Exercice :

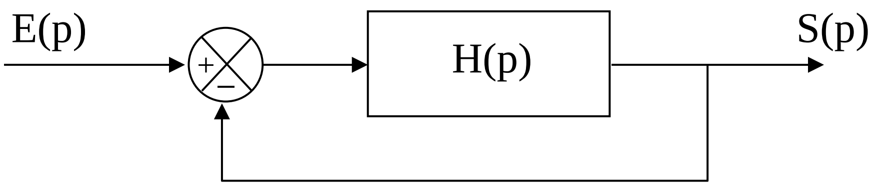
Soit un système dont la fonction de transfert est : $H(p) = \dfrac{6}{p.(3+3.p+p^2)}$

Q1- Déterminer les caractéristiques de cette fonction de transfert : ordre, classe et gain statique.

Q2 - Tracer le diagramme asymptotique de cette fonction de transfert dans le plan de Bode en précisant les équations des asymptotes.

Q3 - Déterminer le gain (en dB) et la phase (en degré) réels pour les pulsations suivantes :
$\omega = 0{,}5\ rad.s^{-1}$ $\omega = 1\ rad.s^{-1}$ $\omega = 1{,}5\ rad.s^{-1}$ $\omega = 2\ rad.s^{-1}$

La fonction de transfert H(p) est la FTBO d'un système asservi à retour unitaire dont le schéma bloc est :



Q4 - Caractériser la précision de ce système asservi en quantifiant l'écart statique en position ε_S (entrée en échelon) et l'écart statique en vitesse ε_V(entrée en rampe). Conclure.

Pour qu'un système en boucle fermée soit stable il faut que le gain de sa FTBO soit négatif lorsque la la phase vaut -180° et sa phase soit supérieure à -180° lorsque son gain est nul.

Q5 – vérifier que le système est stable en boucle fermée.

CORRIGE

Q1 - $H(p) = \dfrac{6}{p.(3+3.p+p^2)} = \dfrac{2}{p.(1+p+\dfrac{p^2}{3})}$ donc : le gain vaut 2, l'ordre vaut 3 et la classe vaut 1.

Q2 - $H(p) = \dfrac{2}{p.(1+p+\dfrac{p^2}{3})} = \dfrac{1}{p}.\dfrac{2}{1+p+\dfrac{p^2}{3}} = H_{1(p)}.H_{2(p)}$

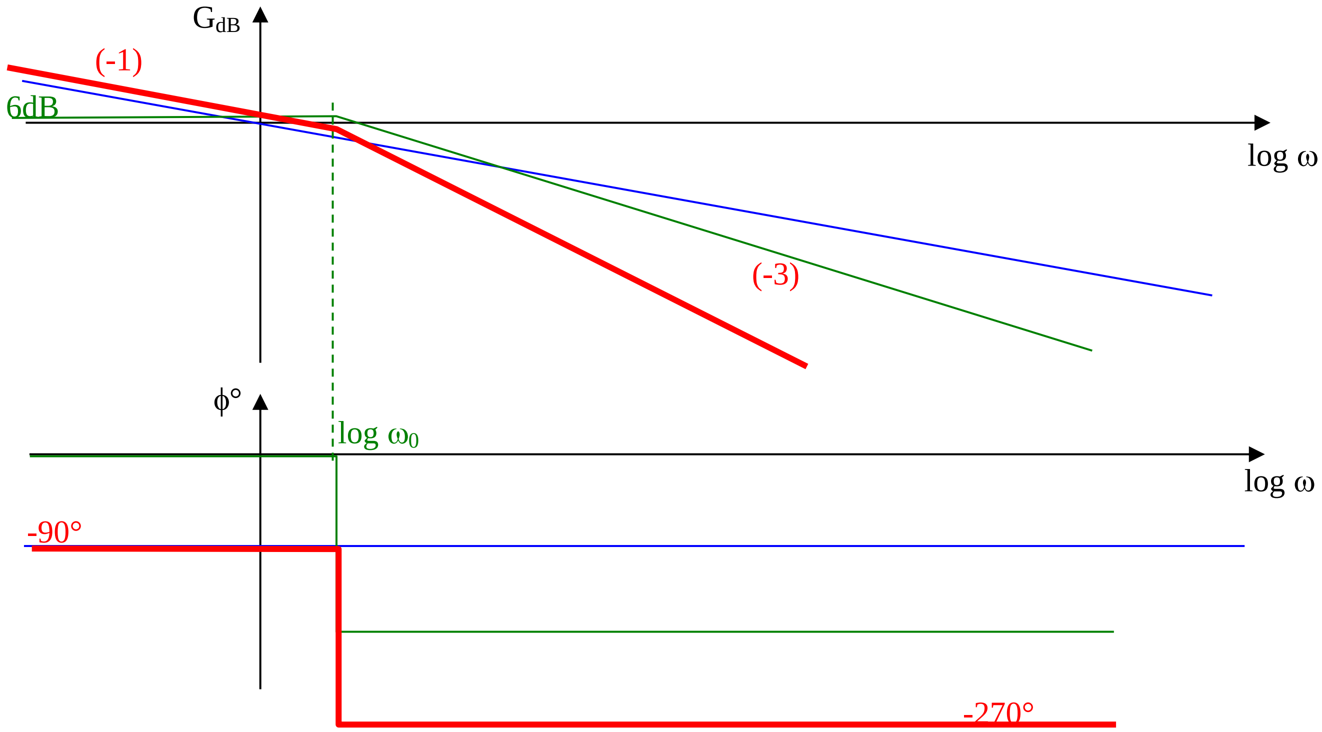
Etude de H_1 : c'est un intégrateur pur donc le gain vaut -20.log ω et la phase vaut -90°.

Etude de H_2 : c'est un second ordre avec K = 2 $\omega_0 = \sqrt{3}\ rad.s^{-1}$ $m = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

m = 0,87 donc H_2 ne présente pas de résonance ; les asymptotes sont :

quand $\omega \to 0$: $G_{dB} = 20.\log K = 6dB\ \ et\ \ \varphi = 0°$

quand $\omega \to \infty$: $G_{dB} = -40.\log\omega + cste\ \ et\ \ \varphi = -180°$



Q3 -

ω en rad.s^{-1}	0.5	1	1.5	2
G en dB	12	4	-1	-6
ϕ en °	-119	-146	-171	-189

Q4 - $FTBF(p)=\dfrac{6}{6+p.(3+3.p+p^2)}$

$$\varepsilon_S=\lim_{p\to 0} p.\left(\frac{E_0}{p}-\frac{6}{6+p.(3+3.p+p^2)}.\frac{E_0}{p}\right)=\lim_{p\to 0}\frac{E_0.p.(3+3.p+p^2)}{6+p.(3+3.p+p^2)}=0$$

$$\varepsilon_V=\lim_{p\to 0} p.\left(\frac{E_0}{p^2}-\frac{6}{6+p.(3+3.p+p^2)}.\frac{E_0}{p^2}\right)=\lim_{p\to 0}\frac{E_0.p.(3+3.p+p^2)}{p.(6+p.(3+3.p+p^2))}=\frac{E_0}{2}$$

Le système est précis en position pour une entrée de type échelon (car ε_s est nul), pour une entrée de type rampe il est précis en vitesse (car ε_V est constant) par contre il n'est pas précis en position (car ε_V est non nul)

Q5- Sur le diagramme de Bode de la FTBO on vérifie bien que le système est stable puisque le gain est négatif lorsque la phase vaut -180° et la phase est supérieure à -180° lorsque le gain est nul.