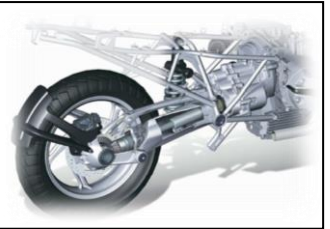




Travaux pratiques
- **Modélisation SLCI** -
système : bras arrière de moto



La maquette reproduit à l'échelle 1 la géométrie du système articulé PARALEVER constituant la suspension réelle montée sur la moto BMW R 1100 RS.

Objectifs du TP :

On souhaite déterminer la réponse de l'ensemble ressort-amortisseur, grâce à l'accéléromètre piézo-électrique mesurant l'accélération du châssis (vert). Le système est mis en mouvement par un motoréducteur permettant d'obtenir une accélération $\ddot{y}_e(t)$, supposée sinusoïdale de pulsation ω , imposée au niveau du contact roue-sol.



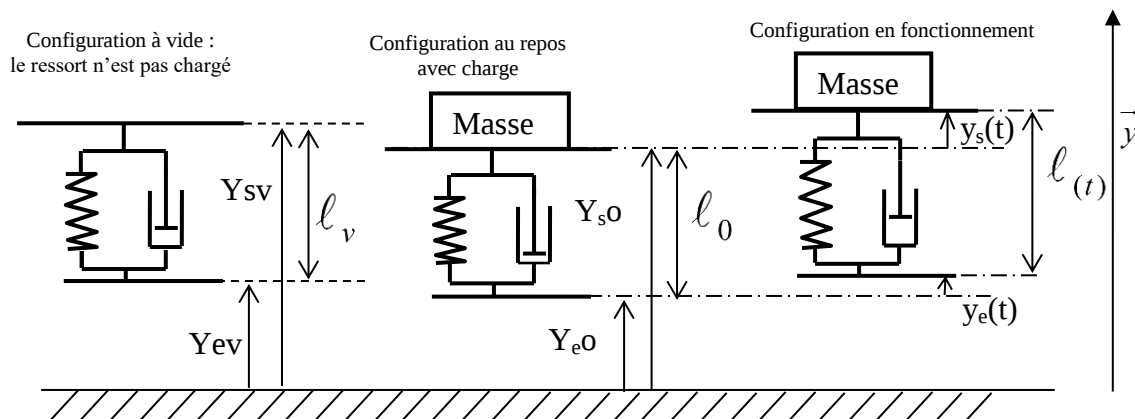
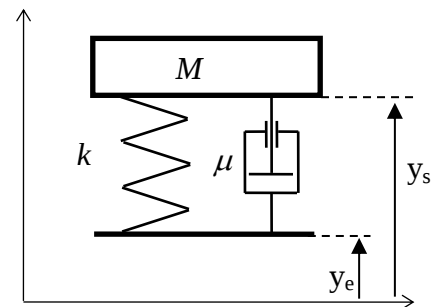
L'objet de l'étude est:

- de déterminer, par analogie avec un système mécanique à un degré de liberté, la fonction de transfert théorique.
- de donner l'allure des courbes de gain et de phase en fonction de la pulsation ω .
- d'approcher l'expression de la fonction de transfert par une étude expérimentale.
- d'observer l'influence de la masse additionnelle placée sur le châssis.
- de discuter la validité du modèle.

1^{ère} partie : étude théorique d'un modèle simplifié

La suspension est assimilée au système mécanique, de masse M , à un degré de liberté modélisé ci-contre: Ce modèle comprend un ressort et un amortisseur montés en parallèle.

L'accélération de la roue correspond à $\ddot{y}_e(t)$ et l'accélération de la caisse à $\ddot{y}_s(t)$.



Afin de déterminer la fonction de transfert du modèle ci-dessus, il est nécessaire de procéder à la mise en équation.

Sur le schéma « configuration à vide » : la longueur à vide du ressort vaut $\ell_v = Y_{sv} - Y_{ev}$ (1)

Sur le schéma « configuration au repos » : la longueur du ressort vaut $\ell_0 = Y_{s0} - Y_{e0}$ (2)

Au repos, la masse subit l'action du ressort (raideur k) et de la pesanteur.

On applique le principe fondamental de la statique à la masse M en projection sur l'axe $\vec{y}$:

$$k(\ell_v - \ell_0) - Mg = 0 \quad (3)$$

Sur le schéma « configuration en fonctionnement » :

La masse subit l'action du ressort, de la pesanteur et de l'amortisseur.

- L'action du ressort vaut $k(\ell_v - \ell(t))$. la longueur du ressort vaut $\ell(t) = Y_{s0} + y_s(t) - (Y_{e0} + y_e(t))$ (4)
- L'action générée par un amortisseur correspond à du frottement visqueux, ce qui la rend proportionnelle (coeff μ) à la vitesse relative entre tige et corps de l'amortisseur. Elle vaut $-\mu(\dot{y}_s(t) - \dot{y}_e(t))$.

On applique le principe fondamental de la dynamique à la masse M en projection sur l'axe $\vec{y}$:

$$k(\ell_v - \ell(t)) - \mu(\dot{y}_s(t) - \dot{y}_e(t)) - Mg = M \ddot{y}_s(t) \quad (5)$$

Question n° 1 : Déterminer l'équation de mouvement du modèle. Pour cela « injecter » l'équation (2) dans (4) puis (3) et (4) dans (5). L'équation de mouvement devra prendre la forme d'une équation différentielle linéaire, à coefficients constants et sans terme constant.

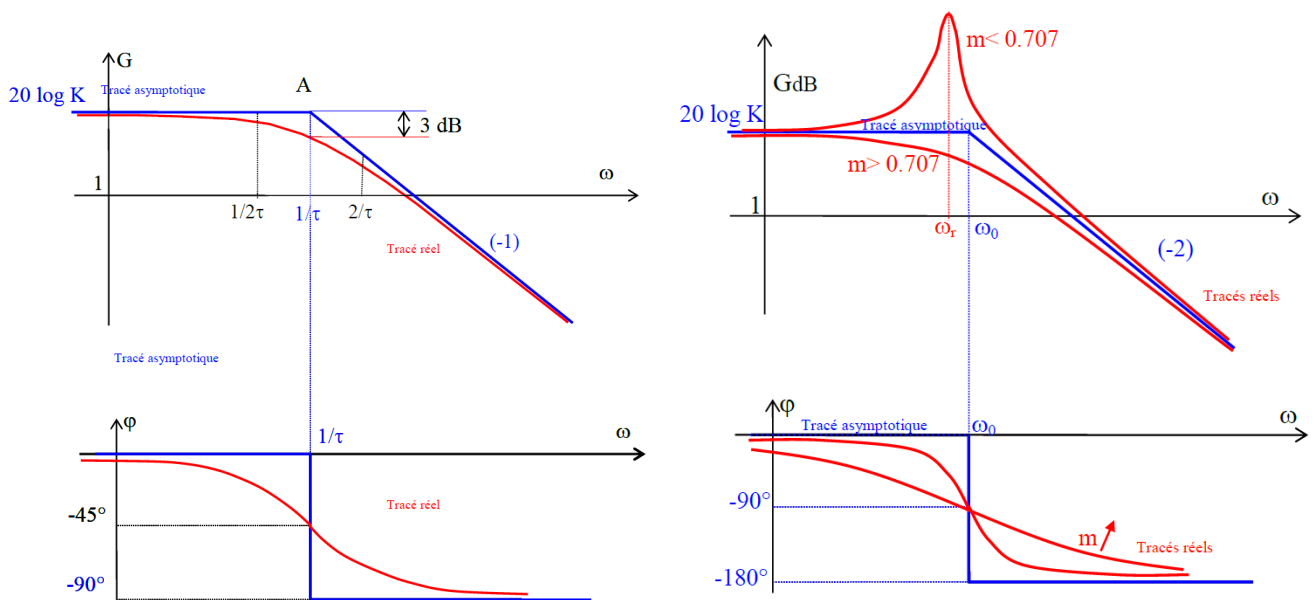
Question n° 2 : Montrer que $H_1(p) = \frac{p^2 Y_s(p)}{p^2 Y_e(p)} = \frac{Y_s(p)}{Y_e(p)} = \frac{(k + \mu p)}{(Mp^2 + \mu p + k)}$.

On pose $\omega_0^2 = \frac{k}{M}$ et $m = \frac{\mu}{2M\omega_0}$. En déduire $H_1(p)$ en fonction de ω_0 , m sous forme canonique.

On peut considérer que $H_1(p)$ s'écrit comme le produit d'une fonction de transfert d'un 2^{ème} ordre par celle d'un inverse de 1^{er} ordre.

Question n°3 : En supposant que le coefficient d'amortissement m est faible (inférieur à 0,5), exprimer l'inégalité entre les pulsations de cassure des fonctions de transfert associées au numérateur et dénominateur de $H_1(j\omega)$.

Rappels : tracés de Bode d'un premier ordre et d'un 2^{ème} ordre



si $H(p) = H_1(p) \cdot H_2(p)$ alors $20 \log |H(j\omega)| = 20 \log |H_1(j\omega)| + 20 \log |H_2(j\omega)|$ et $\text{Arg}(H) = \text{Arg}(H_1) + \text{Arg}(H_2)$

Question n°4 : Tracer alors l'allure des diagrammes de Bode asymptotiques de gain et de phase de $H_1(j\omega)$ (en précisant les points caractéristiques). Donnez l'allure des courbes réelles de gain et de phase en fonction de ω .

2^{ème} partie : mesures

La maquette est configurée en PARALEVER et chargée à l'aide d'une masse de 2 kg posée sur le plateau vert. La vis à la base de l'amortisseur est serrée au maximum, ce qui confère une valeur maximale à l'amortissement.

A) Vérification qualitative de l'adéquation du modèle théorique avec le système réel



Manipulation 1 :

- Mettre en marche le coffret de commande du moteur .
- Régler la vitesse de rotation du moteur grâce au potentiomètre du coffret

Rappels : $G_{dB} = 20 \log |H(j\omega)|$ et $\varphi = \text{Arg}(H(j\omega))$

Le module de $H(j\omega)$ donne donc le **gain G** du système (rapport entre les amplitudes d'entrée et sortie).

L'argument donne le **déphasage φ** entre l'entrée et la sortie. Le déphasage traduit le retard de la sortie par rapport à l'entrée

Question n°5 : Commenter qualitativement les évolutions de gain et de phase en choisissant différents réglages de la vitesse du moteur. Vous mettrez en évidence le phénomène de résonance par un choix adapté de la vitesse du moteur.

B) Mise en adéquation qualitative du modèle théorique avec le système réel



Manipulation 2 : Lancer le logiciel DigiView (sous Windows).

- La voie 1 représente l'évolution de l'accélération du plateau vert du système (le châssis de la moto) et la voie 0 les tops moteurs à chaque passage d'une tête de vis placée sur le volant du moto-réducteur devant un capteur inductif.

Pour réaliser des mesures :

- Dans le menu « **acquisition** », choisir la fonction « **acquisition** » pour ouvrir la fenêtre relative à l'acquisition.
- Dans cette fenêtre, cliquer sur « **AD EXE** » pour lancer l'acquisition puis sur « **STOP** » pour l'arrêter.
- Dans le menu « **EDITION** », choisir ensuite la fonction « **COORDONNEES** »
- Dans chaque fenêtre de mesure, en maintenant le bouton gauche de la souris enfoncé, on lit en bas à gauche de la fenêtre les valeurs mesurées (Y et X en ms)
- Pour une valeur de la vitesse de rotation du moteur proche du phénomène de résonance, noter :
 - les temps T_0 et T_1 correspondants à 2 tops moteur consécutifs
 - la tension maximale $|V_{max}|$ correspondant à l'accélération Max et sa "date" T_φ avec $T_0 < T_\varphi < T_1$
- Sur le système, mesurer l'amplitude du déplacement vertical de la roue. Vous noterez Ye_0 sa valeur en cm : expliquer votre méthode sachant que vous disposez d'une règle graduée le long de la colonne de guidage du châssis.
- Imprimer la courbe et indiquer T_0 , T_φ , T_1 , V_{max} .

3^{ème} partie : exploitations des résultats

On suppose le déplacement vertical de la roue sinusoïdal : $y(t) = Y_{e0} \sin(\omega t)$

Question n°6 : Déterminer les expressions et effectuer les applications numériques de :

- la période T en ms du mouvement de rotation du moteur en fonction de T_0 et T_1 .
- la pulsation ω en rad/s des signaux d'entrée et de sortie du système $y_e(t)$ et $y_s(t)$ en fonction de T_0 et T_1
- le déphasage φ en degrés de $y_s(t)$ par rapport à $y_e(t)$ en fonction de T_0 , T_φ et T_1 .

On suppose un déplacement vertical de la roue de type sinusoïdal d'où $y_e(t) = Y_{e0} \sin(\omega t)$, d'où $y_s(t) = Y_s(\omega) \sin(\omega t + \varphi)$ ce qui donne $\ddot{y}_s(t) = -Y_s(\omega) \omega^2 \sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow$ La sortie a une amplitude dépendante de ω et un retard par rapport à l'entrée donc un déphasage $\varphi (< 0)$ par rapport à $y_e(t)$.

- le gain du système exprimé en dB en fonction de V_{max} et Y_{e0} . Pour cela déterminer tout d'abord l'amplitude du déplacement vertical du châssis. On utilisera la sensibilité de l'accéléromètre qui vaut **2870 mV/g**

Deux autres séries de mesures ont été faites:

- avec un amortissement maximal sans charge, on a trouvé:

ω en rad/s	7.07	8.27	8.75	9.21	9.58	10.07	10.87	11.72	12.77	14.48
φ en °	0	-22	-42	-96	-127	-145	-147	-156	-159	-159
A en dB	0.66	1	1.7	3.5	3.1	2.3	1.6	1.4	1.3	1.1

↑
résonance

- avec un amortissement minimal avec charge, on a trouvé:

ω en rad/s	5.75	7.4		8	8.9	9.38	9.73	10.6	12.1	14.1
φ en °	0	-37		-61	-147	-157	-163	-134	-167	-170
A en dB	0.51	0.99		2.81	2.36	1.93	1.4	1.18	1.04	0.97

↑
résonance(amortisseur en butée)

4^{ème} partie : Analyses et conclusions

Les tracés de Bode en Gain et en phase correspondant aux deux séries de mesures précédentes sont donnés en Annexe.

Afin de vérifier la pertinence du modèle théorique proposé, on cherche à étudier qualitativement l'influence de l'amortissement et du chargement sur la pulsation de résonance et le gain maxi.

Question n°7 : En utilisant les expressions du gain maxi et de la pulsation à la résonance d'un système du deuxième ordre (voir cours), préciser si :

- l'augmentation de l'amortissement donne un comportement du système réel conforme à celui du modèle théorique.
- l'augmentation de la charge donne un comportement du système réel conforme à celui du modèle théorique

On choisit de modéliser le système par un 2ème ordre de fonction de transfert $H_2(p)$.

Question n°8 : *En utilisant les expressions du gain maxi et de la pulsation à la résonance et pour le cas amortissement maxi sans charge, déterminer numériquement :*

- le coefficient d'amortissement
- le gain statique
- la pulsation propre.

On procède maintenant à l'identification fréquentielle .

Question n°9 : *Donner les expressions de $H_2(p)$ et $H_1(p)$ avec les applications numériques précédentes . Préciser dans quel domaine fréquentiel, ces fonctions de transfert sont équivalentes.*

Question n°10 : *Tracer les diagrammes de Bode de ces deux fonctions. Sur le même graphe, placer les résultats des mesures.*

Question n°11 : *Conclure*

Annexe

w	7,07	8,27	8,75	9,21	9,58	10,07	10,87	11,72	12,77	14,48
log1w	0,85	0,92	0,94	0,96	0,98	1,00	1,04	1,07	1,11	1,16
G1	0,66	1	1,7	3,5	3,1	2,3	1,6	1,4	1,3	1,1
phi1	0	-22	-42	-96	-127	-145	-147	-156	-159	-159

w	5,75	7,4	8	8,9	9,38	9,73	10,6	12,1	14,1	
log2w	0,76	0,87	0,90	0,95	0,97	0,99	1,03	1,08	1,15	
phi2	0	-37	-61	-147	-157	-163	-134	-167	-170	
G2	0,51	0,99	2,81	2,36	1,93	1,4	1,18	1,04	0,97	

