

Travaux pratiques  
 - **Modélisation SLCI** -  
 Système : cordeuse de raquette

## Objectifs :

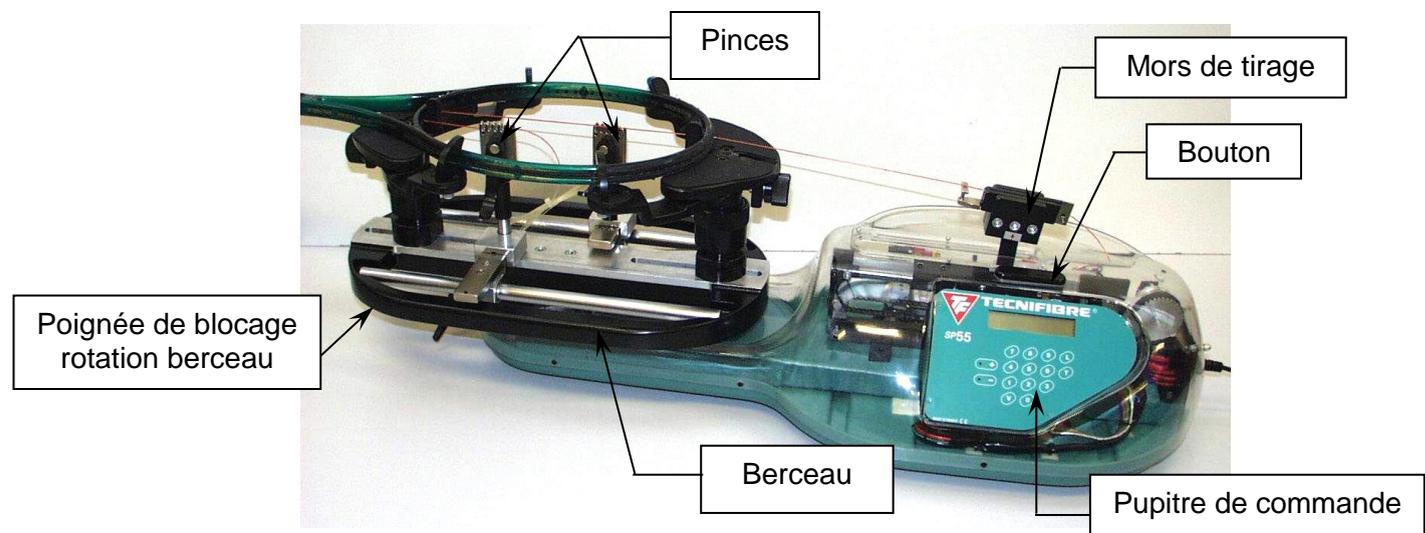
- Vérifier les performances globales de l'asservissement en tension du système.
- Modéliser la structure asservie et valider ses performances

## 1<sup>ère</sup> partie : Présentation

Pour que les joueurs de tennis ou de badminton puissent atteindre leur meilleur niveau de jeu, il est indispensable que leurs raquettes soient cordées à leur convenance avec des tensions identiques. Les centres de compétition et les magasins spécialisés disposent de machines à corder les raquettes.

On se propose dans ce TP de vérifier les performances globales de la cordeuse SP55 et de les comparer aux éléments du cahier des charges du constructeur.

Le cordage d'une raquette de tennis ou de badminton nécessite de nombreuses manipulations manuelles. La partie automatisée de la machine permet d'assurer la réalisation précise de la tension de chaque brin. La figure ci-dessous met en évidence les éléments de la structure de la machine (modèle SP55).



Extrait du cahier des charges :

Fonction	Critère	Niveau	Limite
Tendre la corde sur le cadre de la raquette	Tension ( $N$ )	50	mini
	Justesse de la tension (%)	400	maxi
	Fidélité de la tension (%)	15	maxi
		1	maxi

Définitions :

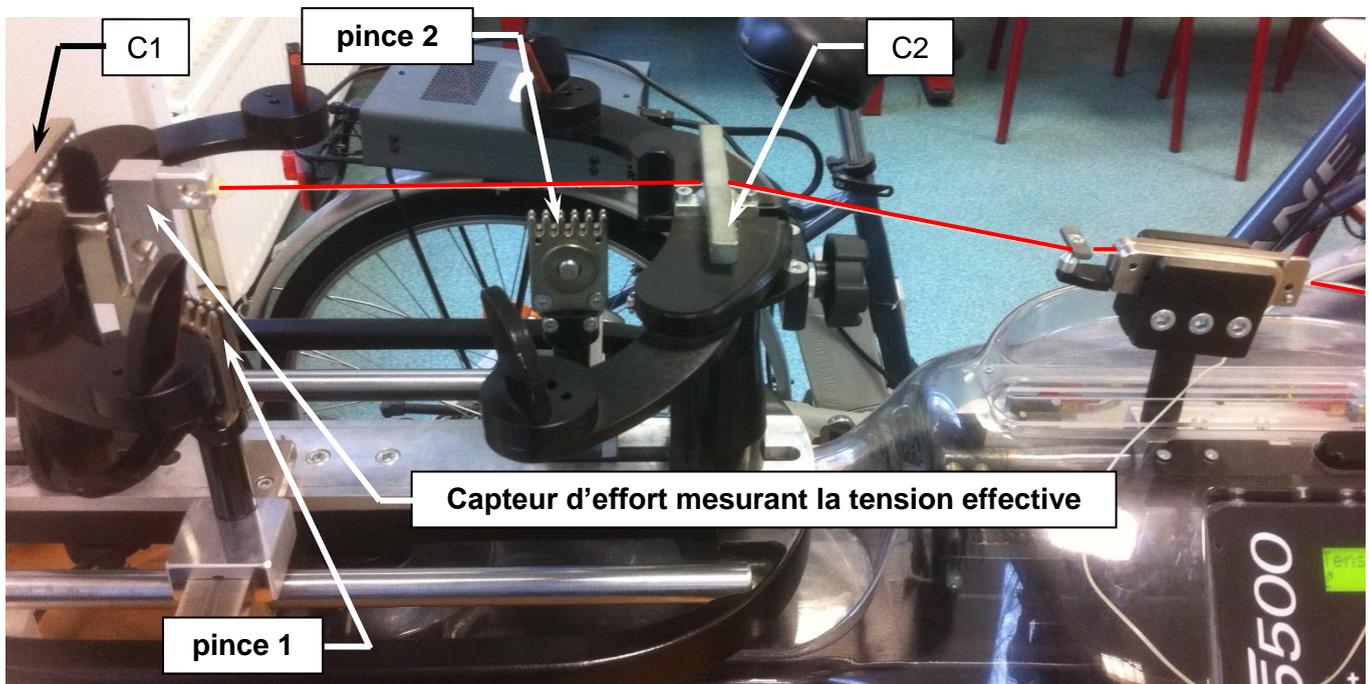
- **Précision** : la précision associe deux qualités : la justesse et la fidélité
- **Justesse** : aptitude à donner une indication égale à la valeur de consigne
- **Fidélité** : (ou répétitivité) aptitude à fournir des indications concordantes pour une même valeur de consigne.

## 2<sup>ème</sup> partie : Cordage d'une raquette

Pour éviter de détériorer le cadre de raquette, on remplace celle-ci par des pièces de simulation **C1** et **C2** (voir photo ci-après).

### 👉 Manipulation 1 :

- Fixer l'extrémité du brin de la corde « libre » sur le capteur d'effort
- Passer cette corde dans un trou de **C2** en face du capteur d'effort et la ramener vers le mors de tirage comme sur la photo ci-après.
- Fixer la corde sur le mors de tirage (en l'engageant dans la fente médiane).
- Mettre la machine et le boîtier de commande sous tension.
- Appuyer sur la touche L pour changer l'unité de la tension de réglage.
- Programmer une tension de 25,0 Kgf (= 250 N) sur le pupitre.
- Appuyer sur le bouton poussoir pour mettre en tension la corde.
- Observer le léger mouvement alternatif du mors de tirage (ou de la chaîne) lorsque la corde est tendue.



**Question 1 :** Justifier ce léger mouvement alternatif du mors de serrage.

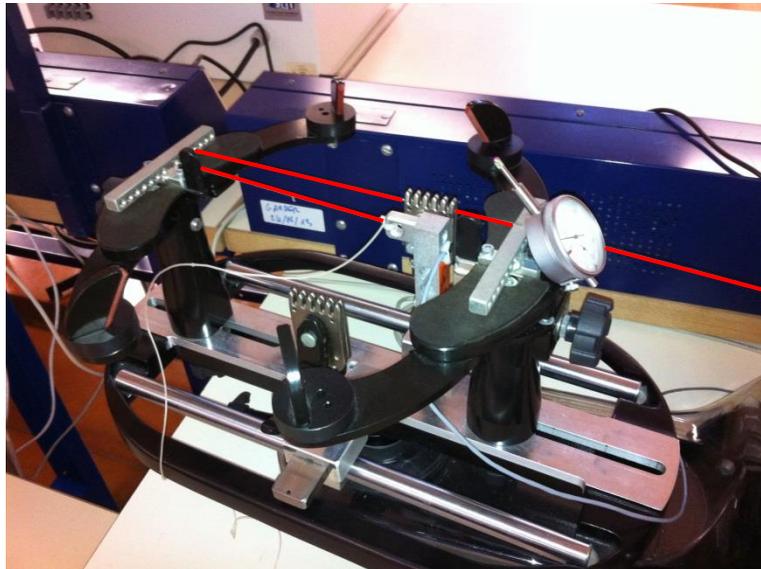
### 👉 Manipulation 2 :

- A l'aide de la pince **1** placée au plus près de **C2**, serrer le brin tendu.
- Appuyer à nouveau sur le bouton poussoir pour relâcher la tension : observer le léger mouvement de la pince **1** lors de l'opération précédente.

**Question 2 :** Pourquoi la pince bouge-t-elle ? Quelle est la conséquence sur la valeur de la tension dans la corde ? Quelle précaution doit-on prendre quand on veut déplacer une des pinces libres ?

### 👉 Manipulation 3 : (voir photo ci-dessous)

- Sortir la corde du mors de tirage, la passer dans l'œillet de **C2** situé 2 œillets plus loin.
- Passer la corde au travers de l'œillet correspondant de **C1**.
- Débloquer le berceau, le faire pivoter de 180° (**attention au câble du capteur d'effort**) et fixer la corde sur le mors de tirage.
- Tendre ce brin (sans changer la valeur de la tension) : observer le léger mouvement de la pince **1** lors de cette opération.
- Desserrer la pince **1** et maintenir le brin de corde tendu à l'aide de cette pince en la disposant au plus près de **C1**, du côté du mors de tirage.



**Question 3 :** *Les tensions sont-elles identiques dans les deux brins tendus ? Pourquoi ? Comment identifiez-vous une différence de tension entre ces deux brins ?*

On pourrait poursuivre ainsi le cordage de tous les brins longitudinaux puis, en tournant le cadre de  $90^\circ$ , on tendrait les brins transversaux.

### 3<sup>ème</sup> partie : Vérification des performances globales

 **Manipulation 4 :** On reprend les manipulations 1 et 2 en procédant à l'acquisition de mesures

- Retirer la corde et débloquer le berceau, le faire pivoter de  $180^\circ$  (**attention au câble du capteur d'effort**).
- Passer la corde fixée au capteur d'effort dans un trou opposé de **C2** puis la fixer dans le mors de tirage.
- Programmer une tension de 250 N.
- Lancer le logiciel SP55 CPGE qui permet d'acquérir les différentes valeurs mesurées par les capteurs.
- Etablir la communication entre PC et cordeuse en sélectionnant [Mesures] / [Initialiser] : un message à l'écran indique que la mesure est prête à démarrer.
- Appuyer assez longuement sur le bouton départ du boîtier blanc de commande : ceci a pour effet de lancer le chronomètre contrôlant la durée de mesure (10 s). Mettre en tension la corde, maintenir le brin de corde tendu à l'aide d'une pince en la disposant au plus près de **C2** et appuyer à nouveau sur le bouton poussoir pour relâcher la tension (toutes ces manipulations doivent être faites pendant les 10 s ! Recommencer si nécessaire).
- Quand l'importation des résultats est terminée, fermer la fenêtre de mesure.

Pour afficher la courbe représentant l'effort effectif dans la corde (mesuré par le capteur d'effort) en fonction du temps

- Sélectionner le bouton [Courbes] ; choisir le temps en abscisse et la tension dans la corde en ordonnée en cliquant sur le bouton **Fc** puis cliquer sur [Tracer].
- Imprimer la courbe obtenue.

**Question 4 :** *Identifier les trois phases de la mise en tension (indiquer les temps correspondant sur la courbe) : nommer chacune de ces trois phases ?*

*Justifier le premier pic de tension.*

*Indiquer la tension avant et après mise en place de la pince. La machine est-elle précise ?*

**Question 5 :** *Afficher la tension mesurée par le capteur de la machine en cliquant sur **Fr**, recopier cette courbe sur le graphe précédent et comparer à la tension effective mesurée dans la corde (**Fc**).*

Comment la machine mesure-t-elle cet effort (voir schéma page 5)? Conclure sur les raisons pouvant justifier les différences.

### Manipulation 5 : répétition de la manipulation pour évaluer la fidélité

- Refaire deux mesures dans les mêmes conditions et afficher les courbes (ne pas oublier de cocher le n° de la mesure dans la fenêtre de choix des paramètres).

Le cahier des charges impose une fidélité de  $\pm 1\%$ .

**Question 6 :** Noter les résultats précédents et calculer la fidélité mesurée de la machine. Valider cette performance de la machine.

Lorsqu'on relâche la tension motrice après avoir fixé la corde avec la pince, on observe un léger mouvement de la pince.

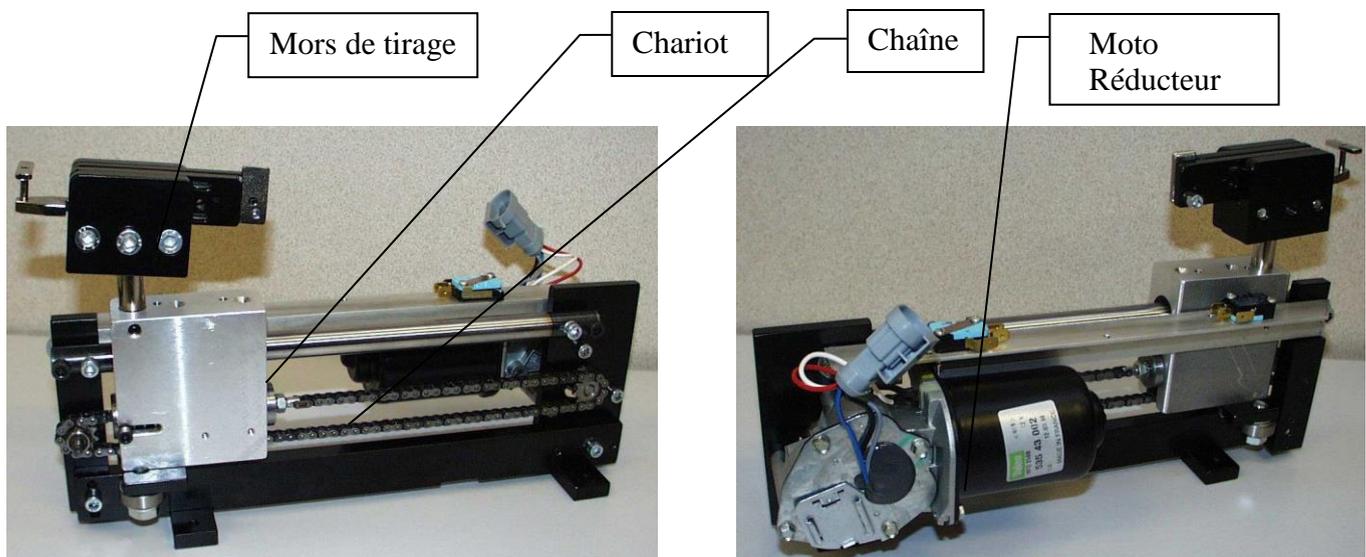
**Question 7 :** Quelle manipulation doit effectuer le cordeur pour réduire ce déplacement et la diminution de tension qui en résulte ? Réaliser la manipulation correspondante en effectuant une mesure et conclure.

**Question 8 :** En supposant que la raquette est entièrement cordée, donner les raisons qui font que la machine est fidèle (à quelle condition ?) mais pas précise. Est-ce gênant pour le joueur? Justifier.

## 4<sup>ème</sup> partie : Modélisation de l'asservissement

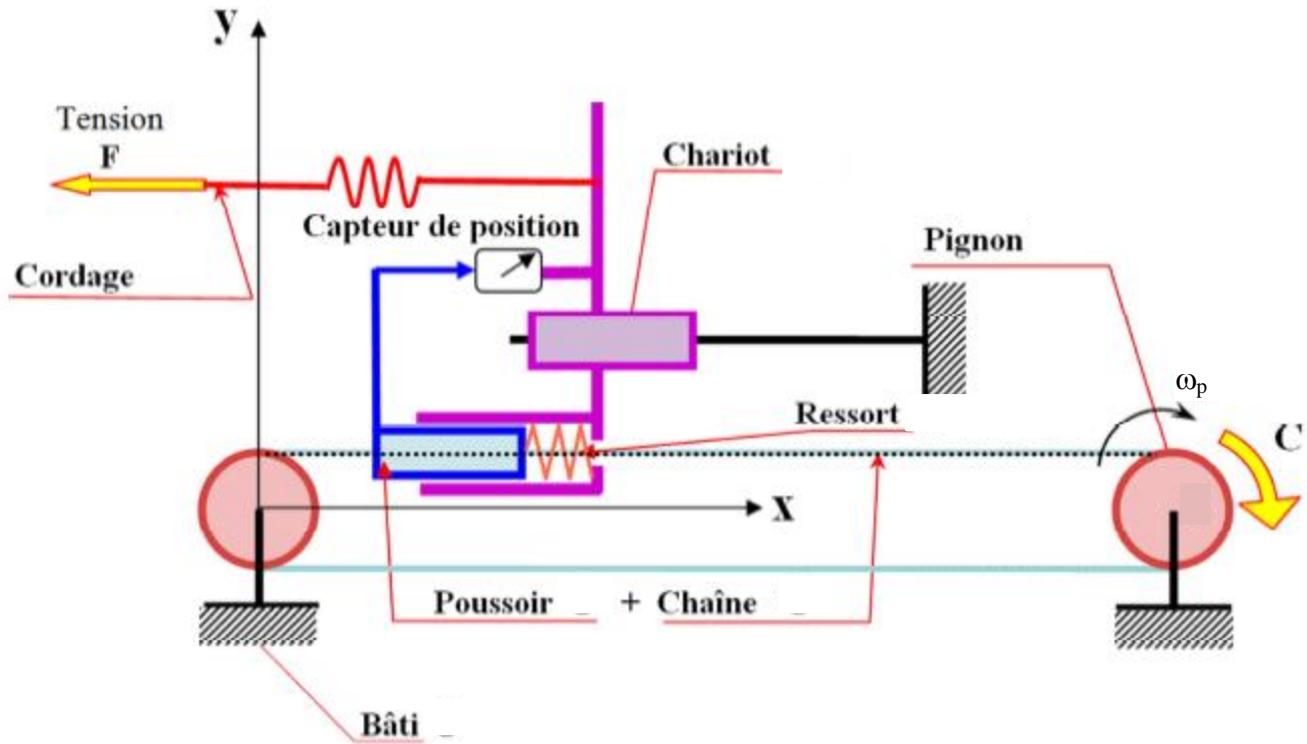
Le mécanisme de mise en tension présenté ci-après est constitué principalement d'un moto-réducteur et d'une transmission par chaîne assurant le déplacement du chariot. Celui-ci porte le mors de tirage auquel est fixée la corde à tendre.

Le moto-réducteur est composé d'un moteur électrique à courant continu piloté par une carte électronique et d'un réducteur à roue et vis sans fin.

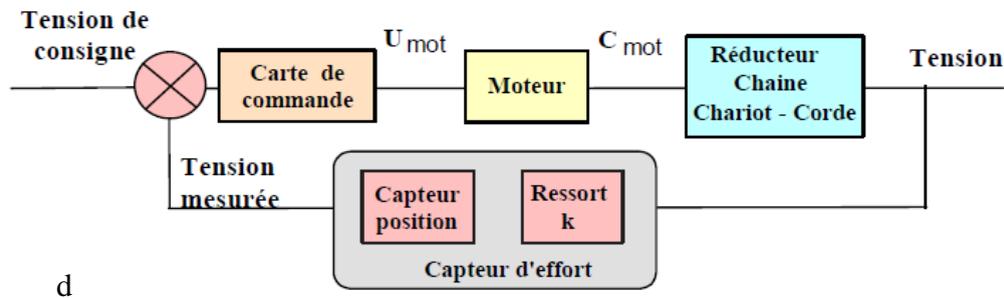


Le brin tendu de la chaîne est attaché à un poussoir en appui sur le chariot par l'intermédiaire d'un ressort calibré.

Lors de l'opération de tension de la corde, le poussoir se déplace vers la droite par rapport au chariot en écrasant le ressort. Ce déplacement est mesuré par un capteur de position (potentiomètre linéaire) qui envoie un signal, image de la tension dans la corde, à la carte électronique. Celle-ci gère alors la commande du moteur nécessaire à la réalisation précise de la tension.



Le mécanisme ainsi réalisé constitue en fait un système asservi en effort représentable sous la forme simplifiée ci-dessous.



On cherche à modéliser cette structure asservie. Cette modélisation est nécessaire pour pouvoir régler le correcteur (calculateur) qui assurera un comportement rapide, précis et stable du système de mise en tension de la cordeuse.

#### 4.1. modélisation du moteur

Pour décrire le comportement dynamique du moteur à courant continu il faut écrire 4 équations : deux d'entre elles sont des lois fondamentales de la physique (loi des mailles et PFD), les deux autres étant issues des lois sur l'électromagnétisme.

On définit :

- $i(t)$  : intensité (en Ampère) dans le moteur
- $u_m(t)$  : tension (en Volt) aux bornes du moteur
- $C_m(t)$  : couple (en Nm) délivré par le moteur
- $C_r(t)$  : couple résistant (en Nm) provenant de la tension de la corde
- $\omega_m(t)$  : vitesse de rotation (en rad/s) du moteur
- $e(t)$  : force contre électromotrice (en Volt) du moteur
- $R$  : résistance électrique du moteur ( $R = 1.6 \Omega$ )
- $J$  : inertie équivalente (en  $\text{kg m}^2$ ) à l'ensemble mobile ( $J = 7,1 \cdot 10^{-5} \text{ kg.m}^2$ )
- $K_e$  : constante de couple et de force électromotrice ( $K_e = 0.025 \text{ Vs/rad} = 0.025 \text{ Nm/A}$ )

Equation électrique (inductance négligée) :

$$u_m(t) = e(t) + Ri(t)$$

Equation mécanique (PFD) :

$$J \frac{d\omega_m}{dt}(t) = C_m(t) - C_r(t)$$

Equations de couplage :

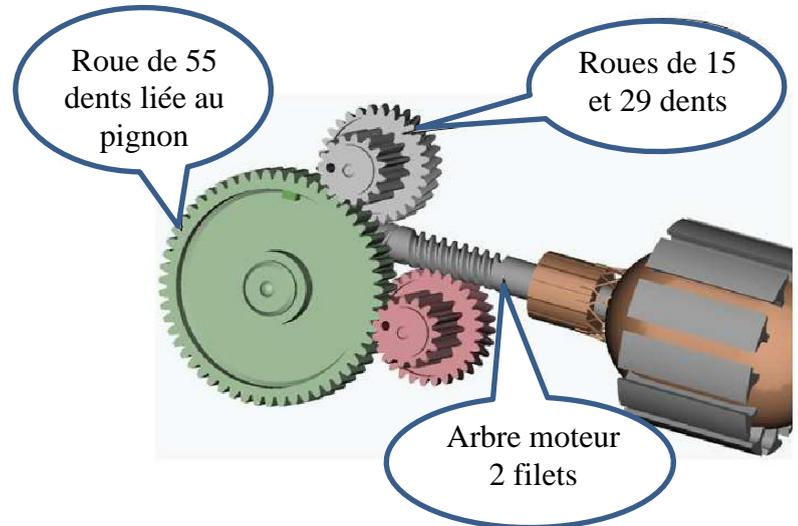
$$e(t) = K_e \cdot \omega_m(t) \quad \text{et} \quad C_m(t) = K_e \cdot i(t)$$

**Question 9 :** A partir des données précédentes, compléter le schéma-bloc du document réponse et celui du fichier scilab : cordeuse modélisation.zcos.

#### 4.2. Modèle du réducteur :

On note  $\eta$  le rapport de réduction entre l'arbre moteur et la poulie :  $\eta = \omega_p / \omega_m$

**Question 10 :** A partir du schéma suivant, donner la valeur numérique de  $\eta$ . Compléter le schéma-bloc du fichier scilab : cordeuse modélisation.zcos.



#### 4.3. Modèle de la transmission pignon/chaîne :

1 tour du pignon de sortie du réducteur correspond à un déplacement de 60 mm du chariot.

**Question 11 :** Déterminer l'expression de la fonction de transfert  $\frac{X(p)}{\omega_p(p)}$  et compléter le schéma-bloc du fichier scilab : cordeuse modélisation.zcos.

**Question 12 (facultative) :** Justifier la valeur du gain de la chaîne de retour permettant d'obtenir  $C_r(t)$ .

#### 4.4. Modèle de la corde :

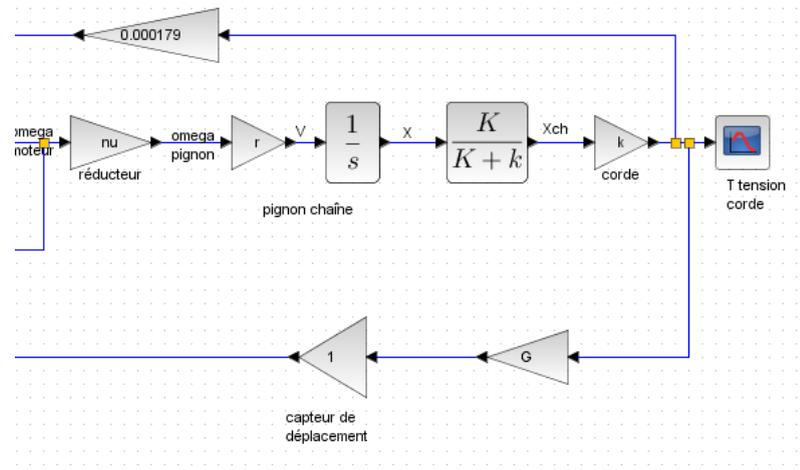
Le bloc corde peut être identifié à l'aide du tracé de l'évolution temporelle de la tension dans la corde en fonction du déplacement du chariot. On le considérera pour simplifier linéaire d'où  $T(t) = kx_{ch}(t)$  avec  $k$  la raideur de la corde. Le Principe Fondamental de la Statique appliqué au mors de tirage (dont la masse peut être négligée) donne l'équation :  $kx_{ch}(t) = K(x(t) - x_{ch}(t))$  où  $K$  est la raideur du ressort de 3.33 daN/mm.

**Question 13 :** Donner l'expression de la fonction de transfert  $\frac{X_{ch}(p)}{X(p)}$ .

#### Manipulation 6 :

- A l'aide d'une expérience faite sur la cordeuse, pour une valeur de tension imposée de l'ordre de 200 N, en tendant puis relâchant la corde, montrer qu'il est possible d'assimiler la corde à un ressort de raideur 4000 N/m.
- Compléter alors le schéma-bloc du fichier scilab : cordeuse modélisation.zcos.

**Question 14 :** Transformer la chaîne de retour du schéma bloc de la cordeuse conformément au schéma ci-contre. Déterminer alors le gain  $G$  en fonction de  $K$ .



#### 4.5. Modèle du capteur d'effort :

le déplacement relatif du poussoir par rapport au chariot  $x(t) - x_{ch}(t)$  est mesuré par un capteur de position (potentiomètre linéaire de gain  $5V/15mm = 0.33 \text{ V/mm}$ ). Le gain de l'ensemble de la chaîne de retour correspondant à l'ensemble du capteur d'effort est donc de  $\frac{0.33}{K} = 0.01 \text{ Volt/Newton}$ .

**Question 15 :** Compléter le schéma-bloc du fichier scilab : cordeuse modélisation.zcos. Pourquoi ce gain est-il également celui de l'afficheur ?

#### 4.6. Analyse de l'influence de $K_p$ sur les performances du modèle de la cordeuse

##### Manipulation 7 :

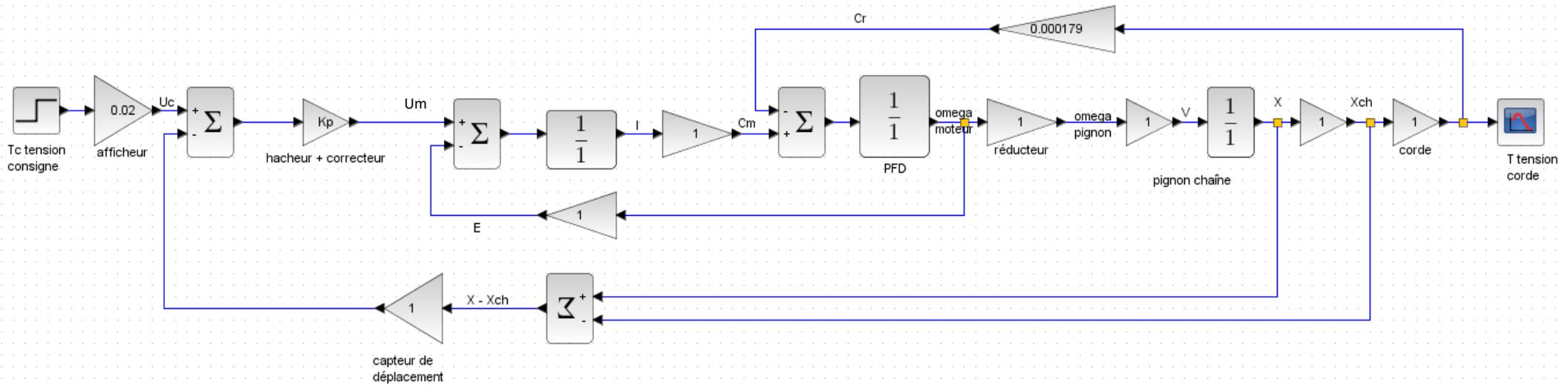
- A l'aide du modèle, tracer l'évolution temporelle de la tension dans la corde avec les valeurs de  $K_p$  : 1, 10 et 100 avec une tension de consigne de 200N.
- Imprimer les courbes

**Question 16 :** Conclure quant au rôle du correcteur proportionnel sur les trois performances de bases de l'asservissement, à savoir : La rapidité, la précision et la stabilité

- Déterminer par essais successifs, la valeur de  $K_p$  mini permettant d'obtenir la précision souhaitée par le cahier des charges.

**Question 17 :** Quels sont les problèmes qui apparaissent par l'augmentation de  $K_p$  ?

## Schéma bloc de la cordeuse à compléter



On définit :

- $T_c$  : tension (en Newton) consigne dans la corde
- $T$  : tension (en Newton) réelle dans la corde
- $U_c$  : tension (en Volt) de consigne
- $I$  : intensité (en Ampère) dans le moteur
- $U_m$  : tension (en Volt) aux bornes du moteur
- $C_m$  : couple (en Nm) délivré par le moteur
- $\omega_m$  : vitesse de rotation (en rad/s) du moteur
- $E$  : force contre électromotrice (en Volt) du moteur
- $\omega_p$  : vitesse de rotation (en rad/s) du pignon de la transmission par chaîne
- $V$  : vitesse (en m/s) du poussoir
- $X$  : déplacement (en m) du poussoir
- $X_{ch}$  : déplacement (en m) du chariot

## ANNEXE : LES ENGRENAGES

On appelle engrenage un couple de deux roues dentées (appelées pignon) qui engrenent ensemble.

Inventé par  
Léonard De Vinci



Les engrenages servent principalement à la transmission d'efforts et de mouvement de rotation lorsqu'il est nécessaire de réaliser une transformation spatiale de l'arbre de rotation : transmission de puissance ( $P = C \times \omega$ ) en augmentant ou en diminuant la vitesse de rotation ; permet également d'augmenter ou de diminuer le couple transmis.

D'autres technologies peuvent être utilisées pour transmettre une puissance : une courroie, une chaîne, le frottement, ...

- Les caractéristiques d'une roue dentée sont :

le nombre de dents  $Z$   
le module  $m$  (unité: mm)  
le diamètre primitif  $d_p$

$$d_p = m Z$$

- Pour que deux roues dentées puissent engrener correctement, il faut qu'elles aient **même module**.

### Relations cinématiques :

Chaque roue "menante" d'un engrenage entraîne une roue "menée" grâce à des dents au profil en développante de cercles assurant le roulement sans glissement de 2 cylindres fictifs appelés "cylindres primitifs". Lorsque la roue 1 engrene avec la roue 2, les cercles primitifs des roues roulent l'un sur l'autre sans glisser au point I (pas de patinage, analogie avec deux roues de friction roulant l'une sur l'autre sans glisser).

$$\vec{V}(M_2 \in 2/1) = R_2 \frac{d\theta_2}{dt} \vec{y}_2 \quad \text{et} \quad \vec{V}(M_3 \in 3/1) = R_3 \frac{d\theta_3}{dt} \vec{y}_3$$

La condition de roulement sans glissement en I donne :

$$\vec{V}(I \in 2/3) = \vec{0}$$

soit le **rapport de réduction** :

$$\frac{\omega_3}{\omega_2} = - \frac{R_2}{R_3} = - \frac{Z_2}{Z_3}$$

Remarque : on appelle rapport de réduction le rapport entre la vitesse de rotation en sortie et celle en entrée.

