiste à déposer de fines couches de matériau (plastique, métal, céramique...) les unes sur les autres afin de créer le volume.

### Présentation :

L'imprimante 3D BI V2.0 de la société québécoise BootsIndustries possède une structure Delta qui a deux avantages :

- un encombrement global restreint comparé aux imprimantes 3D classiques
- un déplacement de la tête d'impression à haute cadence.

Les trois barres rigides, formant l'architecture particulière de cette imprimante (structure Delta), sont commandées par trois moteurs électriques linéaires pour déplacer le centre de la tête d'impression.



**Performances et cahier des charges :** On donne l'extrait de cahier des charges dans le tableau ci-contre

Critère	Niveau	Limite
Volume de travail cylindrique :		
- diamètre (mm)	280	mini
- hauteur (mm)	280	mini

**Objectifs :** On se propose de valider le choix des actionneurs, dont la course (débattement maxi) est de **0,5 m**, vis-à-vis du critère du cahier des charges.

### Modélisation du mécanisme :

On considère tous les solides indéformables.

On note  $L = 0,7 \text{ m}$  la longueur des trois barres rigides,

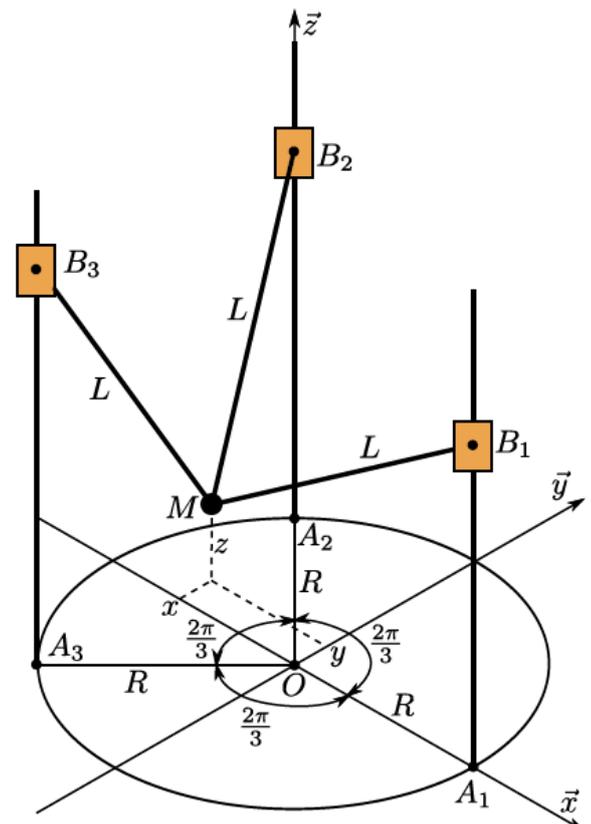
$R = 0,3 \text{ m}$  le rayon auquel sont implantés les coulisses verticales et  $M$  le centre de la tête d'impression. Les déplacements des moteurs sont paramétrés par les longueurs  $\lambda_i(t)$  telles que  $\overrightarrow{A_i B_i} = \lambda_i(t) \vec{z}$

### Lois de commande :

L'objectif est ici de déterminer les lois de commande d'un des trois moteurs linéaires. Par déduction, on connaît alors les lois de commande des trois actionneurs permettant de placer  $M$  à une position précise  $(x, y, z)$  dans le repère de l'espace  $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ .

**Q1.** Donner les coordonnées (très simples) du point  $A_1$  dans le repère de référence  $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ .

On peut écrire :  $\overrightarrow{M B_1} = L \vec{x}_1$  avec  $\vec{x}_1 = \frac{\overrightarrow{M B_1}}{\|\overrightarrow{M B_1}\|}$



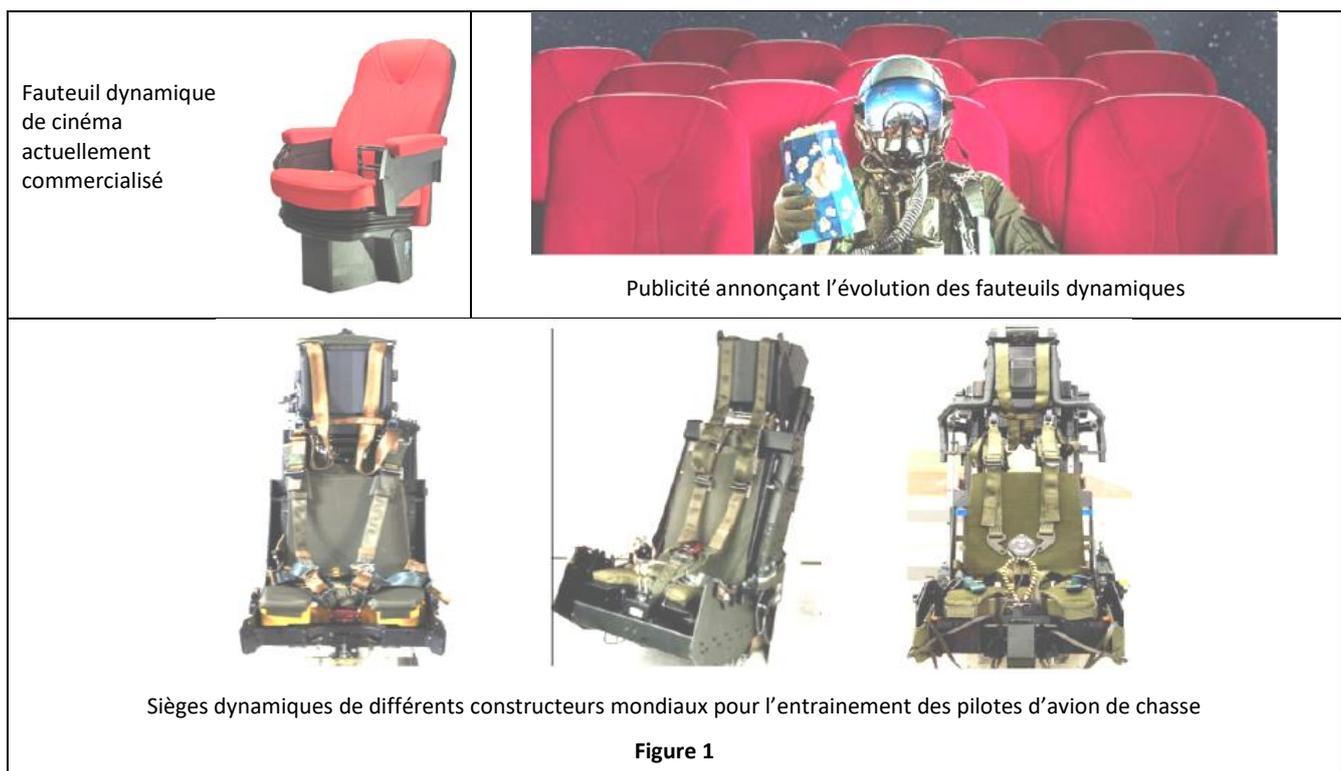
- Q2.** En utilisant Chasles, déterminer une expression du vecteur  $\overrightarrow{MB_1}$  en fonction de  $x, y, z, R$  et  $\lambda_1$ .
- Q3.** En exprimant la norme de  $\overrightarrow{MB_1}$ , en déduire l'expression de  $\lambda_1$  en fonction de  $x, y, z$  et des paramètres géométriques de la machine  $L$  et  $R$  (cette expression est la loi de commande du moteur déplaçant le point  $B_1$ ).
- Q4.** En se plaçant dans la position de référence  $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ , calculer  $\lambda_1$  qui sera noté  $\lambda_{1ref}$ .
- Q5.** Déterminer les coordonnées des deux positions de  $M$  ( $M$  étant dans le volume de travail défini dans le cahier des charges) permettant d'avoir  $\lambda_{1min}$  et  $\lambda_{1max}$ . Calculer alors  $\lambda_{1min}$  et  $\lambda_{1max}$ .
- Q6.** Calculer la course de l'actionneur 1 ( $\lambda_{1max} - \lambda_{1min}$ ). Conclure vis-à-vis du choix du constructeur.
- Q7.** Proposer un graphe des liaisons du mécanisme étudié en complétant le document réponse. Vous aurez à réfléchir aux degrés de liberté nécessaires pour les liaisons (voir dernière annexe si besoin).

## Problème : Fauteuil dynamique (extrait Centrale TSI 2015)

### I. Présentation du système

#### I.A – Contexte

Ce concept a été inventé au Canada en 2008, et s'est étendu à toute l'Amérique du Nord avant de traverser l'Atlantique pour proposer un cinéma dynamique avec une quantité d'effets spéciaux et spatiaux. Le fauteuil dynamique de cinéma est principalement destiné à l'industrie du divertissement et de la simulation. Un train filant à vive allure, une poursuite à moto ou en avion de chasse dans un canyon, autant de scènes fréquentes dans le cinéma d'action du XXIème siècle. Pour ressentir au mieux ces sensations, la technologie permet désormais de ressentir dans son fauteuil les différents mouvements, par de fortes vibrations et accélérations. Ce système repose sur la post-synchronisation des films. Comme pour un doublage ou un sous-titrage, les mouvements du film sont transmis au fauteuil. Le fauteuil dynamique permet de compléter la palette sensorielle offerte au spectateur afin d'accroître le réalisme de son environnement. Les mouvements qui en résultent sont parfaitement synchronisés avec le visuel à l'écran, créant ainsi une expérience immersive d'un grand réalisme. Si la plateforme à six degrés de liberté s'est imposée dans le cas des simulateurs de vols, elle ne répond pas aux exigences plus étendues des fauteuils dynamiques. Des solutions spécifiques à un environnement de simulation aussi réaliste que possible nécessitent le recours à un système de restitution des mouvements. Le système étudié est une évolution en cours d'étude des fauteuils dynamiques actuellement commercialisés, qui s'inspire des sièges dynamiques utilisés pour l'entraînement des pilotes d'avion de chasse (voir figure 1).



### I.B – Mise en situation

Le siège dynamique est constitué :

- du dossieret (voir figure 2) qui permet d’agir directement sur la tête du spectateur afin d’amplifier la sensation d’accélération (via l’oreille interne). Le point de contact entre le dossieret et la tête du spectateur est matérialisé par le point  $D$  ;
- de l’assise du siège (voir figure 3) qui permet d’obtenir un mouvement de tangage et un mouvement de roulis du spectateur.

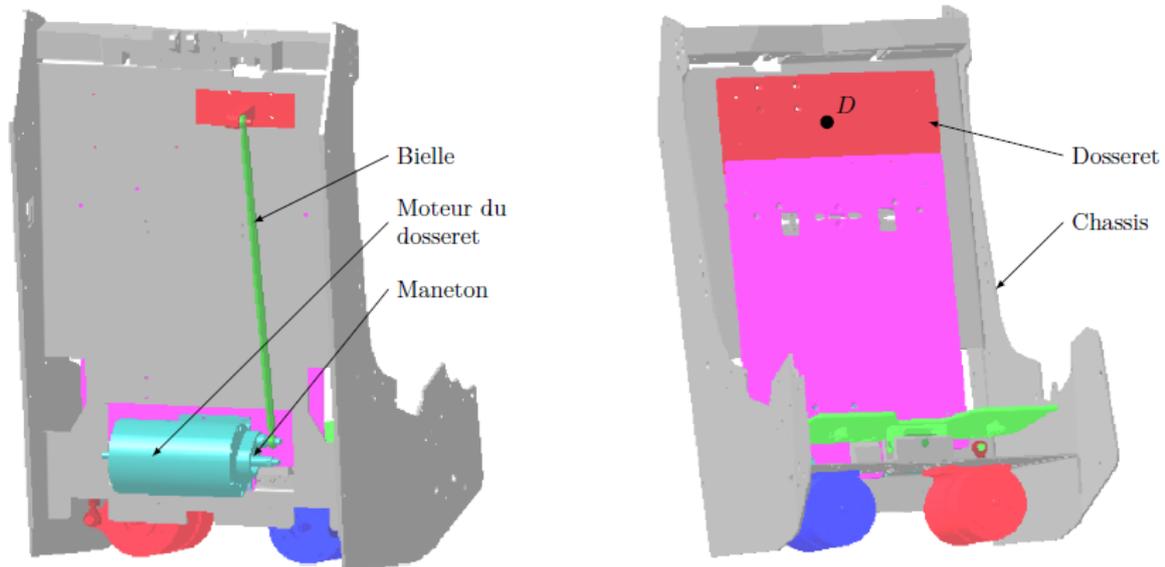


Figure 2 : Dossieret

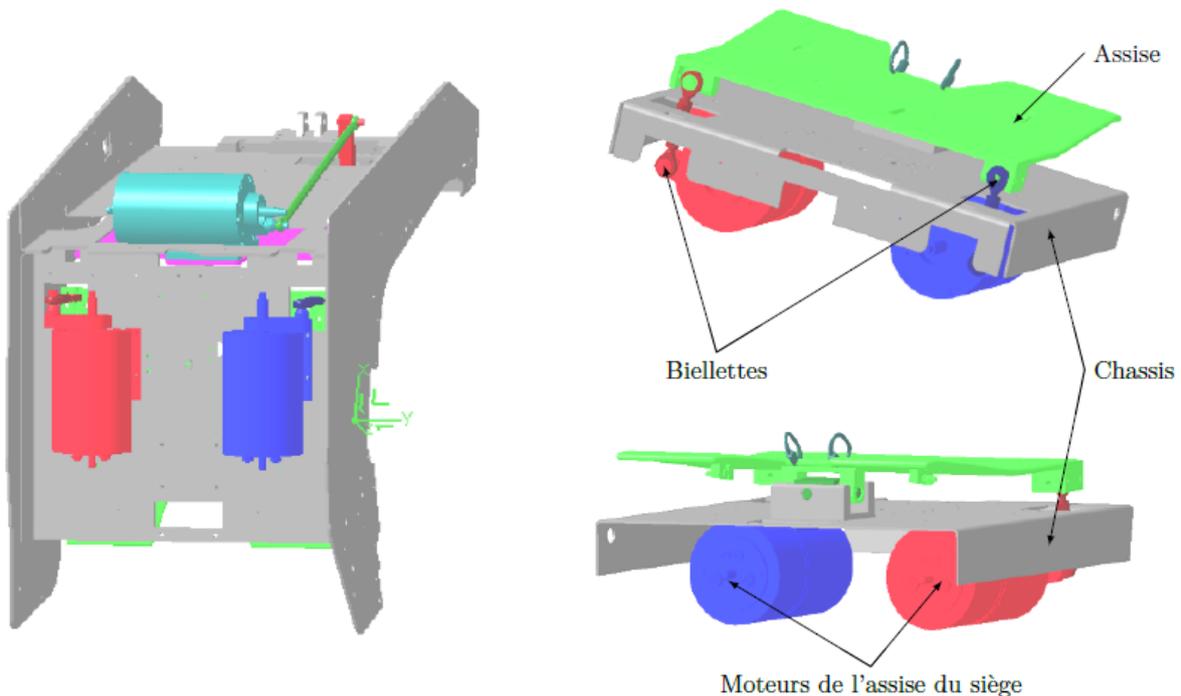


Figure 3 : Assise du siège

Les trois motorisations (une pour le dossieret et deux pour l’assise) sont composées chacune d’un moteur à courant continu à aimants permanents et d’un réducteur de vitesse. Chaque moteur est alimenté par un variateur de vitesse dont la structure de puissance est un hacheur. Un capteur de courant interne au variateur est utilisé par ce dernier pour réaliser un asservissement de courant, donc implicitement de couple. Une génératrice tachymétrique accouplée à l’axe de chaque moteur est utilisée par le variateur correspondant pour réaliser un asservissement de vitesse. Un codeur incrémental accouplé aussi sur l’axe de chaque moteur est utilisé par une carte à base de microcontrôleur pour réaliser un asservissement de position, une sortie analogique de cette carte étant reliée à l’entrée de consigne du variateur de vitesse.

### I.C – Étude proposée

Les accélérations procurées aux spectateurs sont un élément fondamental qui conditionne la conception et la réalisation de ce fauteuil dynamique de cinéma. Les solutions technologiques retenues répondent à cet objectif. Elles ne sont pas toutes abordées dans ce sujet. Quelques-unes de celles retenues pour le fauteuil dynamique de cinéma sont étudiées pour valider les solutions choisies par les concepteurs vis-à-vis des performances attendues listées par le cahier des charges. Dans cette optique, il est proposé au candidat l'étude suivante :

Modélisation puis validation et optimisation de certains constituants associés à l'exigence fonctionnelle « amplifier la sensation d'accélération ».

## II.Exigence fonctionnelle « amplifier la sensation d'accélération »

**Objectif :** Proposer un modèle de comportement des éléments réalisant l'exigence fonctionnelle « amplifier la sensation d'accélération » puis valider les performances attendues listées par le cahier des charges (figure 4)

Exigence	Critères d'appréciation	Niveau
Amplifier la sensation d'accélération	Précision statique de la boucle d'asservissement de position <ul style="list-style-type: none"> <li>• Erreur statique de position</li> <li>• Erreur statique de trainage</li> <li>• Erreur statique d'accélération</li> </ul>	Phase transitoire de durée <b>30 ms</b> avec consignes unitaires $< 1\%$ de la consigne angulaire $< 1\%$ de la variation d'angle en phase transitoire $< 3\%$ de la variation d'angle en phase transitoire
	Rapidité pour un échelon de consigne d'accélération <ul style="list-style-type: none"> <li>• Temps de montée de 0 à 100% de la consigne</li> <li>• Dépassement</li> <li>• Temps de stabilisation à 5%</li> </ul>	$< 5\text{ms}$ $< 20\%$ $< 30\text{ ms}$
	Accélération maximale du point <i>D</i> de la tête du spectateur situé à 85 mm au-dessus de l'axe de rotation du dossier	$6\text{m}\cdot\text{s}^{-2}(0,6g) < a_{\text{max}} < 7\text{m}\cdot\text{s}^{-2}(0,7g)$

**Figure 4 :** Extrait du cahier des charges associé à l'exigence fonctionnelle « Amplifier la sensation d'accélération » réalisée par le dossier

### II.A – Notations et hypothèses

Le schéma multi physique modélisant l'asservissement de position du dossier est fourni figure 5.

Le schéma-bloc retenu pour la modélisation de l'asservissement de position du dossier est fourni figure 6.

#### II.A.1- Notations

	Description	Variable temporelle	Unité
$\theta_{cd}(p)$	consigne de position du dossier	$\theta_{cd}(t)$	rad
$\theta_c(p)$	consigne de position de l'axe moteur	$\theta_c(t)$	rad
$\theta(p)$	position de l'axe moteur	$\theta(t)$	rad
$\theta_r(p)$	position de l'axe de sortie du réducteur	$\theta_r(t)$	rad
$\theta_d(p)$	position du dossier	$\theta_d(t)$	rad

	Description	Variable temporelle	Unité
$N_{Codeur}(p)$	valeur numérique issue du comptage incrémental	$N_{Codeur}(t)$	
$r$	rapport de transmission du réducteur		aucune
$K_c$	gain du mécanisme de la transformation de mouvement du dossieret		aucune

	Description	Variable temporelle	Unité
$c$	gain du codeur incrémental		pts.rad <sup>-1</sup>
$a$	gain proportionnel du correcteur de l'asservissement de position		V
$U_{c\Omega}(p)$	image de la consigne de vitesse de l'axe moteur	$u_{c\Omega}(t)$	V
$\Omega(p)$	vitesse de l'axe moteur	$\Omega(t)$	rad.s <sup>-1</sup>
$C_{\Omega}(p)$	correcteur de l'asservissement de vitesse		
$I_c(p)$	image de la consigne de courant	$i_c(t)$	V
$C_I(p)$	correcteur de l'asservissement de courant		
$h$	gain du hacheur		
$K_{rI}$	gain du capteur de courant		
$U(p)$	tension d'alimentation du moteur	$u(t)$	V
$E(p)$	force électromotrice du moteur	$e(t)$	V
$I(p)$	courant dans l'induit du moteur	$i(t)$	A
$C_M(p)$	couple moteur	$c_M(t)$	N.m
$C_R(p)$	couple résistant perturbateur	$c_R(t)$	N.m
$L$	inductance du circuit d'induit du moteur		H
$R$	résistance du circuit d'induit du moteur		$\Omega$
$K_{\Omega}$	gain de la génératrice tachymétrique		V.s.rad <sup>-1</sup>
$K$	gain de la constante de couple ou de la constante de force électromotrice		N.m.A <sup>-1</sup>
$J$	moment d'inertie de l'ensemble en mouvement, ramené au niveau de l'axe moteur		kg.m <sup>2</sup>
$f$	coefficient de frottements visqueux équivalent pour l'ensemble en mouvement		N.m.s.rad <sup>-1</sup>

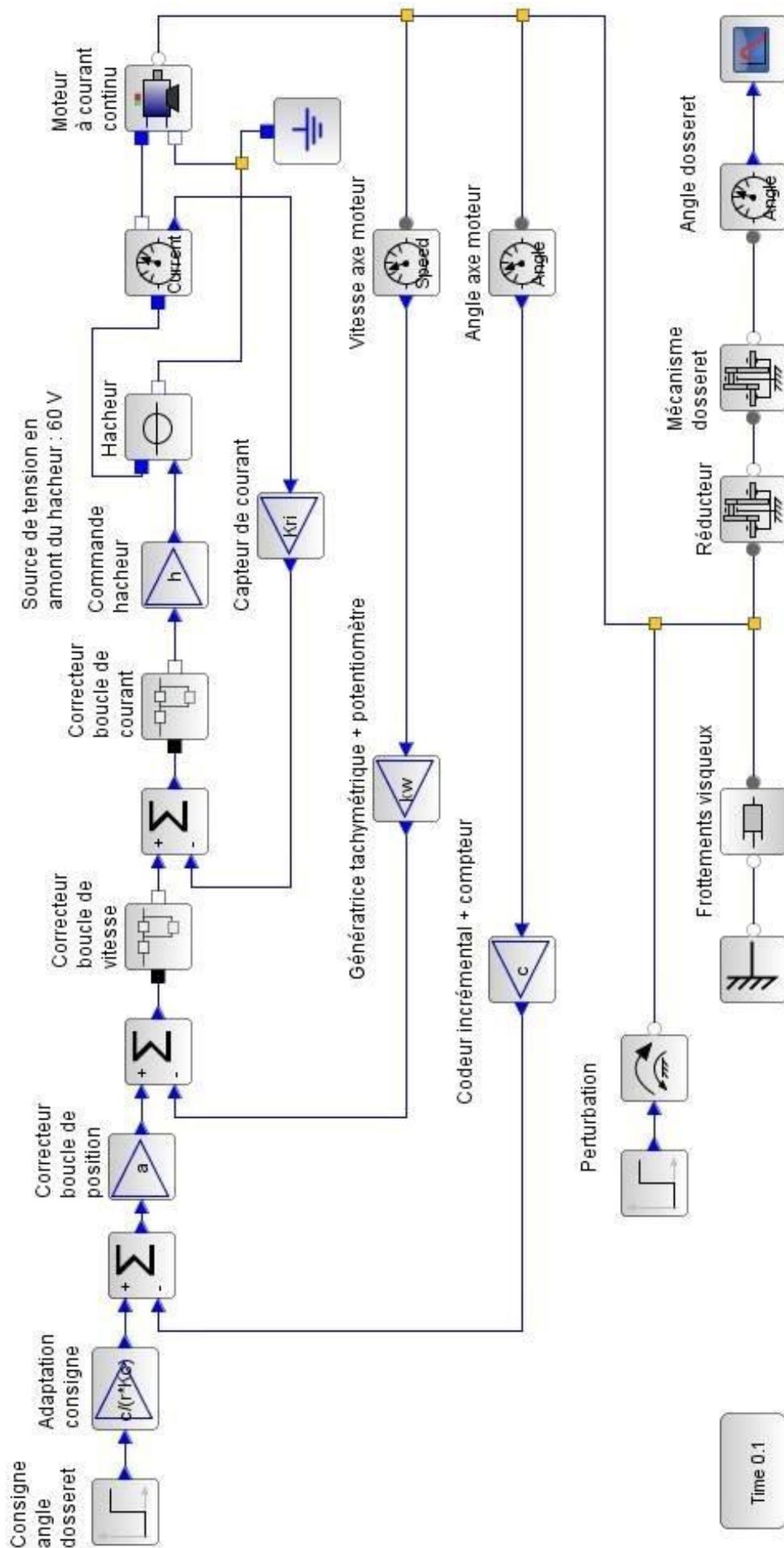


Figure 5 : Schéma multi-physique de l'asservissement du dossier

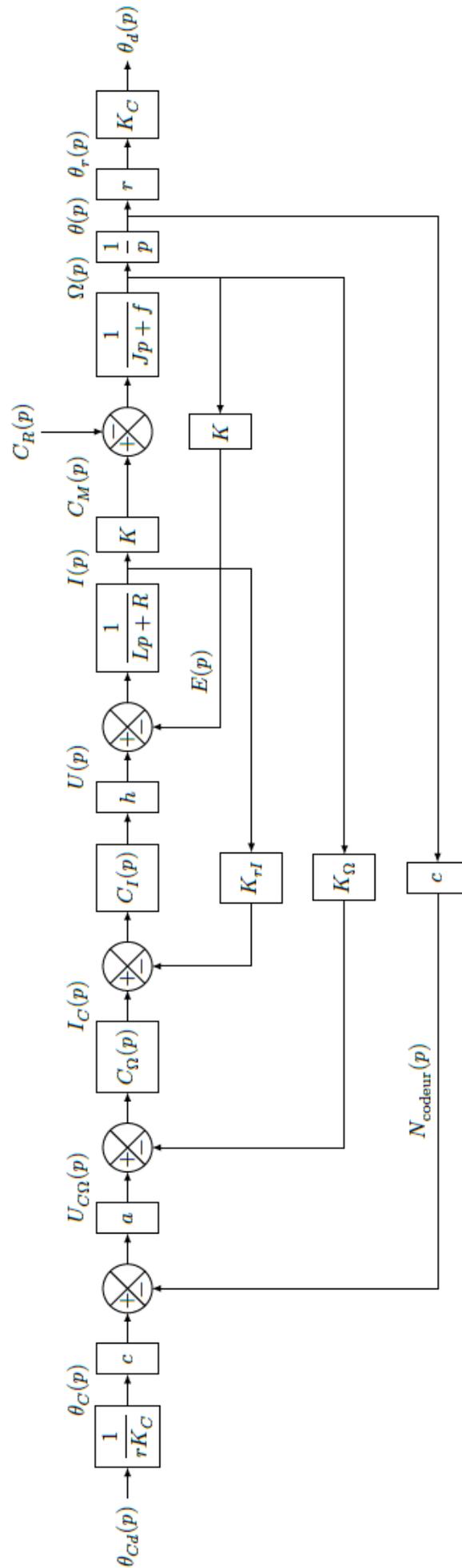


Figure 6 : Schéma-bloc de l'asservissement du dossieret

### II.A.2 – Données

$$K = 0,115 \text{ N.m.A}^{-1}$$

$$h = 6$$

$$R = 1 \text{ } \Omega$$

$$r = 1/50$$

$$L = 1,1 \text{ mH}$$

$$f = 4.10^{-4} \text{ N.m.s.rad}^{-1}$$

$$K_{rl} = 0,5 \text{ V. A}^{-1}$$

$$J = 0,16.10^{-3} \text{ kg.m}^2$$

Fonction de transfert du correcteur de courant  $C_I(p) = k_2 \left( 1 + \frac{1}{T_2 p} \right)$  avec  $k_2 = 5$  et  $T_2 = 0,3 \text{ ms}$

Fonction de transfert du correcteur de vitesse  $C_\Omega(p) = k_1 \left( 1 + \frac{1}{T_1 p} \right)$  avec  $k_1 = 20$

### II.A.3 - Hypothèses

- La période d'échantillonnage est suffisamment faible pour être négligeable devant la dynamique globale du système et les différentes variables sont donc toutes considérées comme des fonctions continues du temps.
- Le temps de réponse du hacheur est considéré négligeable dans l'étude.
- Les conditions de Heaviside sont vérifiées.

### II.B – Comportement cinématique du mécanisme de transformation de mouvement du dossieret

**Objectif :** Valider la linéarité du comportement du mécanisme de transformation de mouvement du dossieret (figure 7) en établissant la loi de comportement cinématique.

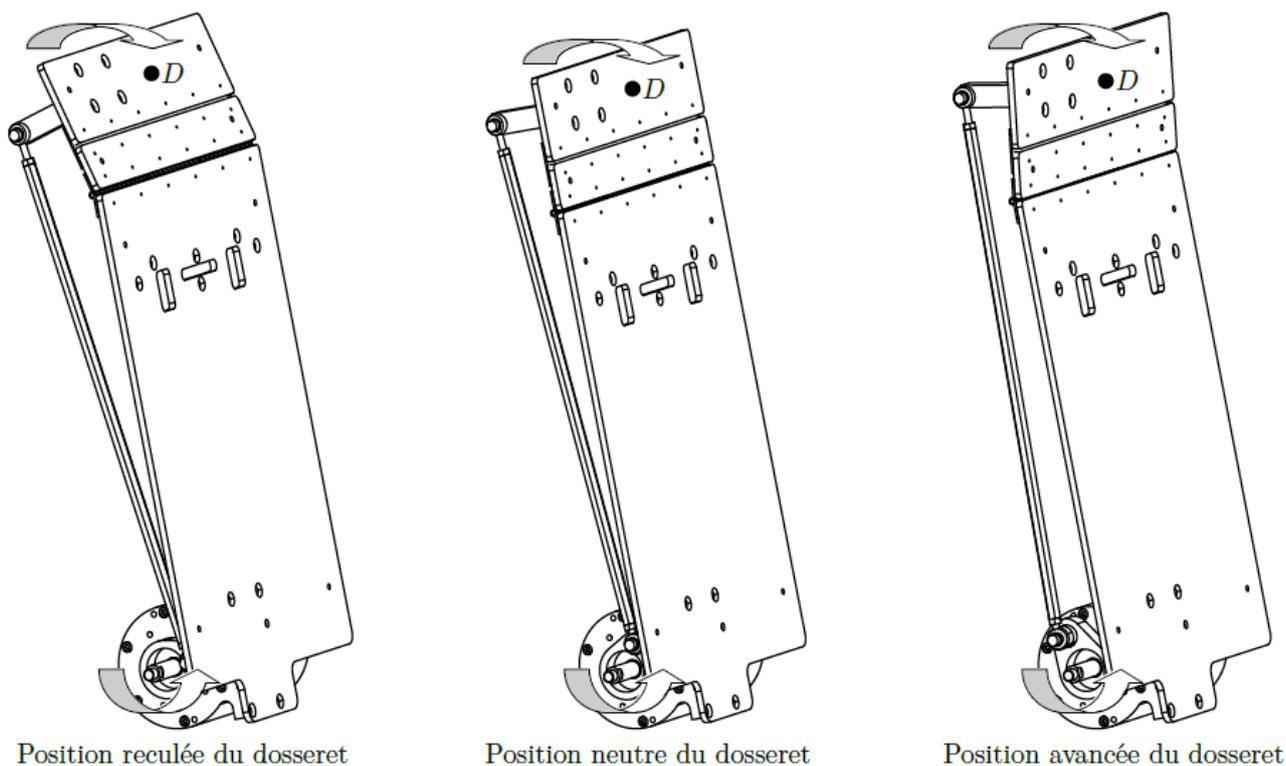


Figure 7 : Mécanisme de transformation de mouvement du dossieret

Le schéma cinématique plan de la transformation de mouvement du dossieret est fourni figure 8.

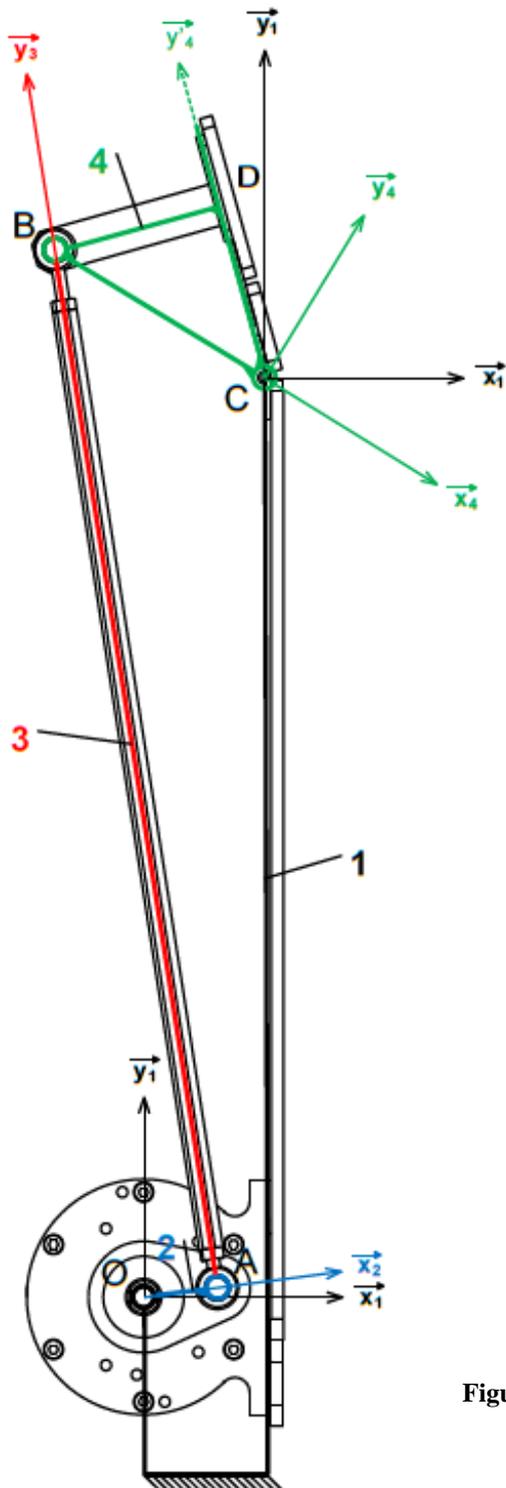
Pour établir la loi entrée/sortie du mécanisme on utilise l'équation vectorielle appelée fermeture géométrique suivante :  $\vec{OA} + \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CO} = \vec{0}$

On introduit le paramètre angulaire  $\theta_3(t) = (\vec{y}_1, \vec{y}_3) = (\vec{x}_1, \vec{x}_3)$

- Q1.** Exprimer l'équation vectorielle appelée fermeture géométrique linéaire ci-dessus dans le repère  $R_1$ .  
**Q2.** Donner les 2 équations scalaires issues de cette fermeture géométrique en projetant suivant les axes  $\vec{x}_1$  et  $\vec{y}_1$ . Elles feront intervenir les données géométriques ( $a, b, d, e, l$ ) et les angles  $\theta_d, \theta_r$  et  $\theta_3$ .  
**Q3.** Exprimer alors littéralement l'angle  $\theta_d$  en fonction de l'angle  $\theta_r$ , en éliminant l'angle  $\theta_3$ . Puis Mettre l'expression sous la forme :

$$\cos\theta_d(t)(A + B \cos\theta_r(t)) + \sin\theta_d(t)(C + B \sin\theta_r(t)) = D + E \cos\theta_r(t) + F \sin\theta_r(t)$$

Où  $A, B, C, D, E$  et  $F$  sont des constantes à **exprimer**, dépendantes uniquement des données géométriques

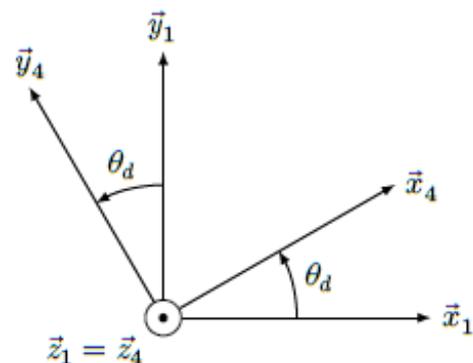
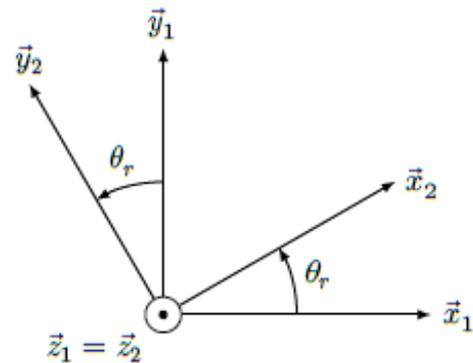


$$\begin{aligned} \vec{OA} &= e\vec{x}_2 & e &= 35 \text{ mm} \\ \vec{AB} &= l\vec{y}_3 & l &= 490 \text{ mm} \\ \vec{BC} &= d\vec{x}_4 & d &= 115 \text{ mm} \\ \vec{OC} &= a\vec{x}_1 + b\vec{y}_1 & a &= 60 \text{ mm}, b = 430 \text{ mm} \\ \vec{CD} &= q\vec{y}_4' & q &= 85 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$\theta_r = (\vec{x}_1, \vec{x}_2)$$

$$\theta_d = (\vec{x}_1, \vec{x}_4)$$

$$(\vec{y}_4, \vec{y}_4') = \alpha = \text{constante} = \frac{\pi}{2} - \text{Arcos}\left(\frac{q}{d}\right)$$



**Figure 8 :** Modèle cinématique de la transformation de mouvement du dossier et figures de changement de bases

Cette loi non linéaire entrée (angle  $\theta_r$  fourni par le moteur) /sortie (angle  $\theta_d$  du dossieret) nécessite un traitement numérique pour réaliser la commande du dossieret ;

On choisit de réaliser ce traitement permettant le tracé point par point de la fonction  $\theta_d = f(\theta_r)$  par la méthode de dichotomie avec un pas de  $1^\circ$  sur un intervalle de  $[-80^\circ ; +80^\circ]$  de  $\theta_r$  avec une précision de  $10^{-4}$ .

- Q4.** Compléter le script Python du document réponse permettant d'obtenir le tracé de la loi entrée/sortie.  
**Q5. (question bonus)** Donner le script mettant en œuvre la méthode de Newton avec dérivée numérique à 1 pas à droite.

La simulation numérique a permis d'obtenir le tracé représenté sur la figure 9. Afin d'obtenir un modèle linéaire de la caractéristique  $\theta_d = f(\theta_r)$ , l'étude se fait autour de son point de fonctionnement statique pour de petites variations.

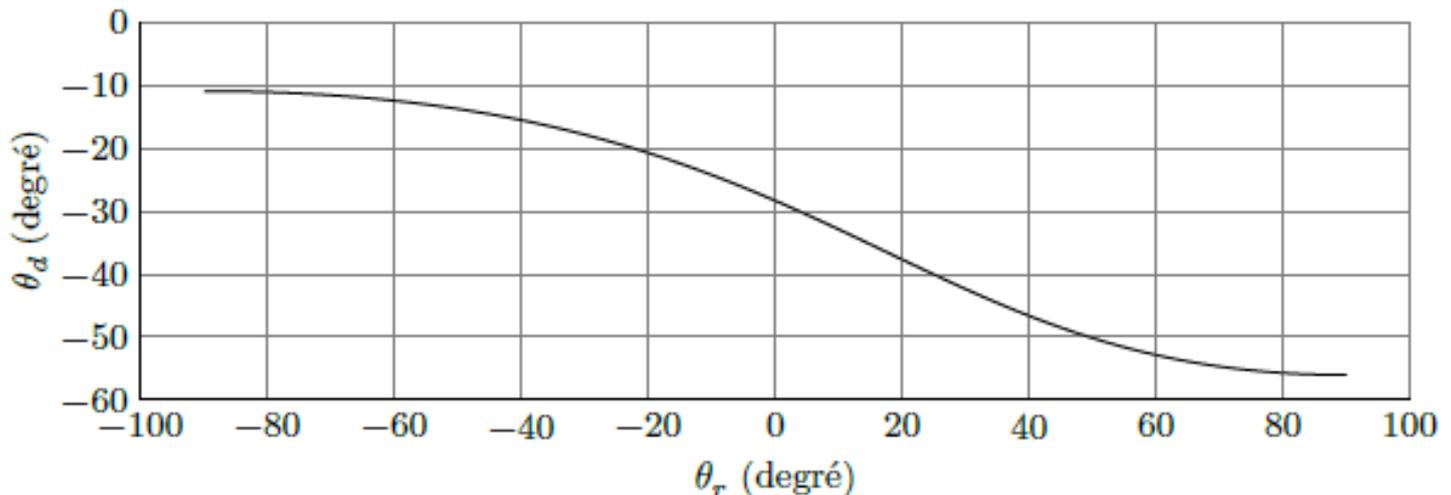


Figure 9 : Représentation de l'équation de fermeture géométrique

- Q6.** Justifier par linéarisation autour du point de fonctionnement  $\theta_r = 0^\circ$ , la valeur numérique du gain dynamique  $K_c = \frac{\Delta\theta_d}{\Delta\theta_r} \approx -\frac{2}{5}$  de la transformation de mouvement du dossieret.

## II.C – Comportement du codeur incrémental et de la génératrice tachymétrique

**Objectif :** Établir un modèle de comportement du codeur incrémental et de la génératrice tachymétrique.

Le moteur comprend les boucles d'asservissement de vitesse et de courant. Sur l'arbre moteur sont montés une génératrice tachymétrique et un codeur incrémental de **250 points · tour<sup>-1</sup>**. Le comptage incrémental est effectué sur le front montant d'une des deux voies (voir **annexe** pour le principe de fonctionnement du codeur). La génératrice tachymétrique est raccordée à l'entrée de retour vitesse du variateur. Un réglage par potentiomètre présent dans le variateur est effectué pour obtenir une tension de **5 V** au niveau du comparateur de l'asservissement de vitesse lorsque la fréquence de rotation du moteur est égale à **3000 tr · min<sup>-1</sup>**.

- Q7.** En tenant compte des informations précédentes, justifier les valeurs numériques de  $c$  et de  $K_\Omega$  (figure 6).

$$c \approx 39.8 \text{ rad}^{-1} \text{ et } K_\Omega \approx 1,6 \cdot 10^{-2} \text{ V/rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

## II.D – Comportement de l'ensemble variateur et moteur du dossieret

**Objectif :** Valider un modèle simplifié de l'asservissement de position de l'axe moteur afin d'analyser les paramètres influant sur la précision et proposer une amélioration du système.

Pour cela, il faut établir un modèle simplifié de l'asservissement de courant puis établir un modèle simplifié de l'asservissement de vitesse. Enfin on pourra analyser la précision de l'asservissement de position.

## II.D.1 - Modélisation de l'asservissement du courant

L'étude suivante consiste à vérifier la validité de la simplification du modèle de la boucle d'asservissement du courant de la figure 10 par le modèle de la figure 11.

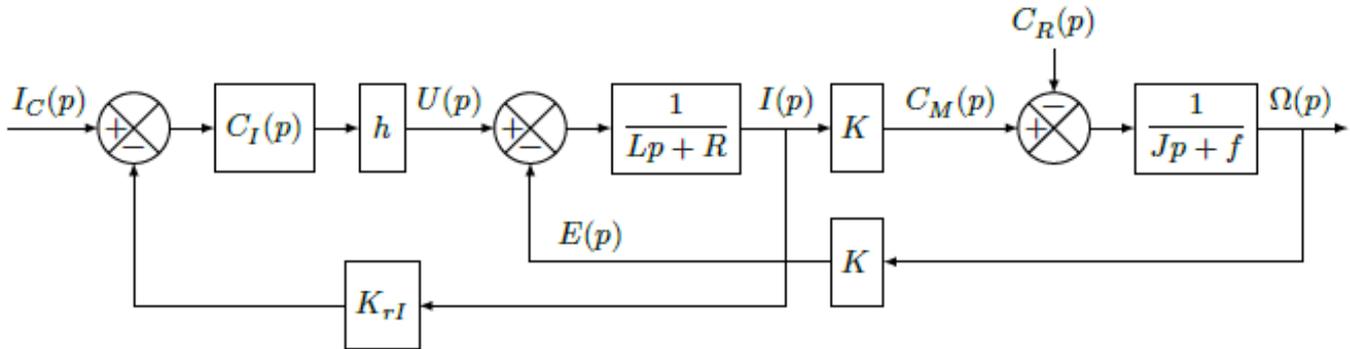


Figure 10 : Modèle initial de la boucle d'asservissement de courant

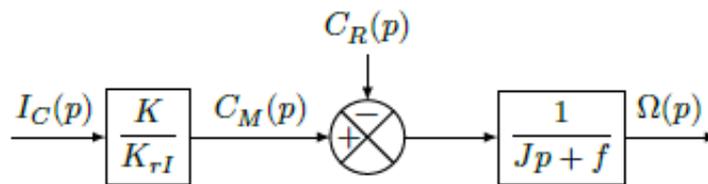


Figure 11 : Modèle simplifié de la boucle d'asservissement de courant

Pour le modèle de la figure 10 lorsque  $C_R(p) = 0$ , la fonction de transfert s'écrit :

$$\frac{\Omega(p)}{I_c(p)} = \frac{Kk_2hT_2p + Kk_2h}{T_2LJp^3 + (T_2(Lf + RJ) + k_2hk_{rI}T_2J)p^2 + (T_2(Rf + K^2) + k_2hk_{rI}(T_2f + J))p + k_2hk_{rI}f}$$

À l'aide d'un logiciel de simulation, une comparaison du comportement de la vitesse en sortie des deux modèles a été effectuée (figure 12) et ce pour un échelon unitaire de consigne de courant appliqué en entrée.

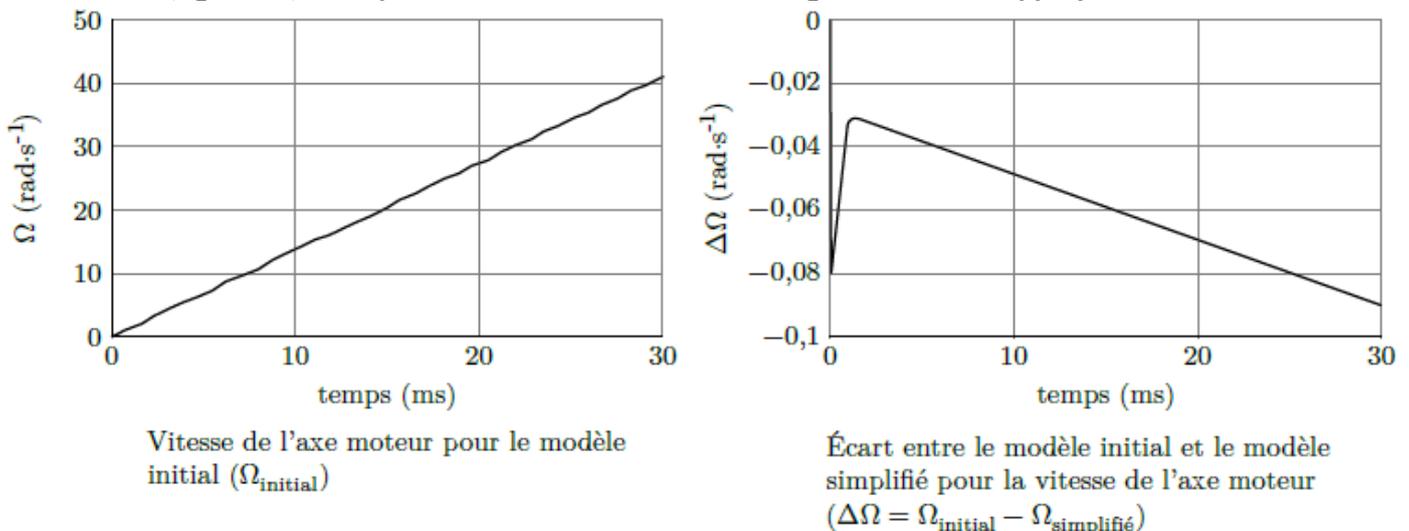


Figure 12 : Simulation des comportements en vitesse

- Q8.** Pour chacun des deux modèles (initial et simplifié), déterminer la valeur finale de  $\Omega(t)$  lorsque  $i_c(t)$  est un échelon unitaire.
- Q9.** À l'aide des résultats précédents et des relevés issus de la simulation dans le régime transitoire, évaluer l'écart relatif maximum (en pourcentage) entre modèles et conclure quant à la validité de la simplification sachant que chaque sollicitation du dossieret a une durée d'environ 30 ms.

### II.D.2 - Modélisation de l'asservissement de vitesse

L'étude suivante consiste à obtenir un modèle simplifié de la boucle d'asservissement de vitesse (figure 13) au regard des réglages effectués et de l'influence d'une perturbation de type échelon sur le dossieret. En effet, vu la courte durée des sollicitations, la perturbation sur le dossieret, dont l'origine peut être une action du spectateur sur ses muscles cervicaux, peut être modélisée par un échelon.

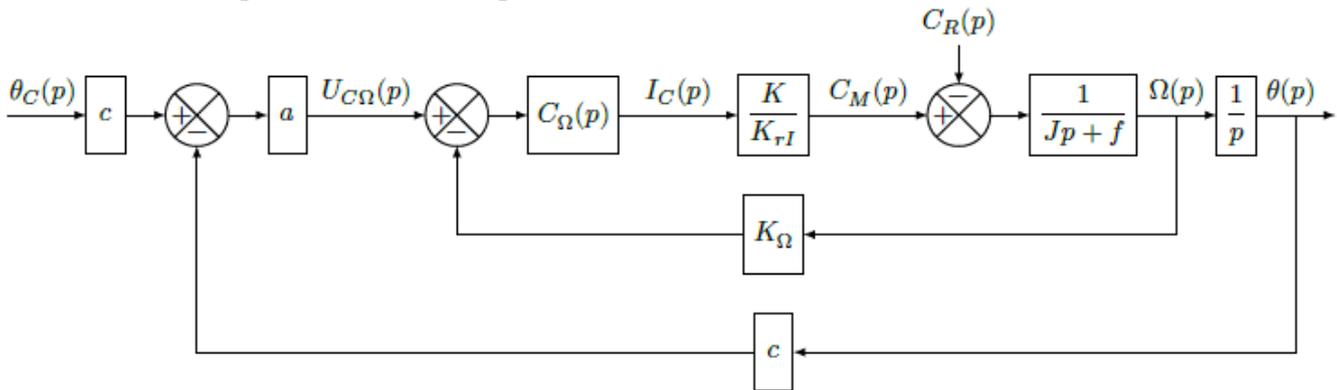


Figure 13 : Modèle de la boucle d'asservissement de vitesse

Q10. Exprimer sous forme canonique la fonction de transfert de la boucle de vitesse

$$H_\Omega(p) = \Omega(p)/U_{C\Omega}(p), \text{ lorsque } C_R(p) = 0. \quad \text{Rappel : } C_\Omega(p) = k_1 \left(1 + \frac{1}{T_1 p}\right)$$

Q11. On règle  $T_1$  à la valeur  $J/f$  (méthode par compensation de pôle), montrer alors que la fonction de transfert en boucle fermée peut se mettre sous la forme  $\frac{b}{\tau p + 1}$ . Calculer les valeurs numériques des termes  $b$  et  $\tau$ .

### II.D.3 - Modélisation de la boucle d'asservissement de position

On étudie dans un premier l'influence d'une perturbation sur le dossieret du fauteuil.

Q12. En conservant les simplifications de la question 11, déduire de la figure 13, la fonction de transfert  $\frac{\theta(p)}{C_r(p)}$  lorsque  $\theta_c(p) = 0$ .

Le système en régulation étudié peut se mettre sous la forme du schéma de la figure 14 ci-dessous :

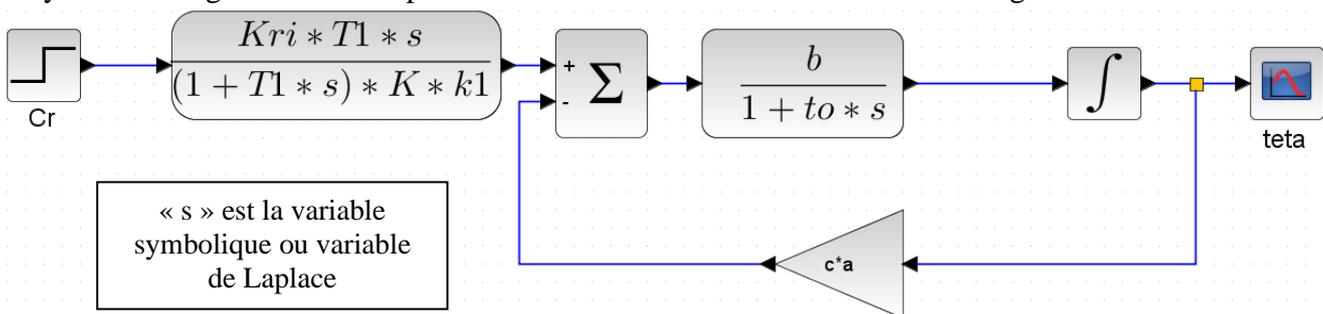


Figure 14 : Modèle de la régulation en angle

Les tracés de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte du système en régulation sont donnés sur le document réponses.

Q13. (question bonus pour les mpsi) Vérifier la stabilité du système régulateur étudié en évaluant les marges de phase et de gain sur les tracés de Bode (document réponses) de la fonction de transfert en boucle ouverte. Voir annexe pour les éléments de cours sur la stabilité.

Q14. Calculer la valeur finale de  $\theta(t)$  lorsque  $C_R(t)$  est un échelon unitaire. Conclure quant à l'action, en régime permanent, du correcteur proportionnel et intégral sur les effets d'une perturbation  $C_R(t)$  de type échelon.

Après toutes les simplifications précédentes, est obtenu le modèle de la figure 15 où seul le comportement en réponse à la consigne  $\theta_C$  est abordé.

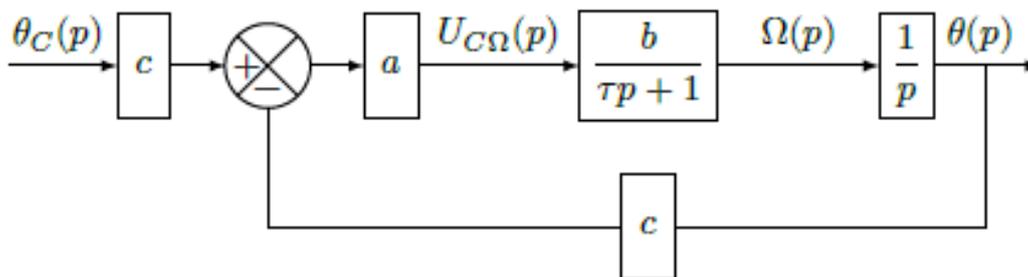


Figure 15 : Modèle simplifié de la boucle d'asservissement de position

**Q15.** Exprimer sous forme canonique la fonction de transfert  $\frac{\theta(p)}{\theta_C(p)}$ .

**Q16.** Déterminer ensuite la valeur numérique de  $a$  pour avoir un facteur d'amortissement égal à  $0,7$ . Justifier le choix de ce facteur d'amortissement. (Pour ce calcul et les calculs suivants prendre  $b = 63 \text{ rad.s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$ ,  $\tau = 2,2 \text{ ms}$ ,  $c = 40 \text{ rad}^{-1}$ .)

#### II.D.4 - Analyse de la précision du système

Un aspect important pour la simulation sensorielle du siège dynamique est la capacité du système à reproduire fidèlement la consigne de position issue du programme de simulation sensorielle du siège dynamique. Dans un premier temps, l'étude se limite à la précision statique en utilisant le modèle défini à la figure 15. L'erreur représente la différence entre l'entrée  $\theta_C(t)$  et la sortie  $\theta(t)$  et est définie par la variable  $\mu(t) = \theta_C(t) - \theta(t)$ .

La précision statique du système est définie par les trois paramètres suivants :

- $\mu_p = \lim_{t \rightarrow \infty} \mu(t)$  suite à une entrée de type échelon unité ( $\theta_C(t) = u(t)$ ,  $\theta_C(p) = 1/p$ ) appelé erreur de position.  $u(t)$  étant la fonction échelon unité ;
- $\mu_v = \lim_{t \rightarrow \infty} \mu(t)$  suite à une entrée de type rampe ( $\theta_C(t) = t u(t)$ ,  $\theta_C(p) = 1/p^2$ ) appelé erreur de trainage ;
- $\mu_a = \lim_{t \rightarrow \infty} \mu(t)$  suite à une entrée de type accélération ( $\theta_C(t) = t^2 u(t)/2$ ,  $\theta_C(p) = 1/p^3$ ) appelé erreur en accélération.

**Q17.** Exprimer dans un premier temps  $\mu(p)$  en fonction de  $\theta_C(p)$

**Q18.** Déterminer de façon littérale et numérique l'erreur de position  $\mu_p$ , l'erreur de trainage  $\mu_v$  et l'erreur en accélération  $\mu_a$ .

**Q19.** Conclure vis-à-vis du cahier des charges quant à la précision statique du système suite aux différentes consignes  $\theta_C(p)$  de type échelon, rampe et accélération.

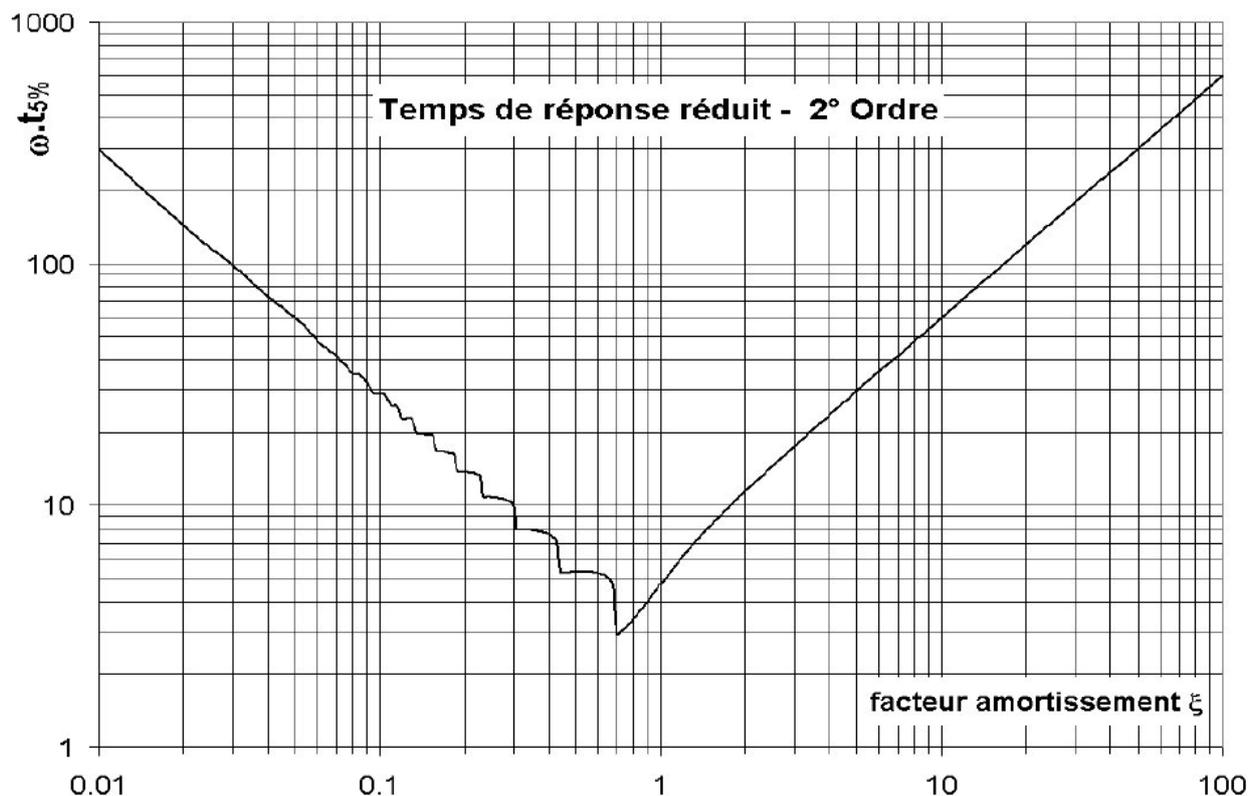
#### II.D.5– Analyse de la rapidité en réponse à une accélération

**Objectif :** Valider les performances attendues en termes de rapidité au regard du cahier des charges fonctionnel.

On remarque que la fonction de transfert de l'asservissement en position est aussi celle de l'asservissement en accélération angulaire :  $\frac{p^2 \theta(p)}{p^2 \theta_C(p)} = \frac{\theta(p)}{\theta_C(p)}$

**Q20.** En reprenant l'expression de la fonction de transfert de l'asservissement en position (Q15), estimer le temps de stabilisation à 5 % de l'accélération lorsque l'entrée est une consigne d'accélération constante  $\theta_C(t) = \frac{t^2}{2} u(t)$ . Vous utiliserez la figure 16.

**Q21.** Conclure sur l'ensemble des critères du cahier des charges associé à l'exigence « Amplifier la sensation d'accélération ». Une réponse détaillée est exigée.

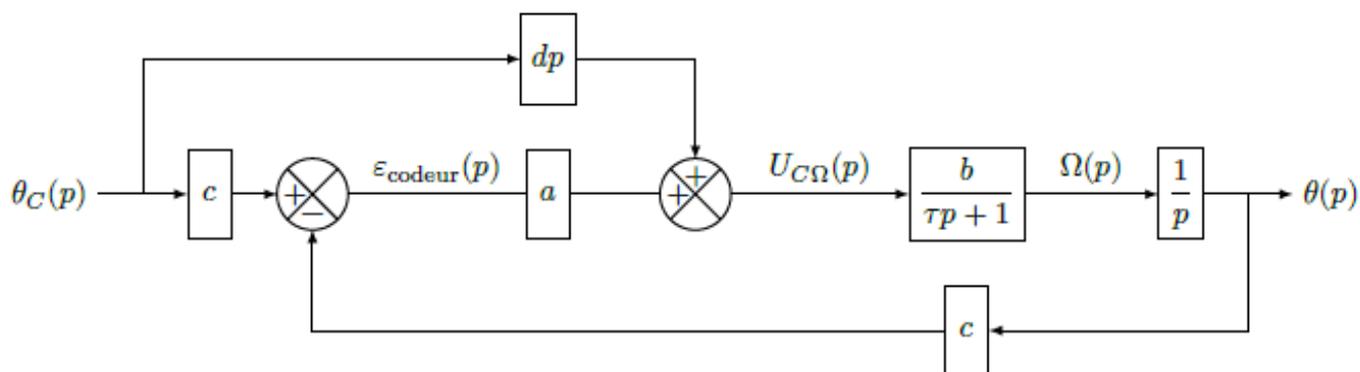


**Figure 16 :** Evolution du produit « pulsation propre \* temps de réponse à 5% » en fonction du facteur d'amortissement pour un second ordre.

## II.E - Optimisation des performances du dossieret

**Objectif :** Améliorer les performances du modèle d'asservissement pour pouvoir respecter tous les critères de performances du cahier des charges.

La figure 17 représente la structure d'une correction par anticipation qui permet d'améliorer la précision statique du système ainsi que la rapidité.



**Figure 17 :** Structure avec anticipation

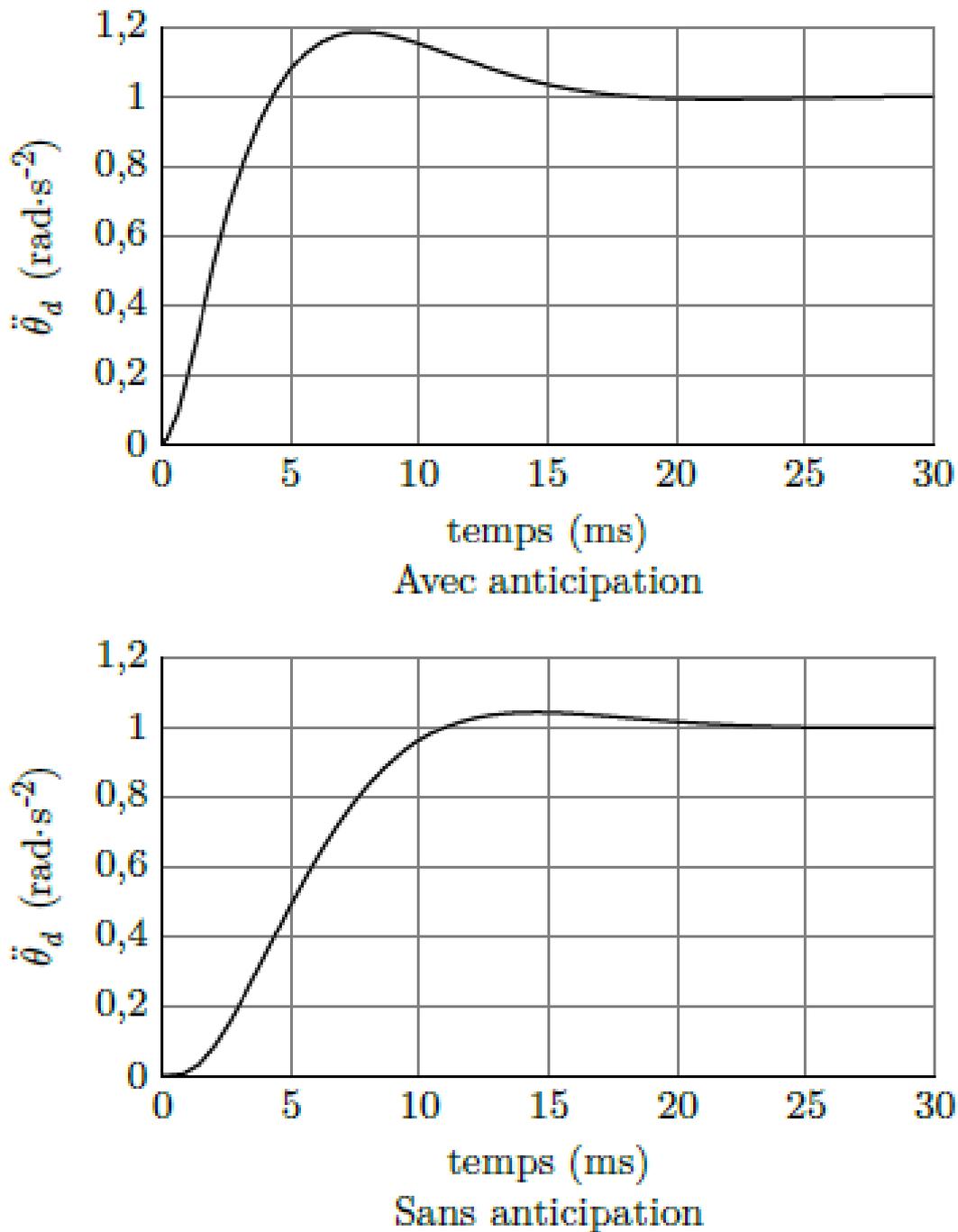
**Q22.** Exprimer sous forme canonique la fonction de transfert  $\frac{p^2\theta(p)}{p^2\theta_c(p)} = \frac{\theta(p)}{\theta_c(p)}$ .

**Q23.** Déterminer l'erreur de position  $\mu_p$  puis l'erreur de trainage  $\mu_v$ .

**Q24.** D'après l'erreur de trainage  $\mu_v$  déterminée à la question précédente, calculer la valeur numérique de  $d$  (et son unité) du correcteur qui permet d'annuler cette erreur de trainage.

**Q25.** En prenant en compte les valeurs numériques de  $d$  et de  $b$ , déterminer l'expression de l'erreur en accélération  $\mu_a$ . Calculer ensuite sa valeur numérique et conclure au regard du cahier des charges.

À l'aide d'une simulation, la variable accélération  $\ddot{\theta}_d$  possède les deux comportements donnés figure 18 pour la période transitoire, et ce lorsque la consigne vaut  $\theta_{cd}(t) = \frac{t^2}{2}u(t)$ .



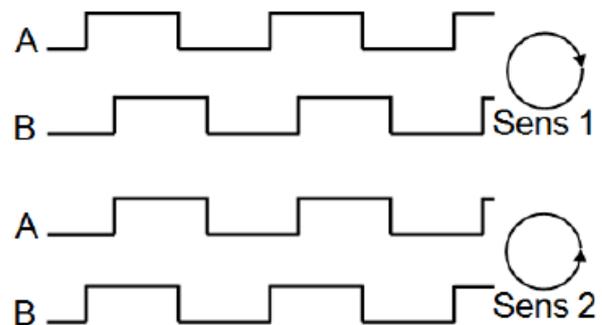
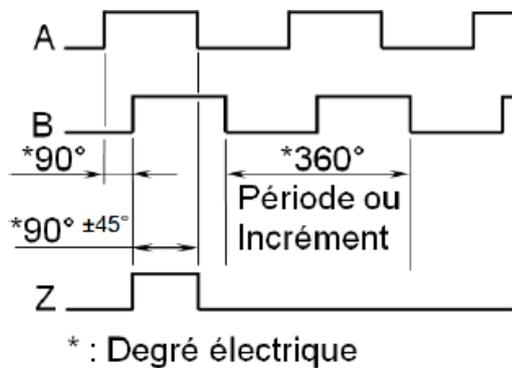
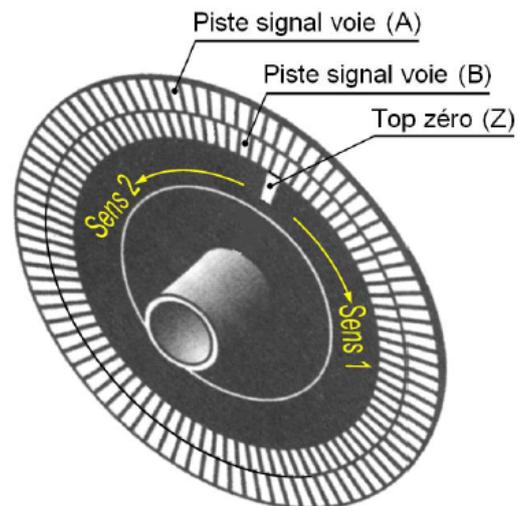
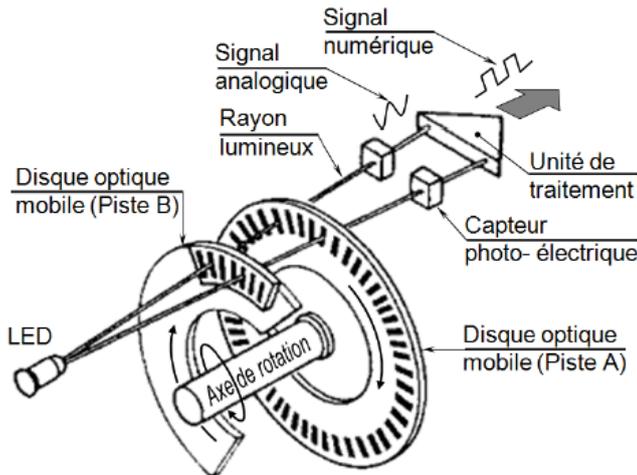
**Figure 18** : Accélération du dossieret avec et sans anticipation

**Q26.** Conclure sur l'ensemble des critères du cahier des charges associé à l'exigence « Amplifier la sensation d'accélération ». Une réponse détaillée est exigée.

## ANNEXE

## Le codeur incrémental

- Le disque rotatif comporte au maximum 3 pistes.
- Une ou deux pistes extérieures divisées en (n) intervalles d'angles égaux alternativement opaques et transparents.
- Pour un tour complet du codeur, le faisceau lumineux est interrompu (n) fois et délivre (n) signaux carrés (A et B) en quadrature.
- Le déphasage de  $90^\circ$  électrique des signaux A et B permet de déterminer le sens de rotation:
  - ♦ Dans un sens pendant le front montant du signal A, le signal B est à zéro.
  - ♦ Dans l'autre sens pendant le front montant du signal A, le signal B est à un.
- La piste intérieure (Z top zéro) comporte une fenêtre transparente et délivre un seul signal par tour.



Le signal Z d'une durée de  $90^\circ$  électrique, détermine une position de référence et permet la réinitialisation à chaque tour.

Le comptage/décomptage des impulsions par l'unité de traitement permet de définir la position du mobile.

**Remarque:**

Un traitement électronique permet de délivrer les signaux complémentaires ( $\bar{A}, \bar{B}, \bar{Z}$ ), un tel codeur peut délivrer six signaux ( $A\bar{A}, B\bar{B}, Z\bar{Z}$ ).

**RÉSOLUTION (Nb de points par tour)**

Trois cas peuvent se présenter :

- Le système de traitement n'utilise que les fronts montants de la voie A :  
La **résolution** est égale au nombre de points.
- Le système de traitement utilise les fronts montants et descendants de la voie A :  
La **résolution** est multipliée par 2.
- Le système de traitement utilise les voies A et B :  
La **résolution** est multipliée par 4.

## ANNEXE

## Eléments de cours sur la stabilité

Les **marges de phase et de gain** permettent de conclure sur la stabilité d'un système asservi fonctionnant en boucle fermée. Elles apparaissent sur les diagrammes de Bode de la Fonction de Transfert en Boucle Ouverte qui est obtenue en faisant le produit des fonctions de transfert de la chaîne directe par la chaîne de retour.

$$FTBO(p) = \frac{S^*(p)}{E(p)} = \frac{S^*(p)}{\varepsilon(p)} = H(p).G(p)$$

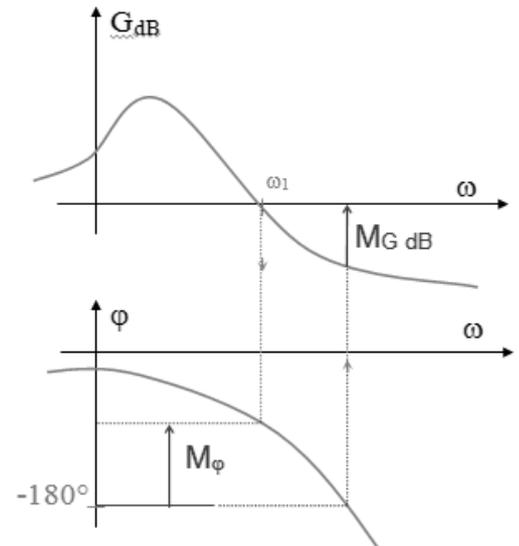
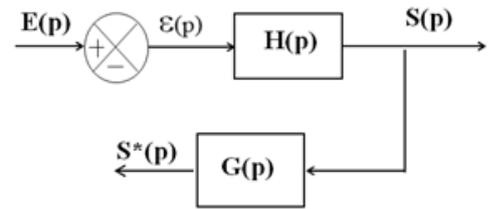
Les marges de phase et de gain sont définies de la façon suivante :

- la marge de gain  $M_{GdB}$  est la valeur du gain (en valeur absolue) pour la pulsation critique (pour laquelle  $\varphi = -180^\circ$ ) donc

$$M_{GdB} = -20 \log |FTBO(j\omega_{-180^\circ})| \text{ avec } \omega_{-180^\circ} \text{ tel que } \arg(FTBO(j\omega_{-180^\circ})) = -180^\circ$$

- la marge de phase  $M_\varphi$  est la différence entre  $180^\circ$  et la phase du point de la FTBO de module 1 donc

$$M_\varphi = 180^\circ + \arg(FTBO(j\omega_{co})) \text{ avec } \omega_{co} = \text{pulsation de coupure pour laquelle } |FTBO(j\omega_{co})| = 1 \text{ (soit } 20 \cdot \log |FTBO(j\omega_{co})| = 0 \text{ dB)}$$



Pour qu'un système soit stable en boucle fermée il faut que ses marges de gain et de phase soient positives.

## QUELQUES TRANSFORMEES DE LAPLACE

$f(t)$	$F(p)$
$f(t - \tau)$	$e^{-\tau p} F(p)$
$\frac{d^n f(t)}{dt^n}$	$p^n F(p)$ avec C.I. = 0
$\delta(t)$	1
$u(t)$	$\frac{1}{p}$
$\frac{t^n}{n!} u(t)$	$\frac{1}{p^{n+1}}$

*Théorème de la valeur initiale* : (si la limite existe) :  $\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{p \rightarrow \infty} p \cdot F(p)$

*Théorème de la valeur finale* : (si la limite existe) :  $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot F(p)$

## ANNEXE

Tableau « simplifié » des liaisons normalisées

Désignation Et caractéristiques	Représentation plane	Représentation en perspective	Degrés de liberté	Exemples
<b>Encastrement ou liaison fixe</b>			Aucun	Assemblage par vis, goupille, soudure...
<b>Pivot</b> .....	ou		1 Rz	Roue sur son axe Pivot de porte
<b>Glissière</b> .....	ou		1 Tz	Tiroir de bureau Assemblage par cannelures ou clavette
<b>Hélicoïdale</b> .....	ou		1 Rz et Tz liés	Système vis-écrou
<b>Pivot glissant</b> .....	ou		2 Rz Tz	Arbre à l'intérieur d'un alésage de même diamètre
<b>Appui plan</b> .....			3 Ry Tx, Tz	Deux plans en contact
<b>Rotule ou sphérique</b> .....			3 Rx, Ry, Rz	Contact suivant une portion de sphère
<b>Rotule à doigt</b> .....			2 Rx, Ry	Joint de cardan
<b>Linéaire rectiligne</b> .....			4 Ry, Rz Tx, Tz	Contact = droite Cylindre en contact avec un plan selon une génératrice
<b>Linéaire annulaire</b> .....			4 Rx, Ry, Rz Tz	Sphère dans un cylindre de même diamètre
<b>Ponctuelle</b> .....			5 Rx, Ry, Rz Tx, Ty	Contact = point Sphère sur plan Surface de faibles dimensions