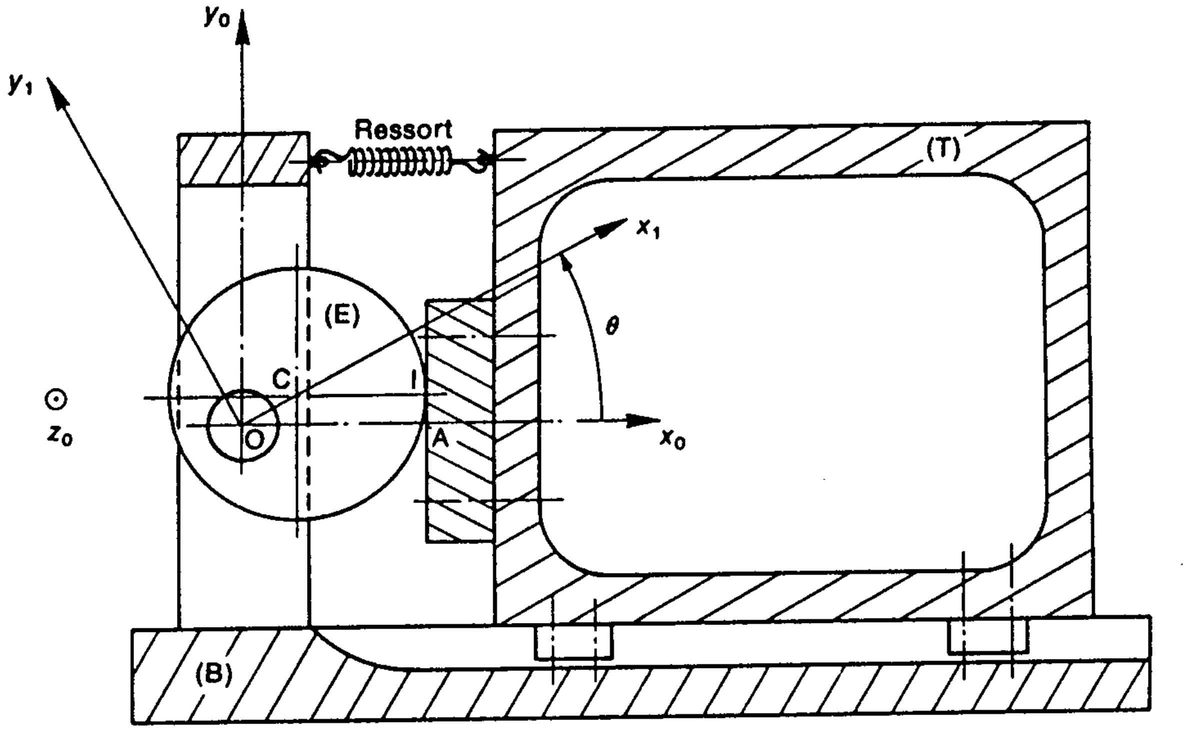
Exercice : Table vibrante

La figure ci-dessous représente un dispositif de commande de table vibrante. L'excentrique (**E**) est un disque de centre C, de rayon a, en liaison pivot d'axe (O, $\vec{z}_0$) avec le bâti (**B**). La table (**T**) est en liaison glissière d'axe (O, $\vec{x}_0$) avec le bâti (**B**). Le ressort assure le maintien du contact ente (**E**) et (**T**). L'excentration OC vaut $a/2$.

Soient $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ le repère lié au bâti et $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ le repère lié à l'excentrique. Soit A le point de la table (**T**) du plan de contact avec l'excentrique (**E**) situé sur l'axe (O, $\vec{x}_0$).

On pose $\theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = \omega t$ (ω constante positive).



Travail demandé :

1. *Déterminer la vitesse de la table par rapport au repère R_0 en fonction du temps. Calculer sa valeur maximale sachant que a = 10 mm et que l'excentrique tourne à 100 tr/min.*

2. *Déterminer la vitesse de glissement entre la table et l'excentrique en fonction du temps.*

Corrige

Q1 - c'est un mouvement de translation, il faut donc dériver le vecteur position pour trouver la vitesse :

$$\overrightarrow{V(A\in T/B)}=\left[\frac{d(\overrightarrow{OA})}{dt}\right]_{R_0}=\left[\frac{d((\frac{a}{2}.\cos(\omega t)+a).\overrightarrow{x_0})}{dt}\right]_{R_0}=-\frac{a}{2}.\omega.\sin(\omega t).\overrightarrow{x_0}$$

$$\left\|\overrightarrow{V(A\in T/B)}\right\| \leq \frac{a}{2}.\omega=\frac{10.10^{-3}}{2}.\frac{100.2\pi}{60}=5.10^{-2}\ m.s^{-1}$$

Q2 - Le point de contact est el point I donc la vitesse de glissement est définie par :

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{V(I\in E/T)}&=\overrightarrow{V(I\in E/B)}-\overrightarrow{V(I\in T/B)}\\
&=\overrightarrow{IO}\wedge\overrightarrow{\Omega(E/B)}-\overrightarrow{V(A\in T/B)}\\
&=-(\frac{a}{2}.\overrightarrow{x_1}+a.\overrightarrow{x_0})\wedge(\omega.\vec{z})-\frac{a}{2}.\omega.\sin(\omega t).\overrightarrow{x_0}\\
&=\frac{a}{2}.\omega.\overrightarrow{y_1}+a.\omega.\overrightarrow{y_0}-\frac{a}{2}.\omega.\sin(\omega t).\overrightarrow{x_0}\\
&=\frac{a}{2}.\omega.(\cancel{-\sin(\omega t).\overrightarrow{x_0}}+\cos(\omega t).\overrightarrow{y_0})+a.\omega.\overrightarrow{y_0}-\cancel{\frac{a}{2}.\omega.\sin(\omega t).\overrightarrow{x_0}}\\
&=a.\omega.(1+\frac{\cos(\omega t)}{2}).\overrightarrow{y_0}
\end{aligned}$$