

# DS N°4

Aucun document autorisé

Calculatrices autorisées

Le devoir comporte 2 problèmes

Durée 3 heures

## Problème N°1 : Véhicule intelligent Rubocar (extrait e3a mp)

### 1. Présentation

#### 1.1. Contexte

L'optimisation des transports de demain passera par l'emploi de véhicules dits intelligents. Des expériences ont déjà été tentées pour la réalisation de trains de poids lourds capables de se suivre en toute sécurité et à distance fixe, le lien étant télémétrique au lieu d'être physique.

Cette capacité "d'accrochage télémétrique" entre véhicule maître (leader) et véhicule suiveur (esclave) peut être transposée à de nombreuses applications : transbordeurs de containers, exploitation minière / terrassement, transports en commun du futur...).

Afin d'étudier les comportements possibles de ces trains de véhicules intelligents dans différentes situations, normales et dégradées, le laboratoire d'Automatique Génie Informatique et Signal (LAGIS UMR8219) situé à Polytech-Lille utilise un démonstrateur composé d'un véhicule maître et deux véhicules suiveurs dont on peut voir l'architecture sur la figure 1.

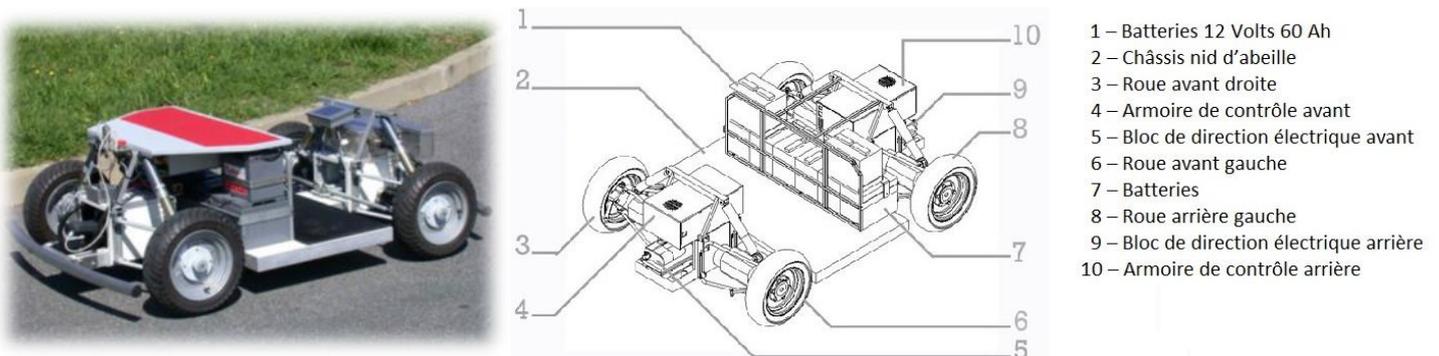


Figure 1 – Ensemble Châssis – Train roulant du véhicule RobuCar

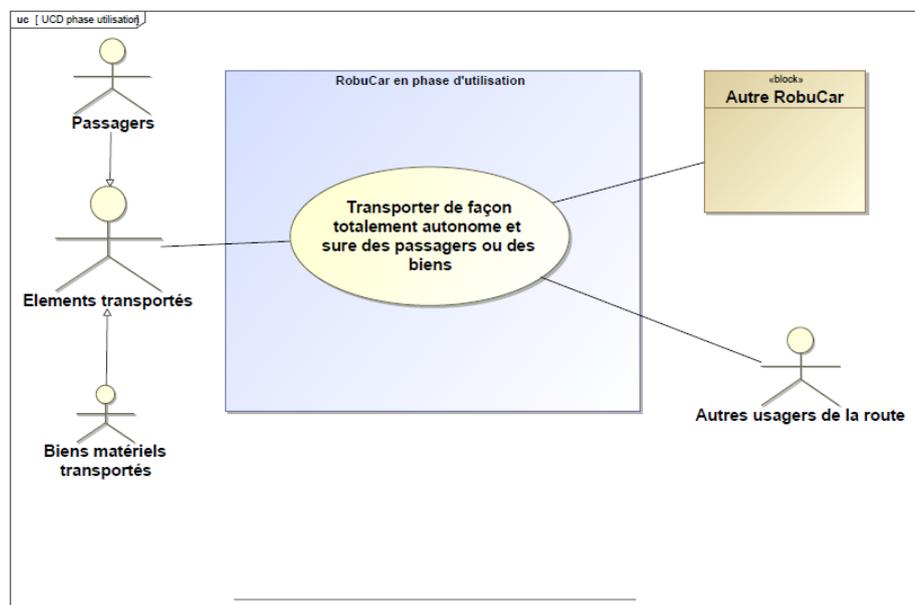


Figure 2 : diagramme de cas d'utilisation de Rubocar

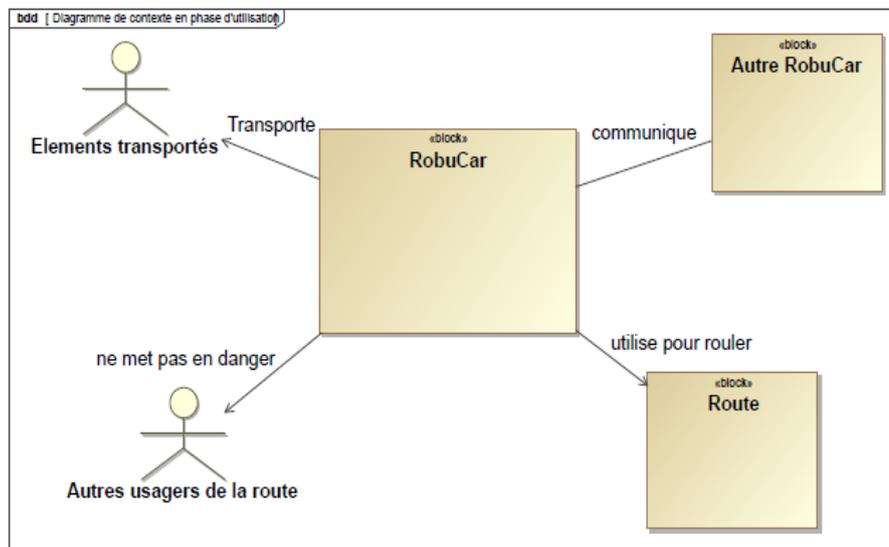


Figure 3 : diagramme de contexte

## 1.2. Description de la morphologie du système

Le véhicule suiveur intelligent est un châssis à quatre roues motrices et directrices pilotables séparément (figure 1). Il y a donc deux paramètres de commande pour chaque roue (orientation (direction), vitesse de rotation (motricité))

Les schémas suivants présentent un diagramme de définition des blocs (figure 4) et un diagramme de blocs internes pour une roue (figure 5). Ils permettent de visualiser les deux chaînes d'énergie d'entraînement de la roue et d'orientation de la roue, ainsi que les éléments de la chaîne d'information tels que l'armoire de commande, les capteurs d'orientation et de vitesse de la roue.

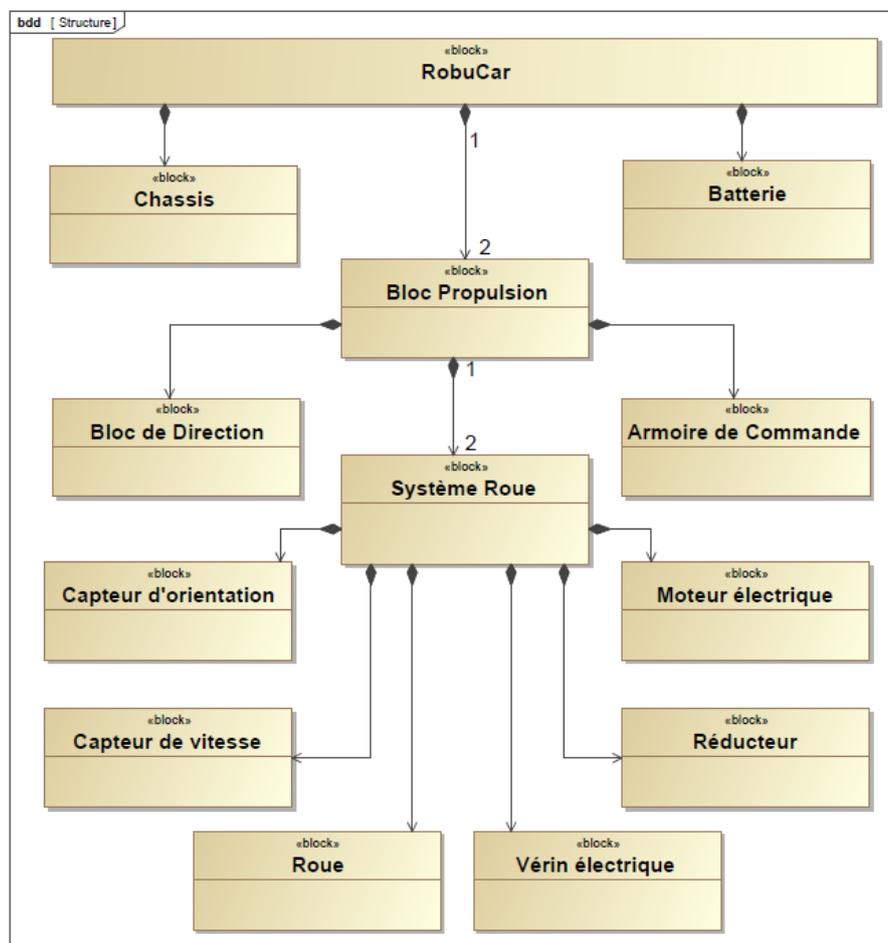


Figure 4 : diagramme de définition de blocs pour une roue

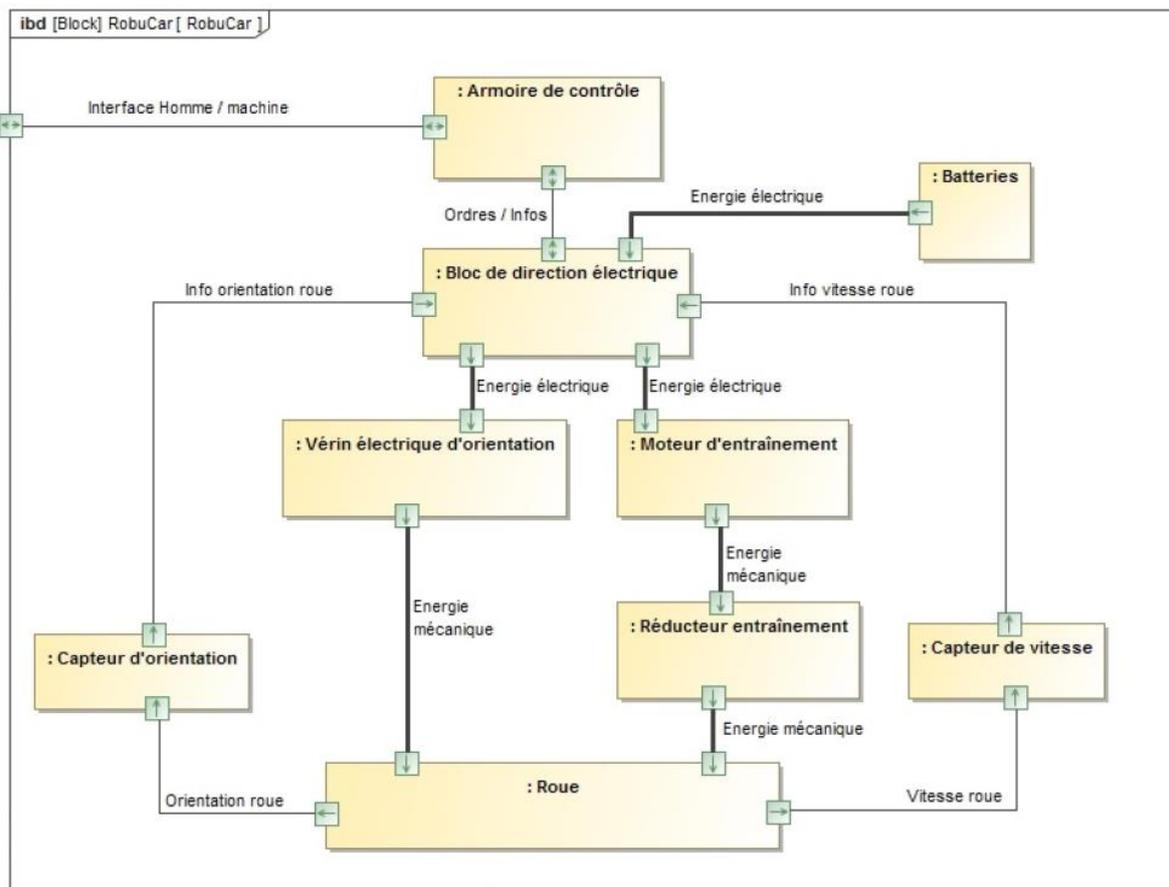


Figure 5 : Diagramme de blocs internes de Robucar

Les caractéristiques du groupe moto-propulseur sont résumées dans le tableau ci-dessous :

Moteur	Vitesse de rotation maximale	$N_m = 3200 \text{ tr/mn}$
	Couple nominal	2,7 Nm
	Puissance Maximale	900 W
Réducteur	Rapport de réduction	$N = 13$
Roue	Rayon	$R = 0,20 \text{ m}$

Tableau 1. Caractéristiques du groupe moto-réducteur-roue

### I.3.Extrait du cahier des charges

Un extrait du cahier des charges est fourni ci-dessous :

exigences	critères	niveaux
Ex1 : Entraîner et freiner le véhicule sur sol sec.	Vitesse à atteindre	15 km/h
	Décélération sans glissement des roues	$-6 \text{ m.s}^{-2}$
Ex2 : Orienter le véhicule via un rayon de virage standard de 6,4 m	Temps pour un virage de $45^\circ$	Inférieur à 3 s

Tableau 2. Extrait du cahier des charges

Objectif : L'objectif de l'étude est de modéliser le système de commande des différents actionneurs d'une roue. Le modèle obtenu doit permettre d'étudier les stratégies de commande adaptées aux différentes situations.

**Q1.** Compléter les chaînes d'information et d'énergie permettant de contrôler la vitesse d'entraînement d'une roue. Vous complèterez les fonctions et noms des composants, indiquerez le parcours des flux et renseignerez la nature de ceux-ci.

**Q2.** En supposant que le véhicule roule en ligne droite et que les conditions de roulement sans glissement sur le sol des 4 roues motrices sont respectées, vérifier que la vitesse maximale du véhicule indiquée sur le cahier des charges est atteignable. Utiliser pour cela les éléments du tableau 1.

## II. Loi de commande de l'orientation des roues en virage

### II.1. Modélisation du véhicule en virage

On considère que les virages sont effectués en pilotant de façon conjuguée les orientations des trains avant et arrière conformément au modèle de la figure 6. De cette façon à la valeur près des paramètres  $a$  et  $b$ , le pilotage du train arrière (roues 3 et 4) est une image du pilotage du train avant (roues 1 et 2).

L'objectif de cette partie est de définir les lois de pilotage d'entraînement des roues afin de suivre une trajectoire définie. On se limite à un mouvement de rotation.

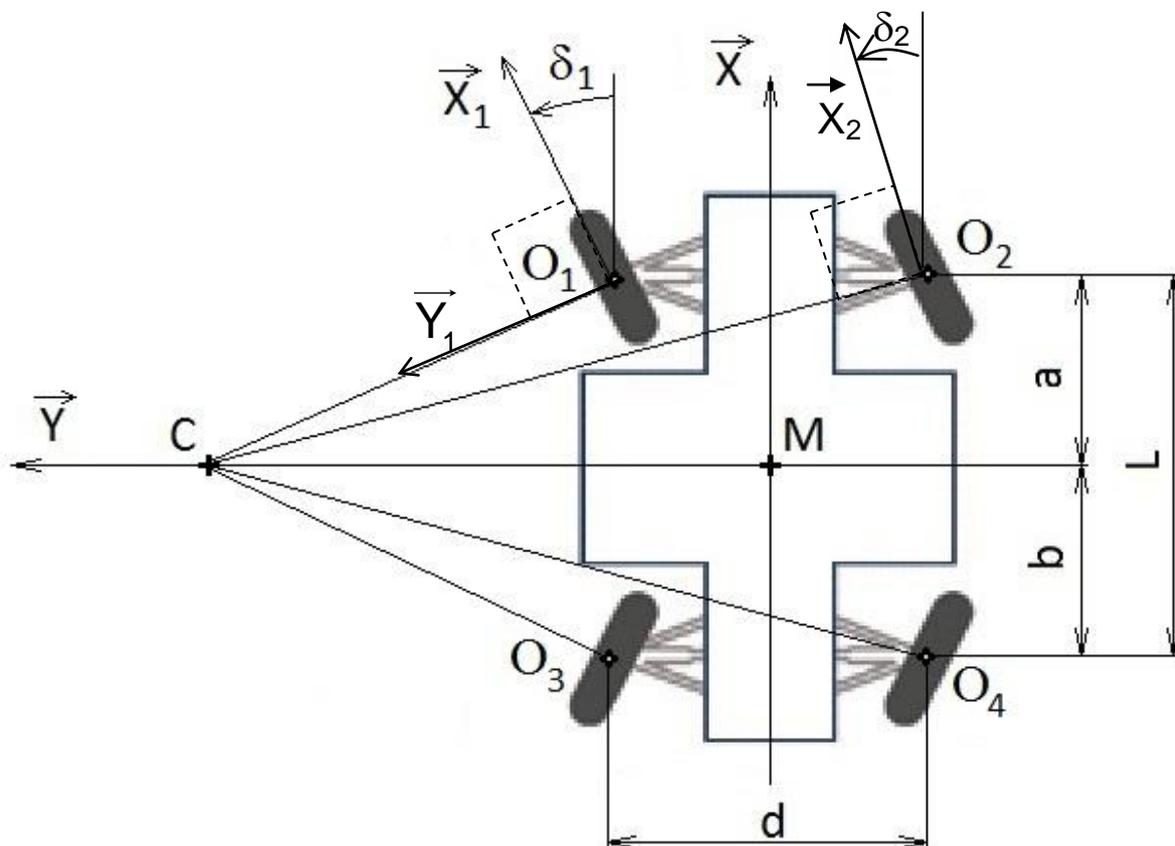
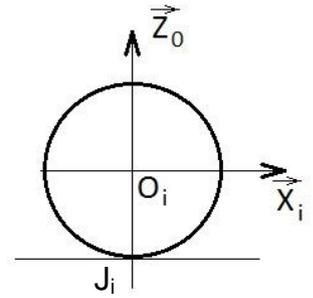


Figure 6 : Véhicule en virage vue du dessus

- Le pilotage conjugué des directions avant et arrière conduit à l'identification d'un point  $M$  de l'axe longitudinal du châssis défini par rapport à  $C$ , centre de la trajectoire circulaire du châssis à l'instant  $t$  par :  $\overrightarrow{CM} \perp \vec{X}$  avec  $\overrightarrow{CM} = -\rho \vec{Y}$ .
- On définit les bases suivantes :  $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  liée au sol (solide 0),  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}_0)$  liée au châssis du véhicule (solide S),  $(\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_0)$  liée à l'axe de la roue  $i$ .
- Le mouvement du véhicule est un mouvement de rotation autour du point  $C$  supposé fixe dans la phase étudiée.

- On note la vitesse angulaire d'orientation du châssis par rapport au repère fixe lié au sol, due à la trajectoire circulaire autour de C est :  $\vec{\Omega}_{(S/0)} = \dot{\psi} \vec{Z}_0$ .
- On note V la vitesse du point M :  $\vec{V}_{(M \in S/0)} = V \cdot \vec{X} = \rho \cdot \dot{\psi} \cdot \vec{X}$  avec V constant
- Le point  $O_i$  : point du plan médian de la roue i appartenant à l'axe de rotation et  $J_i$  point de contact de la roue avec le sol (cf figure ci-contre).
- Soit :  $\vec{\Omega}_{(Roue_i/châssis)} = \dot{\theta}_i \vec{Y}_i$  : vitesse de rotation de la roue i par rapport au châssis. On note R : la valeur du rayon des roues.



## II.2. Étude de la loi de commande de l'orientation des roues

- Q3.** Donner l'expression vectorielle dans la base  $(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z}_0)$  de  $\vec{V}(O_1 \in S/0)$  en fonction de  $\rho, a, d$  et  $\dot{\psi}$ .  
Faire de même pour  $\vec{V}(O_2 \in S/0)$ .
- Q4.** Donner l'expression vectorielle dans la base  $(\vec{X}_i, \vec{Y}_i, \vec{Z}_0)$  de  $\vec{V}(O_1 \in Roue_1/0)$  et  $\vec{V}(O_2 \in Roue_2/0)$  en fonction de R et  $\dot{\theta}_i$  en faisant l'hypothèse de roulement sans glissement en  $J_i$ .
- Q5.** En remarquant que  $O_1$  est fixe par rapport au châssis, donc que  $\vec{V}(O_1 \in Roue_1/S) = \vec{0}$ , établir deux relations scalaires après projection dans la base  $(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z}_0)$ .
- Q6.** Faire de même pour la roue 2.
- Q7.** En déduire les expressions de  $\tan(\delta_1)$  et de  $\tan(\delta_2)$  en fonction de  $\rho, a$  et  $d$ . Ces angles sont appelés angles de braquage des roues par rapport au châssis. Effectuer l'application numérique.  $a = 0,65 \text{ m}$  ;  $d = 1,2 \text{ m}$  ;  $\rho = 5 \text{ m}$
- Q8.** Etant donné les valeurs de  $\delta_1$  et  $\delta_2$ , on adopte la simplification suivante :  $\cos \delta_i \approx 1$  et  $\sin \delta_i \approx 0$ . En déduire les expressions simplifiées de  $\dot{\theta}_1$  et de  $\dot{\theta}_2$ .
- Q9.** Justifier qualitativement pourquoi les vitesses angulaires  $\dot{\theta}_1$  et  $\dot{\theta}_2$  ont des expressions différentes.

## II.3. Modélisation de la consigne d'orientation des roues

L'objectif de cette partie est d'établir les lois de commande et de valider le cahier des charges du point de vue du temps de virage pour obtenir un changement de direction de  $45^\circ$ .

On souhaite conserver V (module de la vitesse du point M centre du châssis) constant au cours de la phase de virage.

Le scénario retenu pour piloter un virage imposé par le suivi de trajectoire est décomposé en cinq phases :

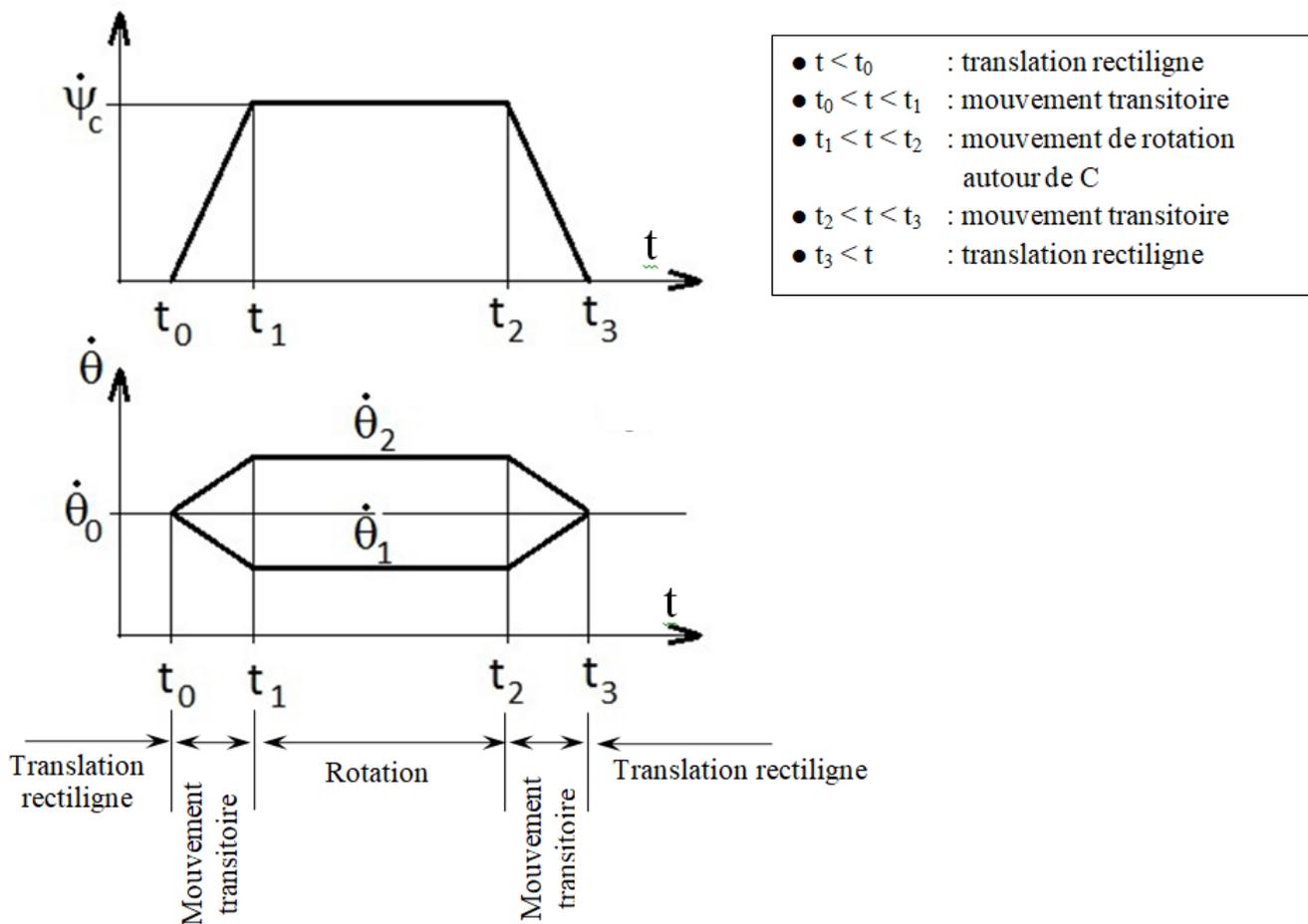


Figure 7 : Scénario retenu pour effectuer un virage

Ce scénario est nécessaire car on ne peut pas passer brutalement de la ligne droite à un virage de rayon donné. En effet, cela imposerait un changement instantané des vitesses de rotation des roues, ce qui est physiquement impossible.

- On définit  $\vec{V}(M \in S/O) = V \cdot \vec{X}$  avec le vecteur  $\vec{X}$  lié au véhicule donc mobile par rapport au sol.
- $\dot{\psi}_C$  représente la valeur de consigne et est directement calculée par  $\dot{\psi}_C = \frac{V}{\rho}$ , avec  $\rho$  le rayon de virage imposée par le parcours à l'instant  $t$  et  $V$  la vitesse du point  $M$  au même instant  $t$ .
- On peut aisément montrer que :  $\dot{\psi} = \frac{(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1)}{d} R$  ,  $\rho \dot{\psi} = V = \frac{(\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_1)}{2} R$
- On donne :  $|\ddot{\psi}_{Max}| = \ddot{\psi}_0 = 1 \text{ rd.s}^{-2}$ , valeur constante pendant les deux phases transitoires.
- On admet donc que  $(t_3 - t_2) = (t_1 - t_0) = \frac{\dot{\psi}_C}{\ddot{\psi}_0}$

**Q10.** Tracer l'évolution de l'accélération angulaire  $\ddot{\psi}(t)$  et de l'orientation  $\psi(t)$  du véhicule sur le document réponses.

**Q11.** Pour chaque phase  $[t_i; t_{i+1}]$ , on se propose de donner l'expression permettant de calculer la valeur instantanée de  $\rho(t)$ ,  $\dot{\psi}(t)$ ,  $\psi(t)$  sous forme d'un tableau. Déterminer les expressions de A, B, C et D qui apparaissent dans le tableau suivant. (Attention aux constantes d'intégration permettant d'assurer la continuité des fonctions, si vous procédez par intégration...)

		$[t_0; t_1]$	$[t_1; t_2]$	$[t_2; t_3]$	
$\rho(t)$	$\infty$	$\frac{V}{\dot{\psi}(t)} = \frac{V}{\dot{\psi}_0(t-t_0)}$	$\rho = cste = \frac{V}{\dot{\psi}_c}$	$\frac{V}{\dot{\psi}(t)} = \frac{V}{\dot{\psi}_c - \dot{\psi}_0(t-t_2)}$	$\infty$
$\ddot{\psi}(t)$	<b>0</b>	$\ddot{\psi}_0 = 1 \text{ rd} / \text{s}^2$	<b>0</b>	$-\ddot{\psi}_0 = -1 \text{ rd} / \text{s}^2$	<b>0</b>
$\dot{\psi}(t)$	<b>0</b>	$\dot{\psi}(t) = \dot{\psi}_0(t-t_0)$	<b>A</b>	<b>C</b>	<b>0</b>
$\psi(t)$	<b>0</b>	$\psi(t) = \dot{\psi}_0 \frac{(t-t_0)^2}{2}$	<b>B</b>	<b>D</b>	$\psi_{TOT}$

**Tableau 3 :** expressions des grandeurs géométriques et cinématiques pour le scénario envisagé

- Q12.** En déduire l'expression littérale du changement d'orientation total effectué noté  $\psi_{TOT}$  en fonction de  $\dot{\psi}_0$ ,  $\dot{\psi}_c$  et  $(t_2 - t_1)$
- Q13.** Calculer  $(t_2 - t_1)$  pour un virage à gauche de rayon  $\rho = 6,4 \text{ m}$  effectué à  $V = 10 \text{ km/h}$  provoquant un changement d'orientation de  $45^\circ$ .
- Q14.** En déduire le temps total  $(t_3 - t_0)$  nécessaire pour effectuer ce changement de direction.
- Q15.** Dans ces conditions et pour  $t_0 = 0$ , calculer  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$ ,  $\psi(t_1)$ ,  $\psi(t_2)$  et vérifier que la valeur de la durée du virage de  $45^\circ$  valide bien le cahier des charges.

### III. Modélisation et commande du véhicule

#### III.1. Modélisation générale de l'asservissement en vitesse

La trajectoire et la vitesse du véhicule autonome est assurée par la commande de 4 roues indépendantes entraînées chacune en rotation par un moteur électrique à courant continu. La consigne de vitesse de la roue,  $\omega_c(t)$ , est convertie, par un convertisseur, en tension de consigne,  $u_c(t)$ , puis comparée à la tension  $u_r(t)$ , image de la vitesse de rotation réelle de la roue,  $\omega(t)$ , fournie par un capteur. L'écart obtenu,  $\varepsilon(t)$ , est corrigé par un correcteur qui fournit une tension  $u_a(t)$  au variateur. Le courant  $i_m(t)$ , délivrée par le variateur, alimente le moteur qui délivre alors un couple  $c_m(t)$  qui permet de faire tourner l'ensemble {réducteur + roue} à la vitesse angulaire  $\omega(t)$ .

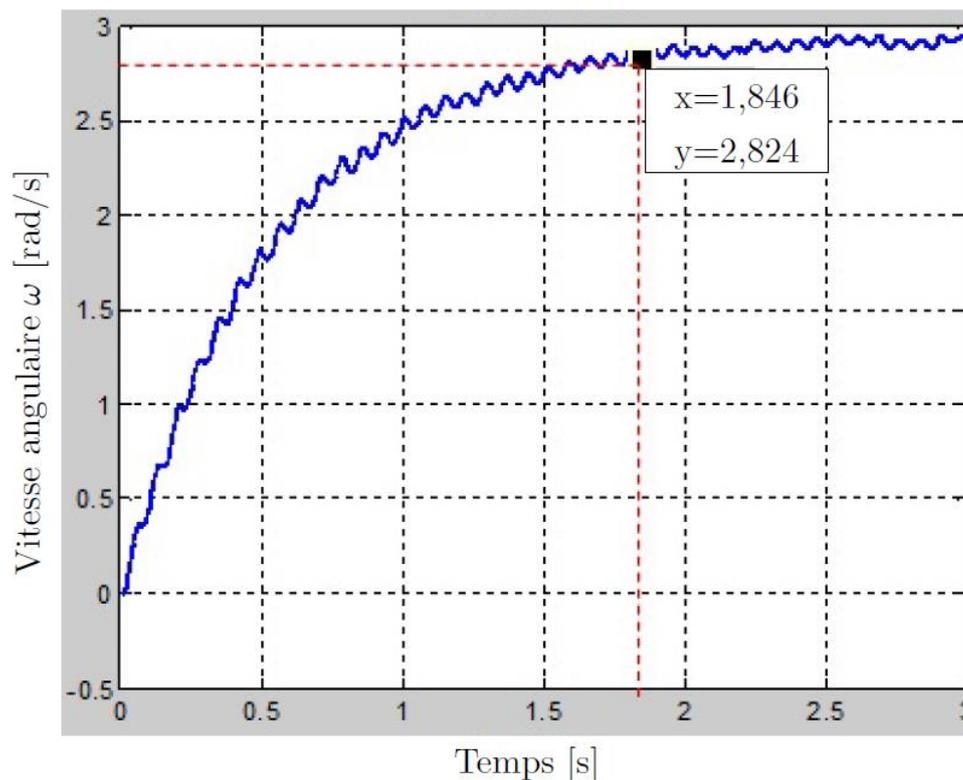
- Q16.** Compléter sur le document réponse, le schéma-bloc fonctionnel de l'asservissement en vitesse de rotation de la roue en précisant les noms des constituants. Préciser les grandeurs transitant entre les blocs ainsi que leur unité.
- Q17.** Pourquoi dit-on que la vitesse de rotation de la roue est asservie ? Justifier la nécessité d'un asservissement.

#### III.2. Modélisation de la partie mécanique

La partie électrique peut être facilement modélisée car les paramètres fournis par les fabricants sont bien identifiés. Afin de déterminer la fonction de transfert de l'ensemble du système mécanique (moto réducteur et arbre de la roue), nous avons isolé la partie mécanique du système et réalisé un essai indiciel en introduisant un couple moteur

d'un échelon de 4N.m à l'entrée de l'arbre du moteur et avons enregistré en sortie la variation de la vitesse angulaire de la roue.

La réponse de l'ensemble du système mécanique à une consigne en échelon de couple du moteur de 4Nm est donnée par la figure 8.



**Figure 8 :** réponse de la vitesse angulaire de l'ensemble roue + réducteur soumis à un couple moteur  $c_m(t) = c_0$  pour  $t > 0$  avec  $c_0 = 4$  Nm

**Q18.** Choisir en le justifiant un modèle de fonction de transfert pour  $H_r(p) = \frac{\Omega(p)}{C_m(p)}$  et déterminer numériquement les paramètres caractéristiques de cette fonction de transfert.

### III.3. Modèle de l'ensemble complet

La modélisation des autres constituants permet d'obtenir les équations suivantes :

- convertisseur :  $u_c(t) = K_c \omega_c(t)$ ,
- capteur :  $u_r(t) = K_c \omega(t)$ ,
- comparateur :  $\varepsilon(t) = u_c(t) - u_r(t)$ ,
- correcteur :  $u_a(t) = K_p \varepsilon(t)$ ,
- variateur :  $i_m(t) = K_i u_a(t)$ ,
- moteur :  $c_m(t) = K_m i_m(t)$ .

**Q19.** Justifier que la valeur du gain du convertisseur ( $K_c$ ) est identique à celle du capteur de vitesse.

**Q20.** Donner l'expression sous forme canonique de la fonction de transfert de l'asservissement en vitesse.

On donne sur le document réponse la réponse indicelle simulée pour une consigne de vitesse angulaire  $\omega_c(t) = 1$  rad s<sup>-1</sup> pour différentes valeurs du correcteur proportionnel de gain  $K_p$ .

**Q21.** Justifier l'allure des courbes de réponses de la figure du document réponse. Commenter l'évolution de la précision statique de l'asservissement et l'évolution de son temps de réponse à 5 % en fonction de  $K_p$  au regard de la fonction de transfert déterminée précédemment et de ses caractéristiques.

## IV. Simulation et choix des correcteurs

L'objectif est de choisir le ou les correcteurs qui permettent au système d'être insensible aux perturbations.

Compte tenu de la petite bande passante du variateur, la modélisation de celui-ci ne peut pas être simplifiée par un gain pur. On choisit un modèle plus représentatif. Un modèle filtre passe bas du 1<sup>er</sup> ordre de gain statique  $K_i$  et de constante de temps  $\tau_i$  ( $\tau_i = \frac{1}{\omega_0}$  avec  $\omega_0$  la pulsation de coupure à -3 dB).

- Q22.** (facultatif) Donner le lien entre bande passante et critère de rapidité dans le cas du modèle 1<sup>er</sup> ordre (filtre passe bas du 1<sup>er</sup> ordre).
- Q23.** Donner l'expression sous forme canonique de la nouvelle fonction de transfert de l'asservissement en vitesse. Préciser les expressions de ses caractéristiques.

On réalise des simulations numériques de l'asservissement en vitesse d'une roue pour :

- une entrée en échelon unitaire de vitesse angulaire
- une entrée secondaire en échelon de couple résistant dû au contact du pneu sur la chaussée au bout d'un certain temps.

### IV.1. Correction proportionnelle

La figure du document réponse présente l'évolution de la vitesse angulaire de la roue pour une consigne de vitesse angulaire unitaire, une perturbation unitaire à partir de  $t = 1$  s et pour trois valeurs de gain  $K_p$  du correcteur proportionnel.

On rappelle que les performances d'un asservissement peuvent être évaluées par :

- l'écart statique en position pour la précision statique
- le temps de réponse à 5% pour la rapidité
- le 1<sup>er</sup> dépassement de la valeur à convergence (exprimé en % de celle-ci) pour la stabilité

- Q24.** Déterminer les performances du système pour chacun des gains du correcteur. Préciser l'influence de l'augmentation du gain sur chacun des critères. Vérifier la cohérence avec les résultats de la question 23. (effectuer les tracés nécessaires sur le document réponse).

### IV.2 Correction proportionnelle intégrale

Dans un deuxième temps, un correcteur proportionnel intégral de fonction de transfert  $K_p \left(1 + \frac{1}{T_p}\right)$  est choisi. La figure 9 présente l'évolution de la vitesse angulaire de la roue pour une consigne de vitesse angulaire unitaire et une perturbation unitaire à partir de  $t = 5$  s.

- Q25.** Conclure sur le choix de ce correcteur.
- Q26.** Justifier par le calcul que ce correcteur permet bien de rendre le système précis en régime permanent dans le cas d'une consigne en échelon (sans considérer de perturbation).

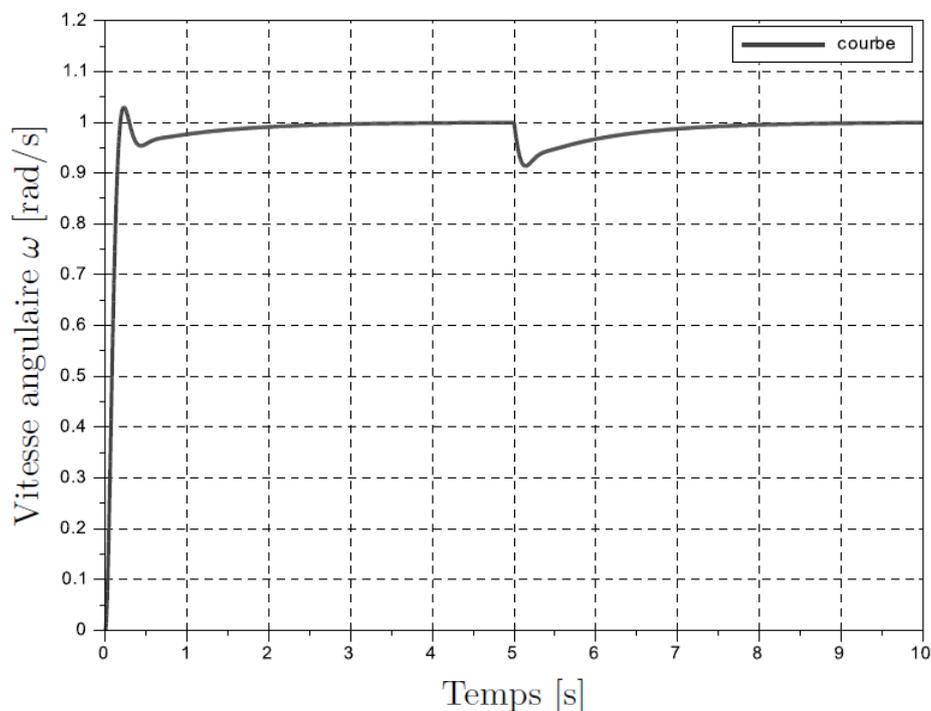


Figure 9 : Réponse simulée de la vitesse angulaire de la roue avec correcteur proportionnel intégral

## Problème N°2 : Orthèse d'épaule portable (extrait Centrale PSI)

Le support de cette étude est une orthèse portable (figure 1), de type exosquelette, qui contribue, entre autres applications, au développement de la tonicité musculaire de l'épaule et du bras. Elle vient en aide aux kinésithérapeutes.

Le type d'orthèse retenu pour cette étude est un système poly-articulé à quatre axes de rotation entraînés par des moteurs à courant continu, dont un modèle numérique est représenté sur la figure 2.



Figure 1 Orthèse d'épaule

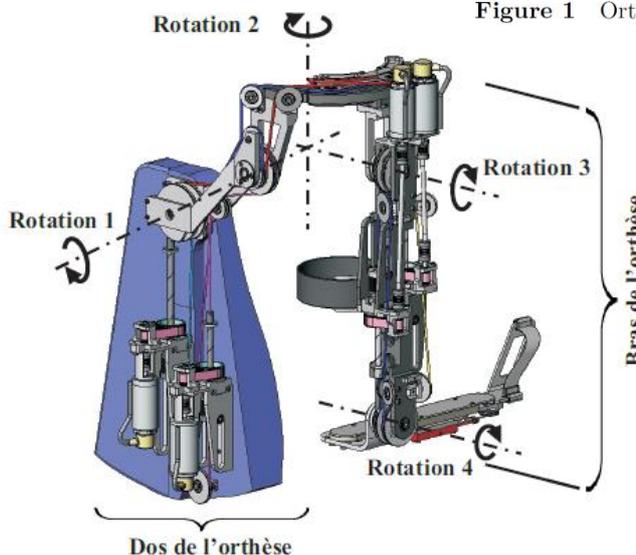
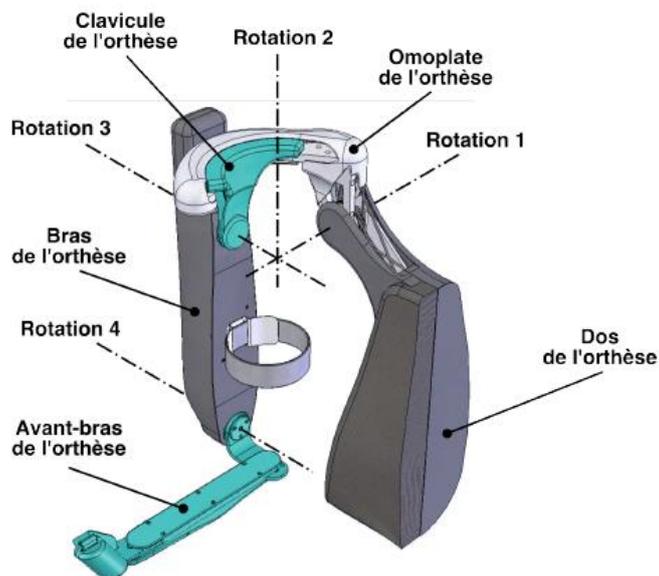


Figure 2 : représentation 3D de l'exosquelette

Le schéma cinématique de l'exosquelette est donné figure 3 ci-contre.

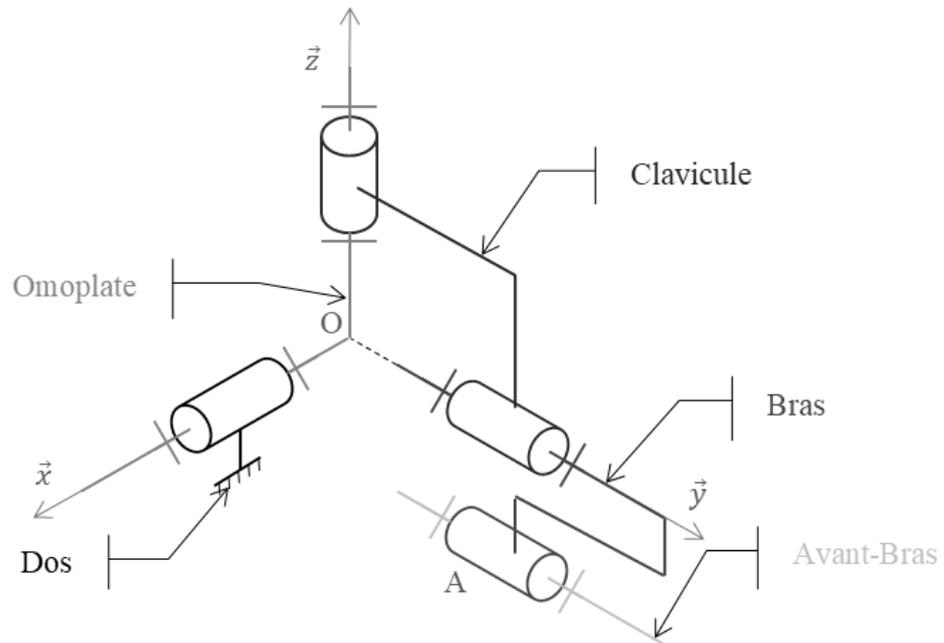


Figure 3 : schéma cinématique spatial de l'exosquelette

**Question 1 :** À partir du modèle de la figure 2 et du schéma cinématique figure 3 ci-dessus, compléter le graphe des liaisons de l'orthèse (hors motorisation) donné sur le document réponse. Vous préciserez les caractéristiques de chacune des liaisons.

**Question 2 :** Compte tenu des liaisons Dos/Omoplate, Omoplate/Clavicule et Clavicule/Bras, quelle est la liaison appelée liaison cinématiquement équivalente entre Dos et Bras ?

La définition et la conception de la loi de commande de l'actionneur nécessitent d'étudier précisément la dynamique de la transmission depuis le moteur jusqu'à l'axe de l'articulation mise en mouvement. La figure 4 (en annexe) donne une représentation 3D de la transmission utilisée, dont le schéma de principe proposé en figure 5 (en annexe) peut se décomposer en quatre sous-ensembles :

- l'axe du moteur est relié par l'intermédiaire de deux joints de Cardan et d'une tige cylindrique intermédiaire **I** à l'axe **24** d'une petite roue dentée ;
- par un système de courroie crantée **25**, la petite roue dentée entraîne une grande roue dentée fixée sur l'axe **16** du dispositif hélicoïdal ;
- le dispositif hélicoïdal assure la transformation du mouvement de rotation de l'axe **16** en un mouvement de translation du câble **4** ;
- le câble **4** par l'intermédiaire de plusieurs poulies entraîne en rotation l'axe que l'on souhaite commander.

### Étude du premier sous-ensemble de la transmission (axe moteur/axe 24)

On s'intéresse tout d'abord à la transmission du mouvement de rotation entre l'axe du moteur et l'axe **24** de la petite roue dentée par l'intermédiaire des deux joints de Cardan. Il est donc nécessaire de déterminer la relation cinématique d'entrée-sortie dans un seul joint de Cardan dont le schéma cinématique est donné sur la figure 6 avec le paramétrage suivant imposé :

- l'arbre d'entrée **E** est en liaison pivot d'axe  $(O_E, \vec{y}_E)$  avec le bâti fixe associé au repère  $(O_E, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ , avec  $\theta_E(t) = (\vec{x}, \vec{x}_E) = (\vec{z}, \vec{z}_E)$  ;
- l'arbre de sortie **S** est en liaison pivot d'axe  $(O_S, \vec{y}_S)$  avec le bâti fixe associé au repère  $(O_S, \vec{x}^*, \vec{y}^*, \vec{z}^*)$ , avec  $\theta_S(t) = (\vec{x}^*, \vec{x}_S) = (\vec{z}^*, \vec{z}_S)$  ;
- on note  $\varphi$  l'angle constant que forment les axes des deux arbres qui sont reliés par le joint de Cardan, avec  $\varphi = (\vec{x}, \vec{x}^*) = (\vec{y}, \vec{y}^*)$  ;

Le joint de Cardan se compose :

- d'une fourchette **FE**, liée à l'arbre d'entrée **E**, d'axe  $(O_E, \vec{y}_E)$ , disposant de deux alésages (trous cylindriques) d'axe commun  $(I, \vec{z}_E)$  ;
- d'une fourchette **FS**, liée à l'arbre de sortie **S**, d'axe  $(O_S, \vec{y}_S)$ , disposant de deux alésages d'axe commun  $(I, \vec{x}_S)$  ;
- d'un croisillon **C**, en liaisons pivots d'axes  $(I, \vec{z}_E)$  et  $(I, \vec{x}_S)$  respectivement avec les fourchettes **FE** et **FS**.

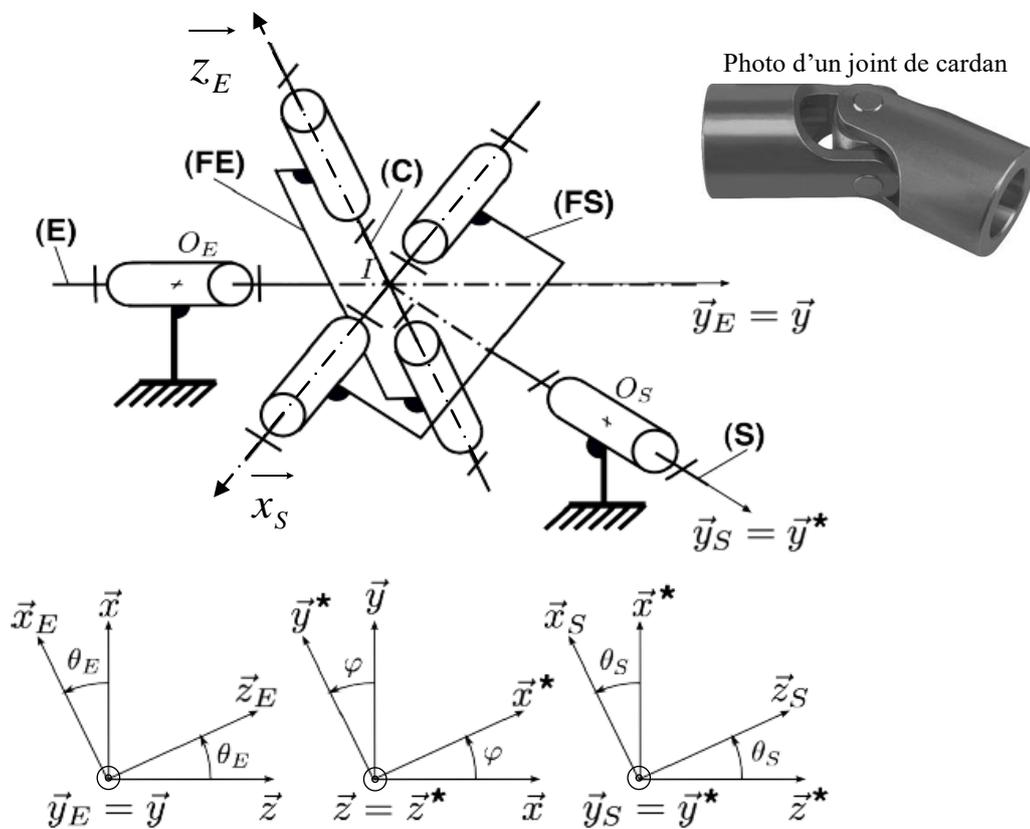


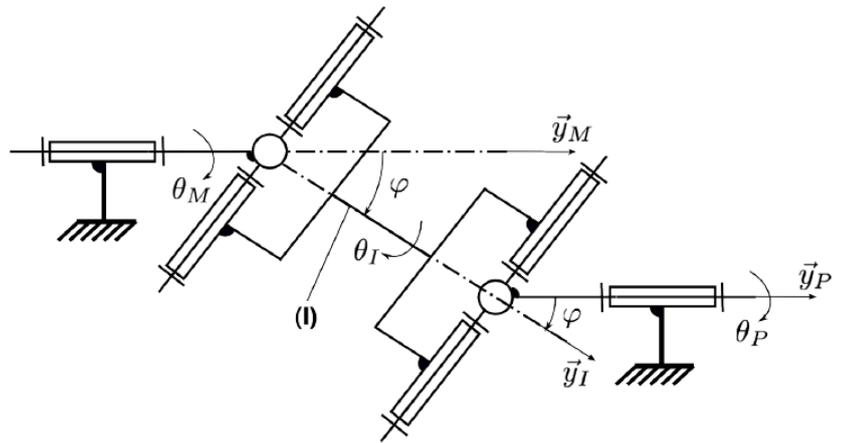
Figure 6 : Schéma cinématique d'un joint de cardan et paramétrage associé

Par construction, les deux axes du croisillon sont orthogonaux.

**Question 3 :** Exprimer les vecteurs  $\vec{x}_S$  et  $\vec{z}_E$  dans la base  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  puis traduire par une équation vectorielle que les deux axes du croisillon (C) sont orthogonaux. En déduire une équation liant les deux paramètres angulaires  $\theta_E(t)$ ,  $\theta_S(t)$  et l'angle constant  $\varphi$ .

**Question 4 :** En déduire la relation exprimant la vitesse angulaire de sortie  $\omega_S(t) = \dot{\theta}_S(t)$  en fonction de la vitesse angulaire d'entrée  $\omega_E(t) = \dot{\theta}_E(t)$ , de l'angle  $\varphi$  (constant) et de la tangente de l'angle  $\theta_E(t)$ . Tracer l'allure de  $\omega_S$  en fonction du temps, dans le cas où  $\omega_E$  est constante ; on précisera les valeurs minimale et maximale de  $\omega_S$  au cours du temps en fonction de  $\varphi$  et  $\omega_E$ .

Dans la transmission étudiée, les deux joints de Cardan sont reliés par une tige cylindrique intermédiaire **I** selon la géométrie de la figure 7. Les axes du moteur et de la petite roue dentée sont parallèles, de sorte que l'axe de la tige cylindrique **I** soit contenu dans le plan caractérisé par les deux axes précédents, et forme un angle  $\varphi$  avec chacun de ces axes.



**Figure 7** : disposition des deux joints de cardan dans la transmission étudiée

**Question 5** : À l'aide des résultats de la question 4, exprimer le rapport des vitesses angulaires :

- $\frac{\omega_I}{\omega_M}$ , où  $\omega_I = \dot{\theta}_I$  et  $\omega_M = \dot{\theta}_M$  sont respectivement les vitesses angulaires de la tige intermédiaire **I** et du moteur ;
- $\frac{\omega_I}{\omega_P}$ , où  $\omega_P = \dot{\theta}_P$  est la vitesse angulaire de la petite roue dentée liée à l'axe **24**.

En déduire la relation simple entre  $\omega_M$  et  $\omega_P$ . Conclure sur l'intérêt d'employer deux joints de Cardan dans cette configuration spécifique plutôt qu'un seul, et caractériser par **un seul mot** la propriété ainsi réalisée par les deux joints de Cardan.

### Étude du deuxième sous-ensemble de la transmission (axe 24/axe Avant-bras)

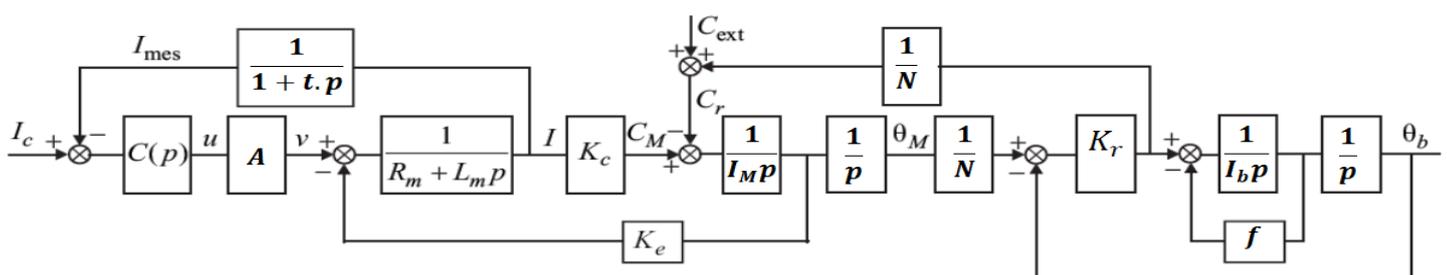
La solution permettant de satisfaire le cahier des charges de cet exosquelette nécessite la définition et la mise en place d'une loi de commande des différents axes. Cette loi de commande repose sur le calcul des couples (efforts) à imposer aux axes des articulations en prenant comme entrées les angles des articulations. La définition de cette loi de commande ne fait pas partie de cet extrait de sujet. Pour délivrer le couple nécessaire aux différentes articulations, il est nécessaire de disposer d'un ensemble {actionneur + transmission} capable de fournir à l'articulation un couple égal au couple de référence déterminé par la loi de commande de l'exosquelette.

Le fonctionnement de l'articulation de l'Avant-bras peut se modéliser par la structure asservie en couple ci-dessous :

$I_c$  est l'intensité de consigne (proportionnelle au couple de consigne donné à l'Avant-bras).

$C_{ext}$  représente les couples perturbateurs au niveau l'axe de l'Avant-bras (le coude)

$\theta_b$  est l'angle réalisé et observé entre Bras et Avant-bras (rotation 4 figure 1)



**Figure 8** : Schéma-blocs de la commande de l'actionneur de l'Avant-bras (rotation 4)

Pour mener à bien l'étude de l'asservissement de cette commande de l'actionneur, il est nécessaire de déterminer le rapport de transmission noté  $\frac{1}{N}$  dans le schéma bloc ci-dessus. Ce rapport relie la rotation du moteur (voir annexe) à celle du coude (angle Avant-bras / bras).

La question 5 a permis de montrer que la rotation de l'axe numéroté 24 (voir Annexe) est égale à tout instant à celle du moteur.  $\omega_M = \omega_P$  avec  $\omega_M$  vitesse du moteur et  $\omega_P$  vitesse de la petite poulie.

Ce mouvement de rotation va dans un premier temps être réduit par le système poulies/courroie crantées.

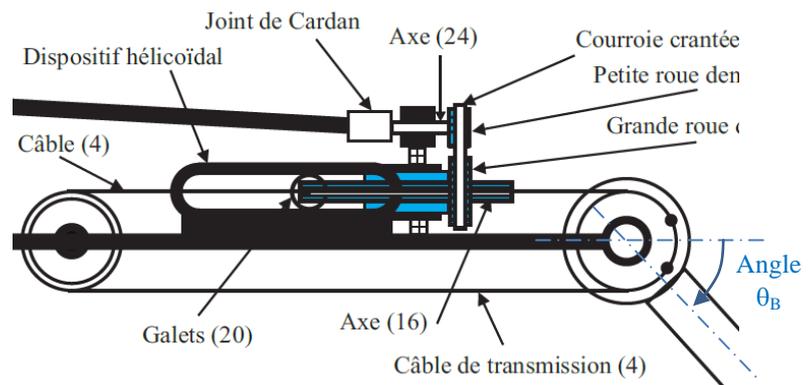
**Question 6 :** Les poulies crantées ayant respectivement 19 et 57 dents, déterminer la valeur du rapport de réduction  $\frac{\omega_G}{\omega_P}$  de ce système.  $\omega_G$  étant la vitesse de rotation de la grande poulie et  $\omega_P$ , celle de la petite.

Le mouvement de rotation de la grande poulie crantée est transmis (encastrement) à une vis d'une liaison hélicoïdale. L'écrou, bloqué en rotation mais pas en translation (axe numéroté (16) et galets (20)) se translate donc à une vitesse notée  $v_E$ .

**Question 7 :** Le système vis/écrou (liaison hélicoïdale) ayant un pas réduit de  $P = 0.5 \text{ mm/rad}$ , donner l'expression de la vitesse de l'écrou (par rapport au bras)  $v_E$  en fonction du pas réduit  $P$  et de la vitesse du moteur  $\omega_M$ .

Cet écrou est fixé au câble (4) qui adhère donc ne glisse pas sur les différentes poulies lisses du mécanisme.

Ce qui permet d'obtenir une rotation du coude (Bras /Avant-bras) à une vitesse notée  $\omega_B = \dot{\theta}_B$ .



**Question 8 :** Les poulies lisses ayant un rayon  $R=25\text{mm}$ , donner l'expression de la vitesse de rotation de l'Avant-bras par rapport au bras ( $\omega_B$ ) en fonction de  $R$  et  $v_E$ .

**Question 9 :** Donner enfin l'expression du rapport de transmission de l'ensemble noté  $\frac{1}{N} = \frac{\omega_B}{\omega_M}$ . Faire l'application numérique de  $N$ .

Sur le schéma-bloc figure 8 :

- Les grandeurs autres que la variable de Laplace sont des constantes.
- On prendra la fonction de transfert  $C(p)$  égale à 1
- La perturbation en couple  $C_{ext}$  est considérée nulle
- Le frottement visqueux (coefficient  $f$ ) est considéré nul
- On néglige l'inductance de l'induit du moteur ( $L_m = 0 \text{ (H)}$ ) et on considérera les constantes de vitesse et de couple du moteur égales ( $K_c = K_e$ )
- On néglige la constante de temps du capteur de courant ( $t = 0 \text{ (s)}$ )

**Question10** : (Bonus) Donner l'expression de la fonction de transfert Laplacienne  $\frac{\theta_b(p)}{C_M(p)}$  en fonction des différents constantes apparaissant sur le schéma bloc et de la variable de Laplace.

**Question11** : (Bonus) Donner l'expression de la fonction de transfert Laplacienne  $\frac{\theta_b(p)}{I_c(p)}$  en fonction des différents constantes apparaissant sur le schéma bloc et de la variable de Laplace.

## ANNEXES

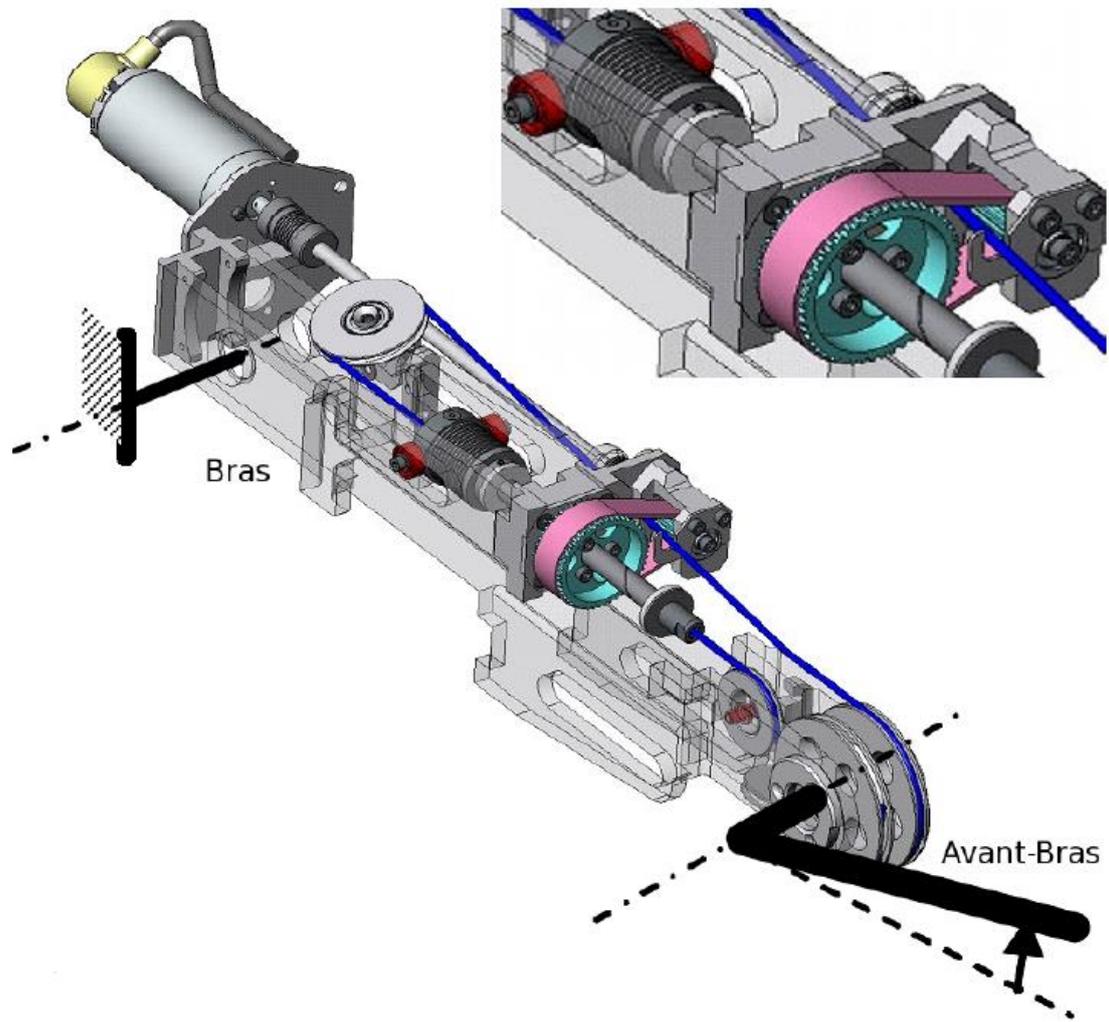


Figure 4 : Représentation 3D de la transmission utilisée

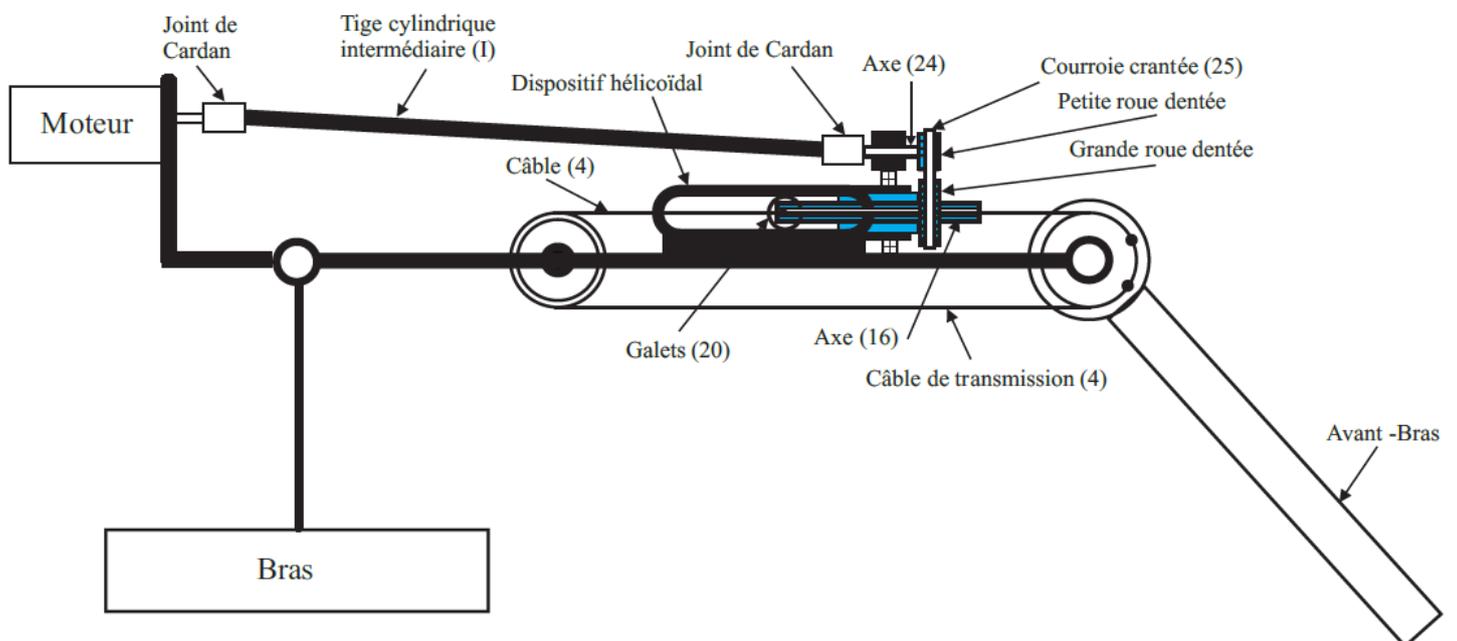


Figure 5 : Schéma de principe de la transmission