TP INFORMATIQUE : Initiation Scilab et synthèse sur les Asservissements

Objectifs du TD :

- Se familiariser dans premier temps avec un logiciel de simulation des systèmes linéaires, SCILAB Xcos, en étudiant un système du premier ordre.
- Grâce à Scilab, régler l'asservissement du maintien d'altitude d'un avion de type AIRBUS A340. Pour cela on déterminera la forme puis les valeurs numériques de la fonction de transfert du correcteur qui permettra d'obtenir un système stable dans toutes les configurations (c'est-à-dire avec suffisamment de marge) et qui sera le plus précis possible :
 - écart statique nul en réponse à un échelon d'altitude.
 - écart de traînage nul en réponse au maintien d'une vitesse verticale de montée.
 - écart minimum en réponse à une turbulence (accélération verticale subie par l'avion).

1^{ère} partie : Etude d'un dipôle RL - Système du premier ordre

1.1 Système physique étudié

On considère le dipôle RL ci-dessous. On supposera la bobine parfaite résistance nulle. La tension du générateur est prise égale à 5V .



Grâce à la diode, à la fermeture de l'interrupteur, le courant ne passe pas dans le circuit grisé. A l'ouverture de l'interrupteur, le courant se décharge dans le circuit grisé.

On donne les caractéristiques suivantes (on testera par la suite les différents comportements) :

- U = 5V
- $R = 10 \Omega \text{ ou } R = 20 \Omega$
- L = 0.5H ou L = 1H ou L = 1.5H ou L = 2H.

1.2 Point de vue d'observation

On considère le système composé de l'entrée e(t) (qui sera ici la tension aux bornes du dipôle, en volt) et de la sortie s(t) (qui sera ici l'intensité dans la bobine, en ampère).

Entrée
$$e(t)$$
 Nom du Sortie $s(t)$
système

1.3 Modèle de connaissance

L''entrée e(t) et la sortie s(t) sont liées par la relation : L. $\frac{ds(t)}{dt} + R.s(t) = e(t)$

On peut mettre cette relation sous la **forme canonique** : $\tau \cdot \frac{ds(t)}{dt} + s(t) = K.e(t)$

K est appelé le gain statique du système et τ est sa constante de temps.

Q1 Justifier l'équation différentielle donnée et exprimer τ et K en fonction de L et R. Préciser les unités de chacune de ces constantes.

1.4 Etude temporelle à l'aide d'un logiciel de simulation

Objectif : L'objectif de cette partie est de déterminer l'évolution de la sortie s(t) lorsque e(t) est une fonction échelon (on ferme l'interrupteur), puis d'étudier l'influence de τ et K sur cette évolution.

Cette étude est effectuée sur un logiciel de simulation des systèmes linéaires Scilab Xcos. Les notations utilisées par ce logiciel font référence à une méthode de calcul étudiée en cours (la variable de Laplace est notée s ici).

Manipulation 1 : pour accéder au logiciel, cliquer sur l'icône SCILAB. Ensuite, lorsque le logiciel s'est ouvert, taper dans la console **xcos**, puis valider. Le module xcos s'ouvre alors.

A l'aide de xcos, on cherche à tracer les courbes de la réponse à un échelon du système du premier ordre pour plusieurs valeurs de R et de L, donc de τ et de K.

Manipulation 2 :

- Dans la toolbox (la fenêtre contenant les différents blocs), aller dans l'onglet CPGE. Celui-ci contient différents types de blocs : entrées, opérateurs linaires... Seuls quatre vont nous être utiles dans cette partie : entrées, opérateurs linéaires, sorties et analyses.

- Construire alors le schéma suivant en faisant glisser les blocs de la toolbox vers l'écran de travail :



-Il faut maintenant définir les paramètres. Pour cela, faire un clic droit sur la zone dans laquelle vous venez de construire votre schéma, puis aller dans Modifier le contexte. Définir vos variables en tapant k=1; t=1;

- Aller dans le bloc représentant votre système du premier ordre en cliquant dessus, puis rentrer la *k*

fonction de transfert : $\frac{1}{1+t*s}$

- Il faut maintenant définir la fonction appliquée en entrée. Pour cela, cliquer sur le bloc d'entrée, puis renseigner de manière à avoir un échelon d'amplitude 5V, débutant à 0s.

- Dans le bloc « param variation », nous allons maintenant renseigner les plages de variation des variables K et τ . Pour cela, double cliquer sur le bloc et remplir avec les valeurs trouvées dans les cas suivants : l'ensemble des valeurs doit être donné entre crochets et ces valeurs séparées par une virgule.

C	T	т
С	I	I

L	1.5H	1H	0.5H
R	10Ω	10Ω	10Ω
τ			
K			

Q2. Compléter le tableau précédent donnant les valeurs de τ et la valeur de K.

Manipulation 3 : faire afficher au logiciel les réponses temporelles. Pour cela, sélectionner un temps de simulation dans le bloc « time » de 2s, puis cliquer sur la flèche lançant la simulation ("play"). Observer qu'il y a un régime transitoire et un régime permanent.

- Q3 . Quelle est l'influence de la constante de temps au sur la durée du régime transitoire ?
- Q4. Dans chaque cas, vers quelle valeur tend à se stabiliser s(t)?

Manipulation 4 : Dans la fenêtre d'affichage des réponses temporelles, sélectionner Démarrer le gestionnaire des datatips. En cliquant sur une des courbes vous afficher les coordonnées du point considéré.

Q5 . Rechercher le temps de réponse à 5% (instant où la valeur de la sortie vaut 95% de la valeur finale) pour les trois systèmes. Retrouver la relation simple entre τ et le temps de réponse à 5%.

Q6. Rechercher la valeur de la sortie à $t = \tau$ pour les trois systèmes. A quel pourcentage de la valeur finale correspond la valeur commune trouvée ?

Manipulation 5 : remettre en œuvre la méthode précédente avec les valeurs de dipôle suivantes :

L	2H	1H
R	20Ω	20Ω
τ		
Κ		

Q7. Vers quelle valeur tend à se stabiliser s(t)?

Q8 .Retrouver la relation entre cette valeur, la valeur de K et la valeur de l'amplitude de l'échelon d'entrée ?

SII

2^{ième} **partie** : Etude de l'asservissement en altitude d'un Airbus

1. Presentation



De gauche à droite : AIRBUS A340 - AIRBUS A330

2. Réalisation du schéma bloc

Cette étude sera faite à l'aide du logiciel SCILAB. L'avion est modélisé par un système du deuxième ordre qui correspond à son mode dominant lorsqu'il est déjà stabilisé par les commandes de vol électriques.

On notera sur le schéma bloc que l'avion est ici commandé en accélération verticale, ce qui permet d'avoir des modes de guidage automatique très variés tels que :

- le maintien d'une altitude affichée (c'est le cas de l'exercice).
- le maintien d'une vitesse verticale (l'entrée serait une rampe).
- le maintien d'une pente de montée ou de descente.
- la montée à vitesse optimale (point de vue : consommation de carburant).
- le suivi d'une trajectoire de référence.

La combinaison de plusieurs de ces modes de guidage permet de réaliser des fonctions plus complexes telles que l'approche automatique du terrain d'atterrissage, l'atterrissage automatique et, si nécessaire, la remise automatique des gaz.

On verra toutefois au cours du TP que ce type de commande est très pénalisant pour l'étude de stabilité puisque la fonction de transfert de l'avion commandé en accélération doit être suivie de deux intégrateurs pour obtenir l'altitude. La présence de ces deux intégrateurs déphase considérablement le signal (cf critère de Revers) et la présence d'un correcteur est absolument nécessaire.

Manipulation 7 :

• Ouvrir le fichier modalt.zcos qui fonctionne sous scilab

Le schéma bloc ci-dessous apparaît alors à l'écran, il représente l'asservissement d'altitude d'un avion de type AIRBUS A340 :



Nom des variables

- Zc : altitude de consigne par rapport à l'altitude initiale Z₀.
- Z ou Zs : altitude réelle de l'avion par rapport à l'altitude initiale Z₀. Cette altitude est mesurée par un capteur (sonde altimétrique de pression) dont la constante de temps est négligeable devant le temps de réponse de l'avion.
- $\mathbf{E}\mathbf{z}$: écart d'altitude $\mathbf{Z}\mathbf{c} \mathbf{Z}$.
- Azc : accélération verticale de consigne.
- Az : accélération verticale réelle de l'avion.
- Vz : vitesse verticale de l'avion.
- s: variable de Laplace dans le domaine symbolique

Nom et fonction des différents blocs

- bloc d'entrée Zc : la consigne à l'entrée du pilote automatique est un changement d'altitude de type échelon.
- bloc **Correcteur** : bloc dont on cherche la fonction de transfert, de façon à rendre le système stable avec la meilleure précision possible. Dans la première partie (étude du système non corrigé) la fonction de transfert du correcteur est un gain K.
- bloc Avion : ce bloc représente la fonction de transfert du mouvement de l'avion «stabilisé». L'avion est modélisé par un système du deuxième ordre : $H(p) = 1 \frac{1}{0.444p^2 + 1.066p + 1}$.
- bloc intégrateur 1 : ce bloc réalise l'intégration qui permet de passer de l'accélération verticale Az à la vitesse verticale Vz.
- bloc intégrateur 2 : ce bloc réalise l'intégration qui permet de passer de la vitesse verticale Vz à l'altitude Z.
- bloc Zs : bloc de sortie (Zs = Z) nécessaire au bon fonctionnement du logiciel pour visualiser la sortie.

Q1. Calculer la pulsation propre ω_0 et le coefficient d'amortissement m du bloc Avion.

3. Etude du système non corrigé

3.A. Étude fréquentielle en boucle ouverte

Manipulation 8 :

- Fermer le fichier modalt.zcos et Ouvrir le fichier modaltFTBO.zcos
- Vérifier les valeurs 0.5, 1, 2 données au paramètre formel K dans « paramètres variables ».
- Dans Bode : sélectionner les tracés de Bode, les grandeurs entrée E et sortie S puis vérifier le domaine fréquentiel : $(\omega_{min}, \omega_{max}) = 0.1$, 100 rad/s
- Lancer la simulation
- Q2. Valider le tracé fourni par le logiciel en décrivant l'allure des tracés asymptotique et réel.
 - Vérifier votre description en affichant les asymptotes. Pour cela : dans Bode sélectionner affichage des asymptotes et relancer la simulation.
- *Q3.* La variation du gain K de 0.5 à 1 puis de 1 à 2 se traduit par une translation verticale du diagramme de Bode en amplitude. Donner la valeur de cette translation.

- Visualiser le diagramme de Bode en phase. Comparer avec le tracé précédent et noter que la phase est définie à 360° près. Pour retrouver les valeurs habituelles, il convient dans ce cas particulier de retrancher 360° à la valeur de la phase affichée.
- *Q4.* Justifier que la variation du gain K n'a aucune influence sur la courbe de phase dans le plan de Bode.
- **Q5.** En appliquant le critère de Revers dans le plan de Bode (voir annexe 1), discuter de la stabilité du système en fonction de K ?
 - Relancer la simulation pour visualiser uniquement le diagramme de Black. Noter le décalage de la phase de 360° par rapport aux conventions habituelles. Le diagramme du document réponse représente le diagramme de Black pour K = 1 avec les conventions habituelles de phase.
- **Q6.** Comment se traduit l'augmentation du gain K dans le plan de Black ?

On appelle « point critique », le point vérifiant l'équation d'instabilité $1+FTBO(j\omega) = 0$ (condition de Barkhausen)

- **Q7.** Représenter le point critique dans le plan de Black. En utilisant le critère de Revers dans le plan de Black (voir annexe 2), discuter de la stabilité du système en fonction de K ?
- **Q8.** Tracer sur ce diagramme la déformation qu'il faudrait apporter au lieu de Black pour que le système soit stable.
- **Q9.** Choisir parmi la liste ci-dessous et en le justifiant, le type de correcteur qui permettrait de réaliser cette déformation :

•	correcteur Proportionnel :	C(p) = K
•	correcteur Proportionnel Intégral :	$C(p) = \frac{1}{T_i p}$
•	correcteur Proportionnel Dérivé :	$C(p) = 1 + T_d p$

Avant d'analyser l'impact d'un tel correcteur, nous allons d'abord vérifier sur la réponse temporelle que le système est bien instable.

3.B. Étude de la réponse temporelle en boucle fermée

Manipulation 9 : ouvrir à nouveau le fichier **modalt.zcos**

- Vérifier les paramètres suivants :
 - échelon de consigne d'altitude de 300 m
 - 0.5, 1, et 2 pour les différentes valeurs de K.
 - Durée de simulation : 10 s
- Lancer la simulation

Q10. Le comportement de l'avion vous paraît-il satisfaisant ? Quelle est l'influence du gain K sur l'instabilité ? Vérifier que ce résultat est conforme à celui donné par l'analyse fréquentielle.

SII

4. Etude du système corrigé

4.A. Détermination de la forme du correcteur

Q11. Tracer l'allure du diagramme asymptotique de Bode du correcteur Proportionnel Dérivé (1+Tp) et montrer qu'il réalise une avance de phase.

Ce correcteur présente l'inconvénient d'avoir un gain élevé aux hautes fréquences (il amplifie donc les bruits), mais cet inconvénient est tempéré ici par la présence des 2 intégrateurs dans la chaîne directe.

Manipulation 10 : On choisit la constante de temps T pour que le lieu de Black se déforme le plus possible dans la zone proche du point critique ($A_{dB} = 0 \text{ dB}$; $\phi = -180^{\circ}$). Pour cela :

- Relancer l'étude fréquentielle de la FTBO et afficher le diagramme de Black du système en boucle ouverte
- Relever la **pulsation** ω_{co} qui correspond à $A_{dB} = 0$ dB pour la F.T.B.O. avec K = 1. Pour cela zoomer sur la courbe de gain et utiliser dans « Edition » le « gestionnaire des Datatips » (il suffit alors de cliquer sur la courbe pour avoir les coordonnées précises)
- Relever la valeur de la phase pour cette pulsation ω_{co}.

Q12. Déterminer l'avance de phase qu'il faut ajouter pour obtenir une marge de phase de 30° environ (voir annexe2). Comment choisir la pulsation de cassure du correcteur pour obtenir cette avance de phase ?

On choisit finalement la constante de temps du correcteur Proportionnel Dérivé pour que la pulsation de cassure $\frac{1}{T}$ du correcteur soit placée sur une pulsation 10 fois plus faible que ω_{c0} : $\frac{1}{T} = \frac{\omega_{c0}}{10}$. On doit obtenir approximativement : T = 10 s.

Manipulation 11 :

- Programmer la nouvelle fonction de transfert du correcteur $H(p) = \frac{1}{1}$ et celle du bloc avion
 - $H(p) = \frac{(1+10p)}{1+1.066p+0.444p^2}$ en double-cliquant sur les blocs correspondants (le logiciel n'accepte

pas de fonction de transfert non causale (degré numérateur > degré dénominateur. On injecte donc le correcteur dans la FT de l'avion).

- Visualiser uniquement le diagramme de Black et constater la déformation du lieu de transfert.
- **Q13.** D'après le critère de Revers dans le plan de Black, le système est-il stable ? Justifier. Vérifier dans le plan de Bode. Conclure.
- **Q14.** Proposer une modification pour rendre le système stable.

4.B. Réglage du gain

Le correcteur précédent a agi aussi sur le gain, ce qui fait que la courbe s'est en même temps déformée vers le haut du diagramme de Black par rapport aux prévisions. On choisit de faire varier le gain de la F.T.B.O. pour stabiliser le système.

Q15. Déterminer la valeur K_1 qu'il faut donner au gain K du correcteur pour que le système soit à la limite de la stabilité.

Manipulation 12 : Vérifier ce résultat, en lançant une nouvelle analyse fréquentielle de la F.T.B.O., dans
Lycée Claude Fauriel
Page 7 sur 13

les 2 plans (Bode, Black) en donnant au gain du correcteur la valeur de K1 trouvée ci-dessus.

- **Manipulation 13 :** Lancer une analyse temporelle de la F.T.B.F (fichier **modalt.zcos**) en paramétrant conformément aux résultats précédents (T, K_1) et avec les données précédentes (consigne, durée de simulation). Vous injecterez la fonction de transfert du correcteur dans celle de l'avion comme précédemment.
 - Vérifier que la réponse temporelle est bien à la limite de la stabilité. Déterminer Zmax et Zmoy

Ce résultat n'est bien sûr pas satisfaisant pour le fonctionnement du pilote automatique, il est donc nécessaire de diminuer encore le gain K.

Par sécurité, on prendra une marge de gain de 20 dB (voir annexe 2). En général on prend 10 dB, mais de nombreux retards ont été négligés en utilisant une fonction de transfert simplifiée de l'avion.

Q16. Déterminer la nouvelle valeur K_2 du gain du correcteur en la justifiant.

Manipulation 14 :

- Vérifier le résultat en reprenant l'analyse fréquentielle de la F.T.B.O. et visualiser les diagrammes de Bode et de Black pour $K = K_2$.
- Vérifier la marge de gain et déterminer la marge de phase sur le diagramme de Black.

4.C/ Étude de la F.T.B.F. corrigée

Manipulation 15 : Ouvrir le fichier modaltFTBFcor.zcos

- S'assurer que $K = K_2$ et lancer une simulation pour obtenir les tracés de Bode sur les 4 décades $(\omega_{\min}, \omega_{\max}) = 0.01, 100 \text{ rad}/\text{s}.$
- Sur le tracé de Gain de la FTBF, relever les valeurs à la résonance de la pulsation ω_r et du coefficient de surtension (pic de résonance) **20 log₁₀ Q.**

Le système, qui est du quatrième ordre, a pour mode dominant un deuxième ordre de coefficient d'amortissement m_1 et de pulsation ω_n .

- Relancer la simulation et visualiser le lieu d'Evans (pôles de la FTBF dans le plan complexe)
- **Q17.** Lire l'annexe 3 et justifier qualitativement que la FTBF a un mode dominant du $2^{e^{ime}}$ ordre.
- **Q18.** Calculer ω_n et m_1 à partir de Q et ω_r .

4.D. Étude de la réponse temporelle et de la précision

Q19. On commande au pilote automatique un échelon d'altitude de 300m. En supposant que le système répond suivant son mode dominant, tracer l'allure de la réponse et calculer la valeur de Zmax lors du premier dépassement.

Manipulation 16 : Ouvrir le fichier modaltcor.zcos

- Vérifier le résultat Zmax en faisant une analyse temporelle de la FTBF (K = K₂, durée de simulation = 60s)
- Relever les valeurs de **Zmax** et de **l'écart statique**.

Q20. Justifier l'écart statique par analyse de la classe de la FTBO du système.

Manipulation 17 : Remplacer l'entrée de type échelon par une entrée de type rampe. Le pilote

automatique ne fonctionne plus en mode maintien d'altitude mais en mode suivi de vitesse verticale. Pour cela :

- Sélectionner dans le menu [affichage] [navigateur de palette] [CPGE] [entrées].
- Remplacer l'échelon par une rampe unitaire sur le schéma.
- Lancer la simulation avec une durée de 60s

Q21. Déterminer l'écart de traînage et le justifier par analyse de la classe de la FTBO du système.

Cette précision de pilotage, apportée par le système de classe élevée, justifie le pilotage en accélération (Azc) de l'avion car il permet d'obtenir une bonne précision quel que soit le mode de pilotage automatique. Ce pilotage en accélération verticale (appelé facteur de charge) est pourtant très pénalisant pour la stabilité (présence de deux intégrateurs dans la chaîne directe).

On étudie maintenant la réponse de l'avion à une turbulence modélisée par une accélération verticale.

- Manipulation 18 : Ouvrir le fichier modaltpert.zcos, noter les caractéristiques de la perturbation et lancer la simulation sur 120s.
 - Evaluer l'écart d'altitude provoqué par cette perturbation
 - Evaluer l'écart statique.
- Manipulation 19 : Remplacer la perturbation en trapèze par une perturbation en échelon de 1m/s² ayant lieu à 60s
 - Evaluer l'écart d'altitude provoqué par cette perturbation

Q22. Justifier cet écart d'altitude non nul, malgré la classe de la FTBO du système.

ANNEXE 1

ETUDE DE LA STABILITE

Critère de Revers



Le système est stable en boucle fermée si, en parcourant le lieu de transfert de la FTBO dans le sens des ω croissants, on laisse le point critique à droite.

NOTA: les systèmes ayant une FTBO du 1^{er} ou $2^{\grave{e}me}$ ordre sont toujours stables ($\phi > -180^\circ)$





Le système est stable en boucle fermée si, pour la pulsation correspondant à φ = -180°, la courbe de gain de la FTBO passe au-dessous du niveau 0 dB.

Donc si

- pour $\phi = -180^{\circ}$, G > 0 dB ou - pour G = 0 dB, $\phi < -180^{\circ}$,

alors le système est instable.

ANNEXE 2

DEGRE DE STABILITE

Marges de stabilité

• marge de gain M_g : on trace le lieu de la FTBO.



Dans les lieux de Bode et Black, la marge de gain est la valeur du gain (en valeur absolue) pour la pulsation critique (pour laquelle $\phi = -180^{\circ}$) $\Rightarrow M_g = -20 \log |H(j \omega_{-180^{\circ}})|$

• marge de phase M_{ϕ} : c'est la différence entre 180° et la phase du point de la FTBO de module 1 donc $M_{\phi} = 180^{\circ} + arg (H(j\omega_1))$ avec $\omega_1 = pulsation pour laquelle | H(j\omega_1)| = 1 (soit 0 dB)$



ANNEXE 3

Influence des pôles sur la réponse du système

Dans le cas d'une réponse impulsionnelle, l'équation de la sortie dans le domaine symbolique peut s'écrire :

$$S(p) = \frac{K(p - z_1)(p - z_2)...(p - z_m)}{(p - p_1)(p - p_2)...(p - p_n)} \text{ avec } z_i \text{ les zéros et } p_i \text{ les pôles.}$$

Après décomposition en éléments simples, on obtient :

$$\begin{split} \mathbf{S}(\mathbf{p}) &= \frac{K_1}{p - p_1} + \frac{K_2}{p - p_2} + \ldots + \frac{L_1}{p - a_1 + j \cdot b_1} + \frac{L_1}{p - a_1 - j \cdot b_1} + \ldots \\ avec \quad p_i \ les \ p\hat{o}les \ r\hat{e}els \quad et \quad a_i \pm j \cdot b_i \ les \ p\hat{o}les \ complexes \ conjugués \end{split}$$

Soit dans le domaine temporel après transformée inverse :

$$\mathbf{s}(\mathbf{t}) = K_1 \cdot e^{p_1 \cdot t} + K_2 \cdot e^{p_2 \cdot t} + \dots + 2 \cdot L_1 \cdot e^{a_1 \cdot t} \cdot \cos(b_1 \cdot t) + \dots$$

Ainsi :

- Les <u>parties réelles</u> des pôles (réels ou complexes) se retrouvent dans les <u>termes exponentiels</u>, et elles permettent de caractériser l'amortissement,
- Les <u>parties imaginaires</u> des pôles complexes conjugués se retrouvent dans <u>les pulsations</u> des termes oscillants, et elles permettent de caractériser la rapidité (fréquence des oscillations).



complexes. La figure ci-dessous montre la contribution d'un pôle sur la réponse en fonction de sa place dans le plan





La réponse d'un système linéaire est donc déterminée par la position de ses pôles dans le plan complexe : un système du 10^{em} ordre a 10 pôles et sa réponse s(t) à une impulsion comporte au maximum 10 termes.

Lorsque le temps s'écoule, ces termes « s'éteignent » les uns après les autres, et les termes de la réponse qui durent le plus longtemps correspondent aux pôles les plus proches de l'origine.



Conséquences pratiques :

Un système d'ordre élevé a, sauf exception, un ou deux pôles dominants et se comporte donc comme un 1^{er} ou un 2nd ordre ; on peut donc simplifier la transmittance d'un système d'ordre élevé en ne conservant que le ou les pôles dominants.

Un pôle peut être négligé dès qu'il est 3 ou 4 fois supérieur au précédent ; négliger les pôles éloignés de l'origine revient, sur le diagramme de Bode, à négliger les fréquences de coupure élevées.

Exemple :



Le système A est caractérisé par :

- système du second ordre,
- 2 pôles complexes conjugués,
- dépassement 68%,
- pic à 1,5 seconde.



Le système B est caractérisé par :

- système du cinquième ordre,
- 2 pôles dominants identiques aux pôles de A,
- dépassement 56%,
- pic à 2,1 seconde.