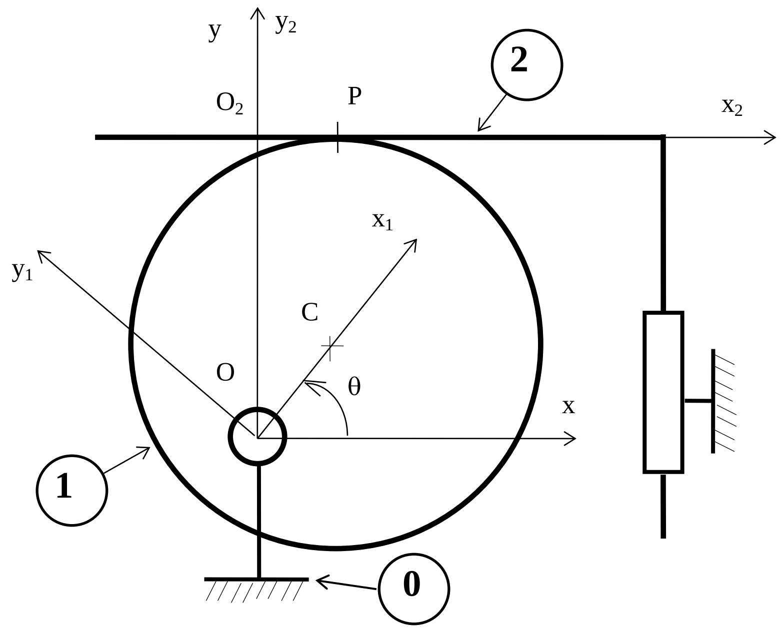
Exercice : Mécanisme à excentrique



On considère le mécanisme formé d'une tige cylindrique **2**, d'un excentrique **1** et du bâti **0**. Le repère R (O, $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$) est lié au bâti. L'excentrique **1** est assimilé à un disque de centre C, de rayon *r*, articulé autour de l'axe (O, $\vec{z}$) par rapport au bâti **0**. On lui lie un repère R_1 (O, $\vec{x}_1$, $\vec{y}_1$, $\vec{z}$) tel que $(\vec{x}, \vec{x}_1) = \theta$ et $\overrightarrow{OC} = e\ \vec{x}_1$.
La tige **2** se translate selon l'axe (O, $\vec{y}$) par rapport à **0** et est en contact en P avec **1**. On lui lie le repère R_2 (O_2, $\vec{x}_2$, $\vec{y}_2$, $\vec{z}$).

*1 - Donner le nom et les caractéristiques des liaisons **1/2**, **2/0** et **1/0**.*

2 – Donner le torseur cinématique du mouvement de 2/0 en O_2 en fonction de θ. En déduire $\vec{V}$ $(P \in 2/0)$.

3 - Donner le torseur cinématique du mouvement de 1/0 en O en fonction de θ. En déduire $\vec{V}$ $(P \in 1/0)$.

4 - Déterminer $\vec{V}$ $(P \in 1/2)$ et $\vec{V}$ $(O \in 1/2)$ en fonction de θ en projection sur le repère R.

Corrigé

Q1 :

L $_{1/2}$: liaison ponctuelle de normale (P, $\overrightarrow{y_2}$)

L $_{2/0}$: liaison glissière d'axe $\overrightarrow{y_2}$

L $_{1/0}$: liaison pivot d'axe (O, $\vec{z}$)

Q2 : $\{V_{2/0}\}_{O_2} = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega_{2/0}} = \vec{0} \\ \overrightarrow{V_{(O_2\in 2/0)}} = \dfrac{d}{dt_{/0}}(\overrightarrow{OO_2}) = \dfrac{d}{dt_{/0}}(\overrightarrow{OO_2}) = \dfrac{d}{dt_{/0}}((e\sin\theta + r)\vec{y}) = e\dot{\theta}\cos\theta\vec{y} \end{Bmatrix}_{O_2}$

$\overrightarrow{V_{(P\in 2/0)}} = \overrightarrow{V_{(O_2\in 2/0)}} + \overrightarrow{PO_2} \wedge \overrightarrow{\Omega_{2/0}} = e\dot{\theta}\cos\theta\vec{y}$

Q3 : $\{V_{1/0}\}_O = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega_{1/0}} = \dot{\theta}\overrightarrow{z_1} \\ \overrightarrow{V_{(O\in 1/0)}} = \vec{0} \end{Bmatrix}_O$

$\overrightarrow{V_{(P\in 1/0)}} = \overrightarrow{V_{(O\in 1/0)}} + \overrightarrow{PO} \wedge \overrightarrow{\Omega_{1/0}} = (-r\vec{y} - e\overrightarrow{x_1}) \wedge \dot{\theta}\overrightarrow{z_1} = -r\dot{\theta}\vec{x} + e\dot{\theta}\overrightarrow{y_1}$

Q4 : $\overrightarrow{V_{(P\in 1/2)}} = \overrightarrow{V_{(P\in 1/0)}} - \overrightarrow{V_{(P\in 2/0)}} = -r\dot{\theta}\vec{x} + e\dot{\theta}\overrightarrow{y_1} - e\dot{\theta}\cos\theta\vec{y} = -(r + e\sin\theta)\dot{\theta}\vec{x}$

$\overrightarrow{V_{(O\in 1/2)}} = \overrightarrow{V_{(P\in 1/2)}} + \overrightarrow{OP} \wedge \overrightarrow{\Omega_{1/2}} = -(r + e\sin\theta)\dot{\theta}\vec{x} + (r\vec{y} + e\overrightarrow{x_1}) \wedge \dot{\theta}\overrightarrow{z_1}$

$\overrightarrow{V_{(O\in 1/2)}} = -(r + e\sin\theta)\dot{\theta}\vec{x} + r\dot{\theta}\vec{x} - e\dot{\theta}(\cos\theta\vec{y} - \sin\theta\vec{x}) = -e\dot{\theta}\cos\theta\vec{y} = \overrightarrow{V_{(O\in 1/0)}} - \overrightarrow{V_{(O\in 2/0)}} = -\overrightarrow{V_{(P\in 2/0)}}$