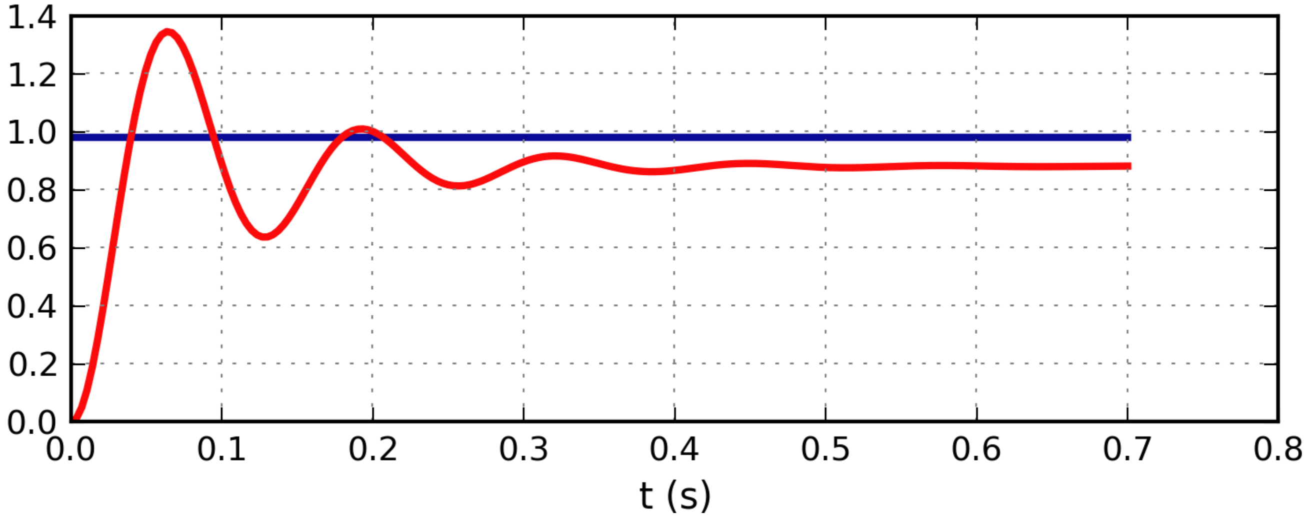
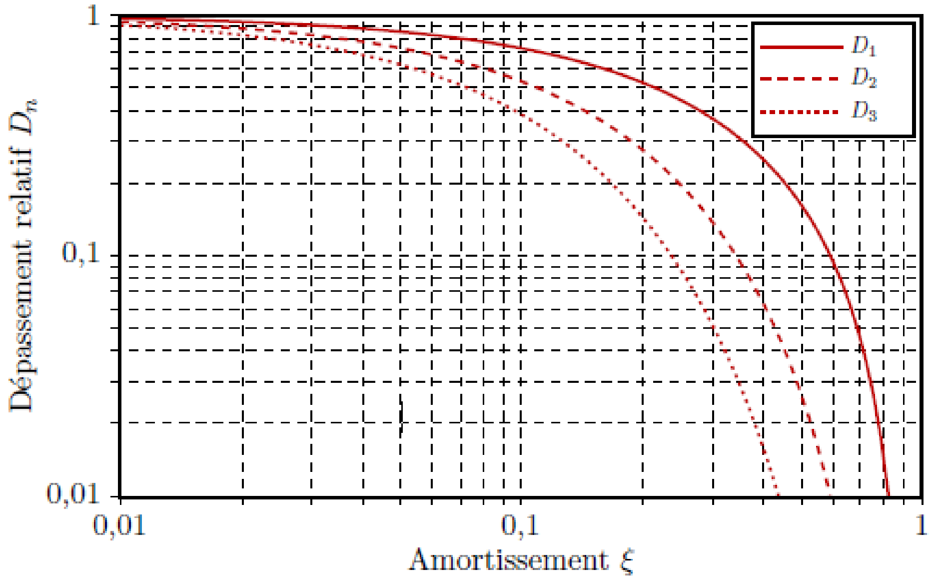
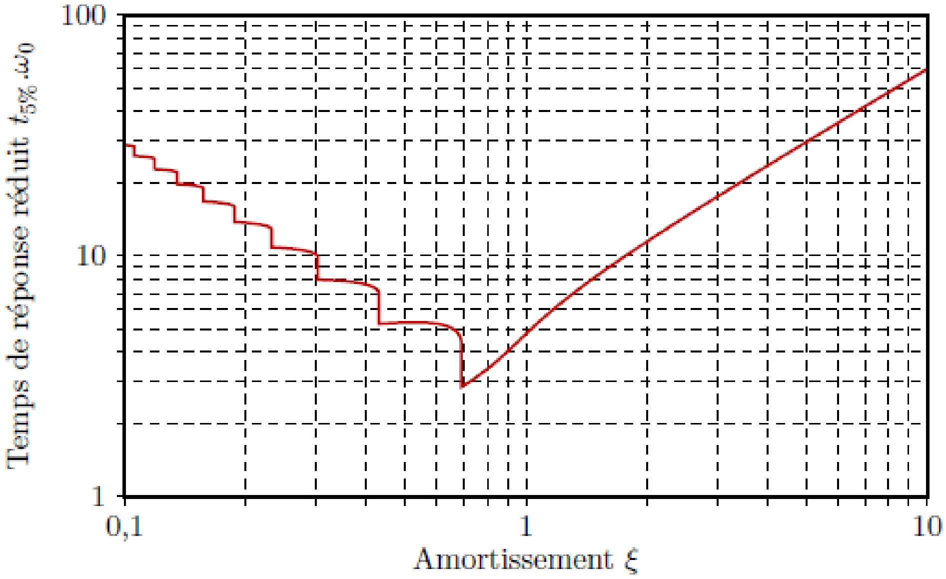
Synthèse cours modélisation SLCI

Question 1 – *La figure suivante présente la réponse d'un système à un échelon unitaire (l'entrée et la sortie sont sans unité). Donner les valeurs de l'écart statique (en régime permanent), du temps de réponse à 5% et du premier dépassement relatif (en % de la valeur asymptotique) de cette réponse. Choisir (en justifiant) le modèle de fonction de transfert, identifier celle-ci et donner son expression canonique avec les valeurs de ses caractéristiques. Vous utiliserez les2 abaques ci-après.*



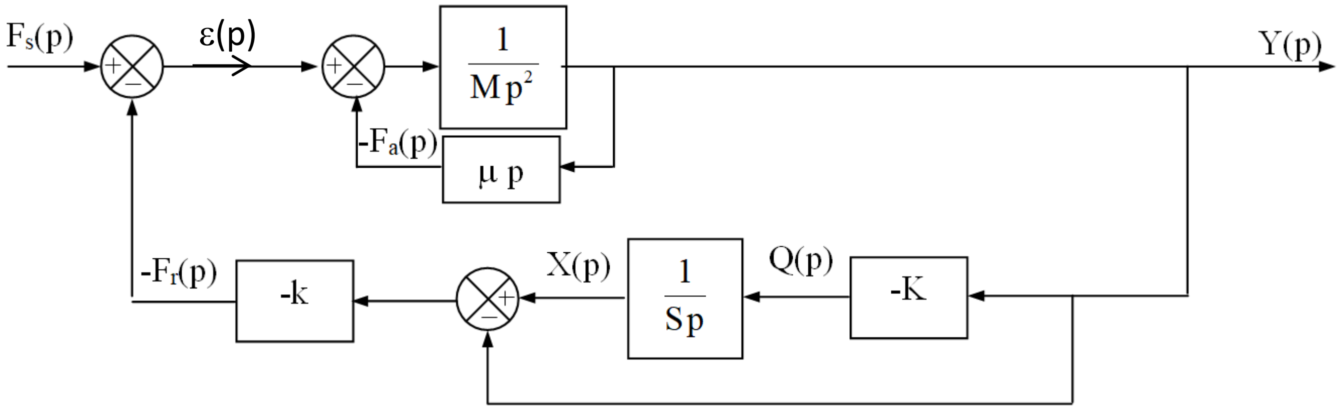




Question 2 – *Sur le schéma-blocs suivant, la grandeur de consigne est $F_s(p)$ et la grandeur de sortie $Y(p)$.*

- *Donner la définition de la* ***FTBO*** *(fonction de transfert en boucle ouverte) de ce schéma-blocs en fonction de paramètres qui transitent dans les liens et exprimer la FTBO de ce schéma-blocs en fonction des différentes constantes (M,μ, k, S et K) et de la variable de Laplace.*

- *Donner la définition de la* ***FTBF*** *(fonction de transfert en boucle fermée) de ce schéma-blocs en fonction de paramètres qui transitent dans les liens et exprimer la FTBF de ce schéma-blocs en fonction des différentes constantes (M,μ, k, S et K) et de la variable de Laplace.*



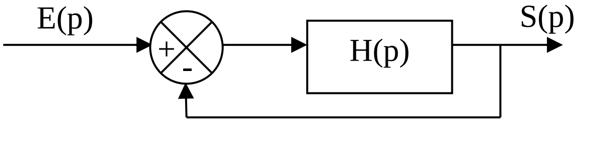
Question 3 – *Tracer la réponse temporelle à un échelon d'amplitude* $\boldsymbol{e_0}$ *d'une fonction de transfert du premier ordre de gain statique* ***K*** *et de constante de temps* ***T****. Les points et éléments importants du tracé seront précisés.*

Question 4 –*Pour un système du second ordre de gain statique* ***K****, de facteur d'amortissement* $\boldsymbol{\xi}$*, soumis à un échelon d'amplitude* $\boldsymbol{e_0}$ *, recopier et compléter les phrases ci-dessous.*

La réponse temporelle présente :

- *Aucun dépassement si* $\boldsymbol{\xi} \geq$*. … …*
- *Une pente de tangente à l'origine ………*
- *Une asymptote en régime permanent dont l'expression est ……*
- *Une réponse la plus rapide si* $\boldsymbol{\xi} =$*. … ….*
- *Une réponse la plus rapide sans dépassement si* $\boldsymbol{\xi} =$*. … ….*

Question 5 – On considère un système bouclé à retour unitaire ayant une fonction de transfert notée H(p) en chaîne directe.



On soumet le système à une **entrée** de type **échelon unitaire.**

- *Calculer l'écart statique en position (noté ε*$_s$*)* $\varepsilon_s = lim_{t\to\infty}(e(t) - s(t))$ *dans le cas où H(p) est de classe 0 et s'écrit :* $H(p) = \frac{K(1+b_1p+\cdots b_mp^m)}{(1+a_1p+\cdots a_np^n)}$
- *Calculer l'écart statique en position dans le cas où H(p) est de classe 1 et s'écrit :* $H(p) = \frac{K(1+b_1p+\cdots b_mp^m)}{p(1+a_1p+\cdots a_np^n)}$
- *Conclure sur l'avantage d'avoir un intégrateur dans la chaîne directe.*

Question 6 – Pour les différents tracés proposés **pages 4 et 5** :

- *Déterminer numériquement les fonctions de transfert correspondant aux tracés réels ou asymptotiques proposés.*
- *Tracer à main levée les lieux réels correspondant aux tracés asymptotiques*

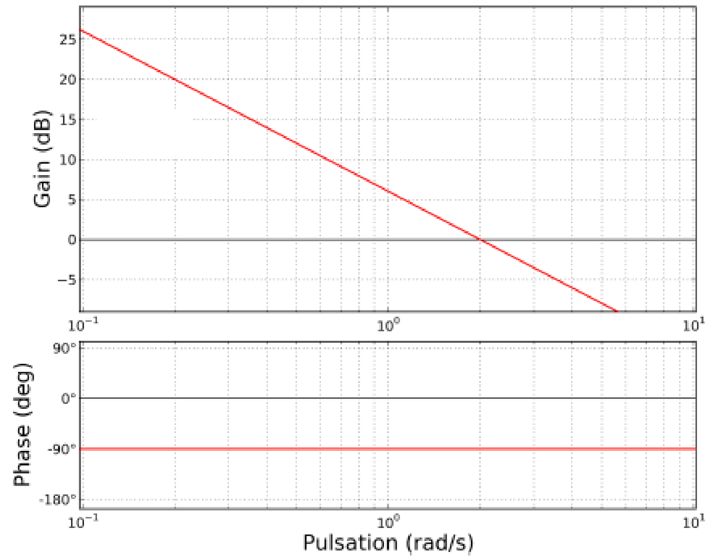
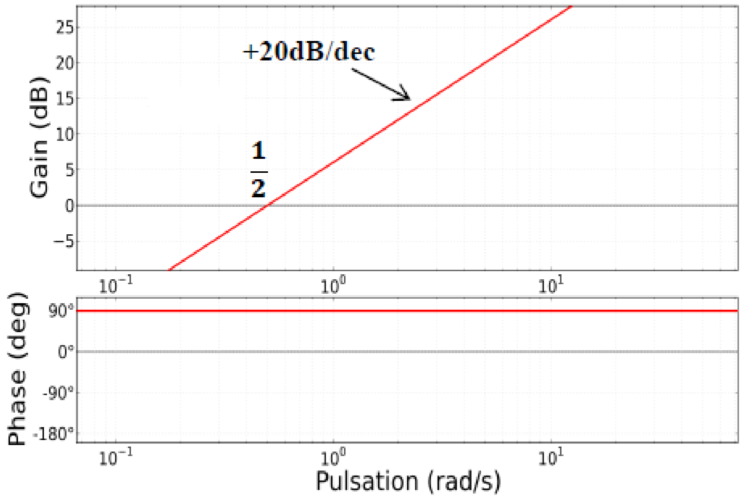
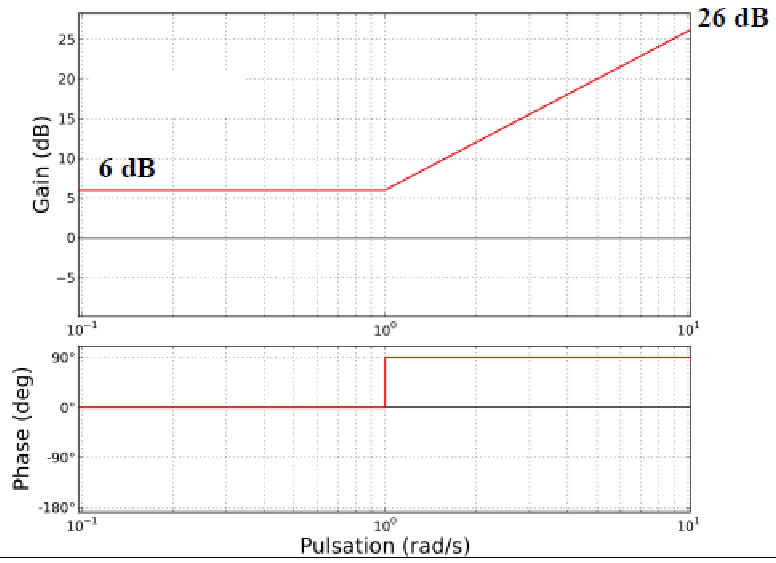
Question 7 – Les tracés de Bode de la fonction de transfert $H(p) = \frac{5}{1+0.4p+p^2}$ sont fournis **page 6**. On donne les tracés des signaux d'entrée et de sortie pour trois valeurs particulières de la pulsation (3, 1 et 0.1 rad/s).

*Compléter le document **page 6** en précisant dans chacun des trois cas étudiés :*

- *Les valeurs de la pulsation des signaux*
- *Signal d'entrée ou de sortie pour les courbes désignées par les flèches*

DOCUMENT REPONSES

NOM : ________________________________ PRENOM : ______________________________

Fonction de transfert	Diagrammes asymptotiques ou réels de bode
INTEGRATEUR $H(p) =$	
DERIVATEUR PUR $H(p) =$	
DERIVATEUR $H(p) =$	

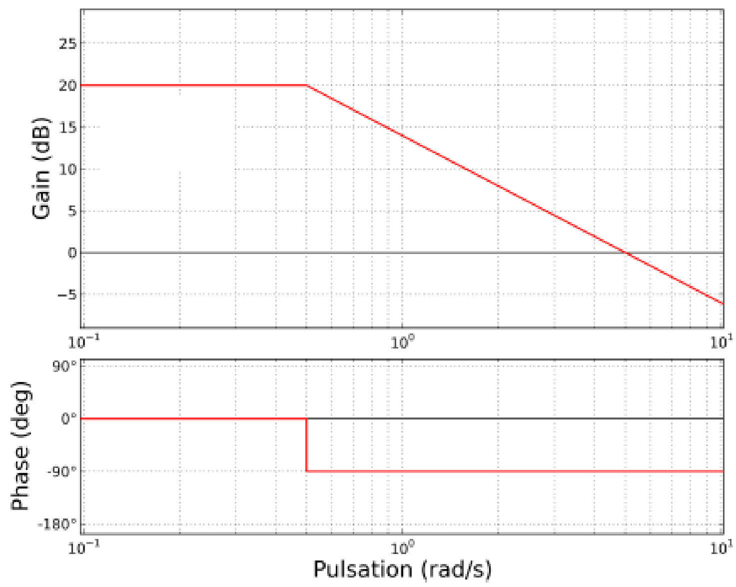
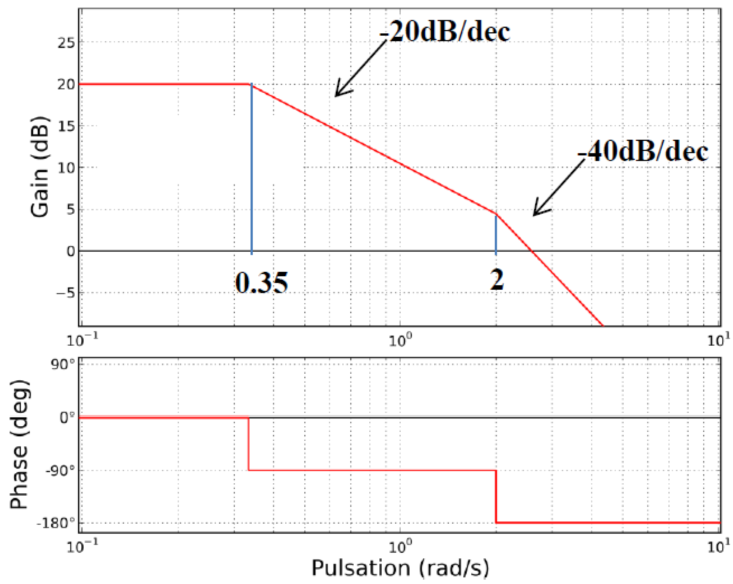
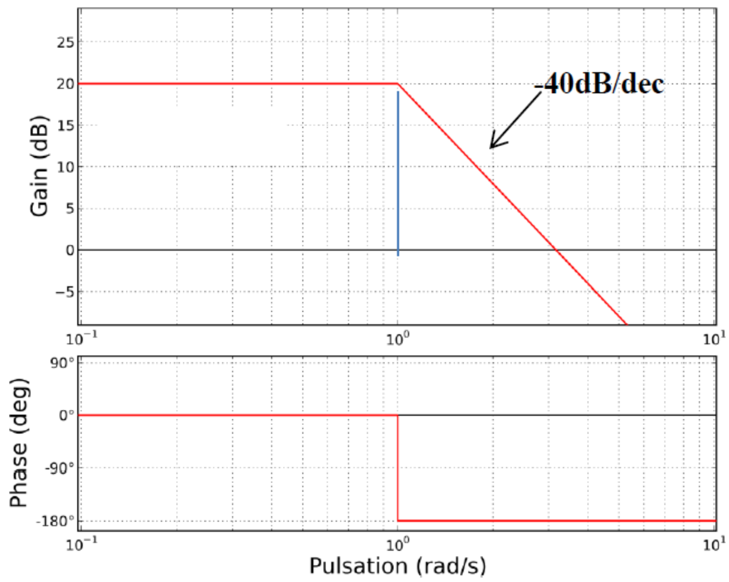
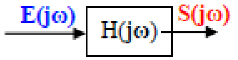
1^{er} ORDRE. $H(p) =$	
$2^{\text{ième}}$ ORDRE avec coeff amortissement > __ $H(p) =$	
$2^{\text{ième}}$ ORDRE avec coeff amortissement = 1 $H(p) =$	

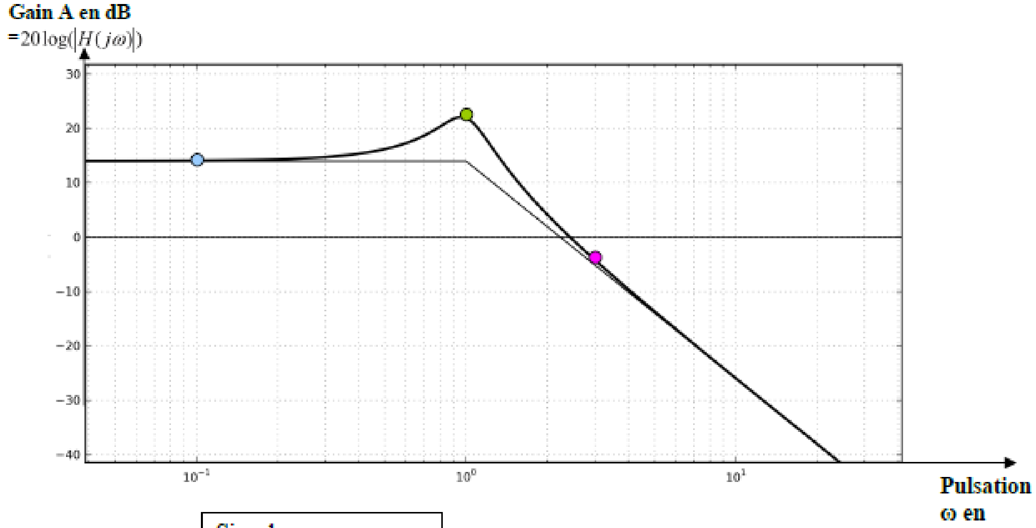
Diagramme de Bode et réponse temporelle

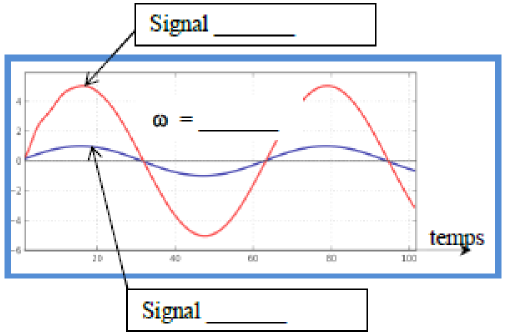
Fonction de transfert étudiée

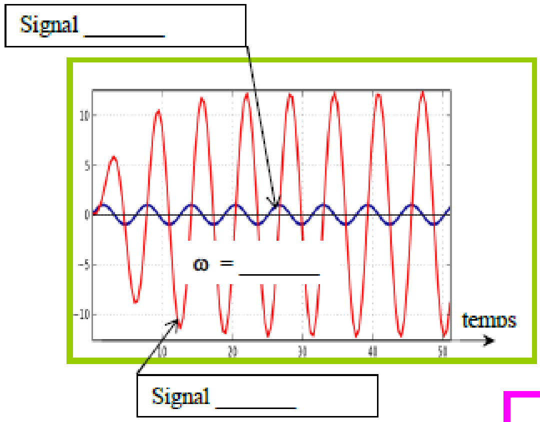


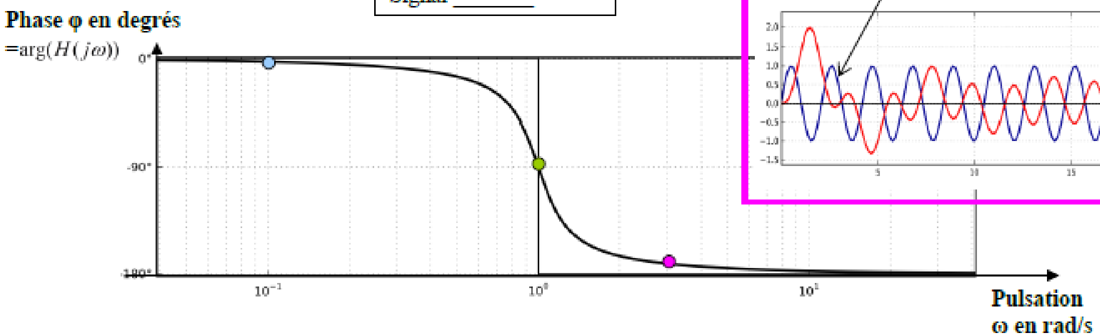
Dans cet exemple :

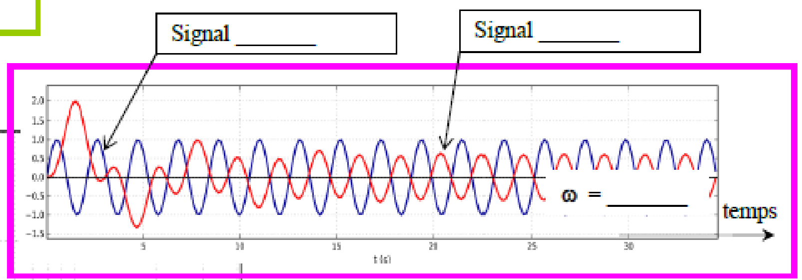
$$H(p)=\frac{5}{1+0.4p+p^2}$$











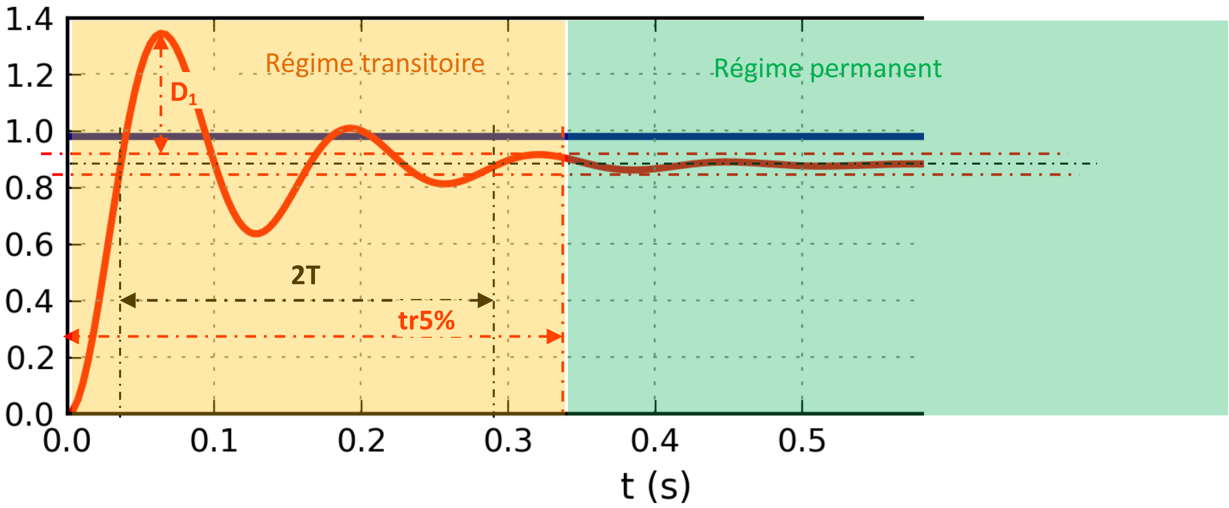
Corrigé

Question 1 – $\varepsilon_s = 0{,}1$ $t_{R5\%} = 0{,}33s$ $d_1^{\%} = \frac{1{,}35-0{,}9}{0.9} = 50\%$

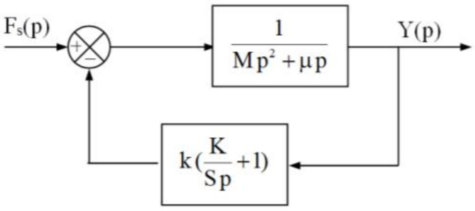
2ieme ordre car pseudo oscillations et tangente à l'origine nulle : $H(p) = \dfrac{K}{1+\frac{2\xi}{\omega_0}p+\frac{p^2}{\omega_0^2}}$

$K = 0.9 = \dfrac{Valeur\ asymptotique}{amplitude\ échelon\ entrée}$ coeff d'amort : $\xi = 0.21$ (courbe donnée) $\omega_0.tr5\% \approx 14$ (courbe donnée)

$\Rightarrow \omega_0 = 42\ rad/s$

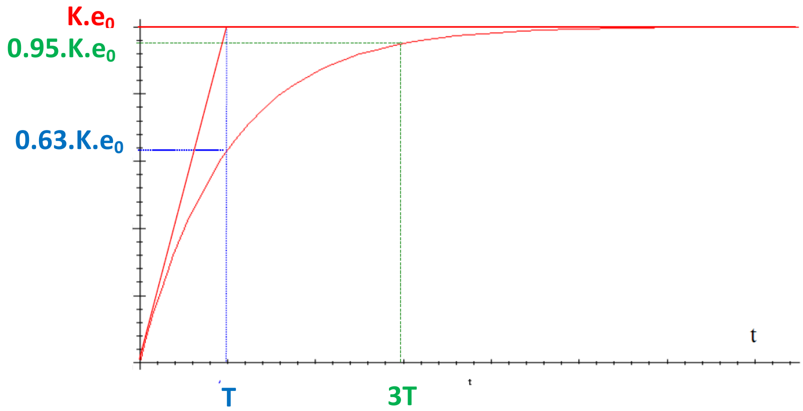


Question 2 – après calcul des FT en chaîne directe et de retour :



- $\mathrm{FTBO(p)} = \dfrac{-\mathrm{Fr(p)}}{\varepsilon\mathrm{(p)}} = \dfrac{k}{Mp^2+\mu p}\cdot\dfrac{K+Sp}{Sp}$
  $=$ chaîne directe * chaîne retour
- $\mathrm{FTBF(p)} = \dfrac{\mathrm{Y(p)}}{\mathrm{Fs(p)}} = \dfrac{Sp}{MSp^3+\mu Sp^2+kSp+kK}$ = chaîne directe /(1+ chaîne directe * chaîne retour)

Question 3 – $\mathrm{H(p)} = \dfrac{\mathrm{K}}{1+\mathrm{Tp}}$



- $t_{R5\%} = 3T$
- $s(t = T) = 0{,}63Ke_0$
- $s(t \to \infty) = Ke_0$
- coeff directeur de la tangente à 0 : $\frac{Ke_0}{T}$

Question 4 –

- pas de dépassement lorsque $\xi \geq 1$
- pente à l'origine nulle
- $s(\infty) = K\ e_0$
- réponse la plus rapide pour $\xi = 0.69$
- réponse la plus rapide sans dépassement pour $\xi = 1$

Question 5 – H(p) de classe nulle : $\varepsilon_s = lim_{t\to\infty}\big(e(t)-s(t)\big) = lim_{p\to 0}\, p\big(E(p)-S(p)\big)$

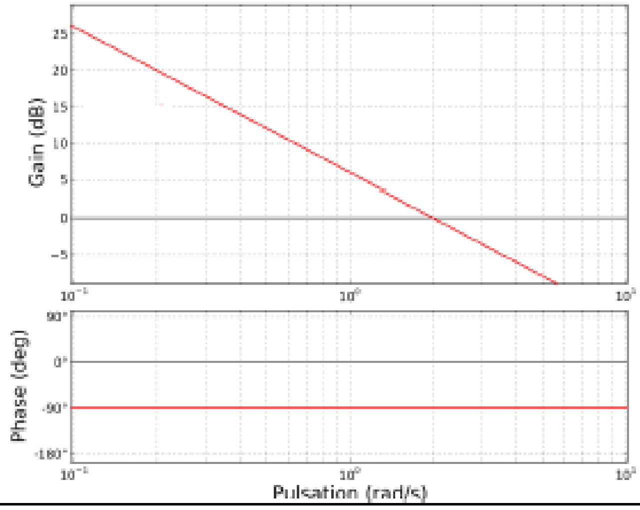
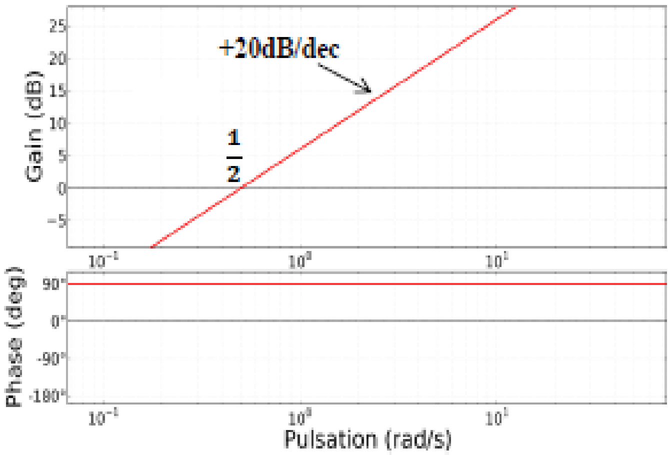
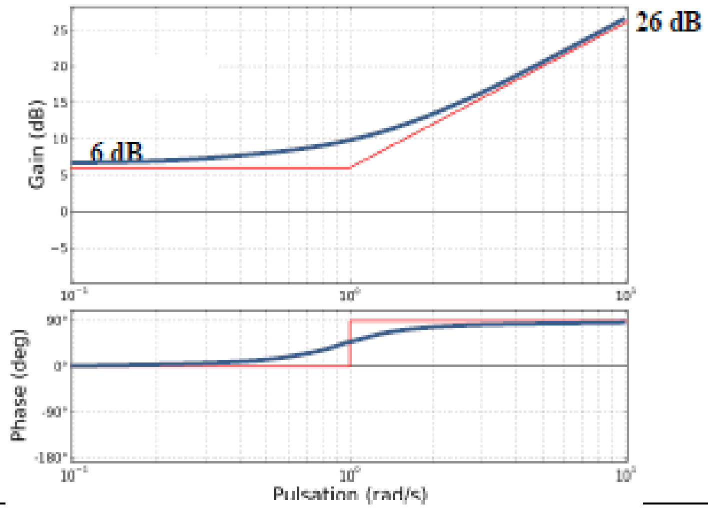
$$= \lim_{p\to 0} p\left(\frac{1}{p} - \frac{H(p)}{1+H(p)}\frac{1}{p}\right) = \lim_{p\to 0}\left(1-\frac{H(p)}{1+H(p)}\right) = \lim_{p\to 0}\left(\frac{1}{1+H(p)}\right) = \frac{1}{1+K}$$

H(p) de classe 1 : $\varepsilon_s = lim_{t\to\infty}\big(e(t)-s(t)\big) = lim_{p\to 0}\, p\big(E(p)-S(p)\big) = lim_{p\to 0}\, p\left(\frac{1}{p} - \frac{H(p)}{1+H(p)}\frac{1}{p}\right)$

$$= \lim_{p\to 0}\left(1-\frac{H(p)}{1+H(p)}\right) = \lim_{p\to 0}\left(\frac{1}{1+H(p)}\right) = 0 \text{ car } \lim_{p\to 0} H(p) = \infty$$

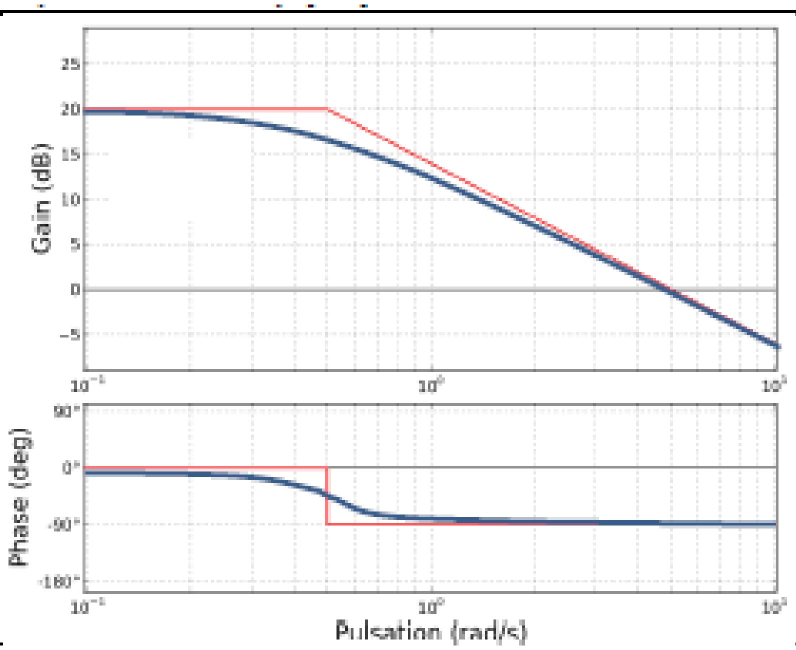
Intérêt d'un intégrateur dans la chaine directe : il rend le système précis**.**

Question 6 –

Fonction de transfert	Diagrammes asymptotiques ou réels de bode
INTEGRATEUR $H(p) = \frac{2}{p}$	
DERIVATEUR PUR $H(p) = 2p$	
DERIVATEUR $H(p) = 2(p+1)$	

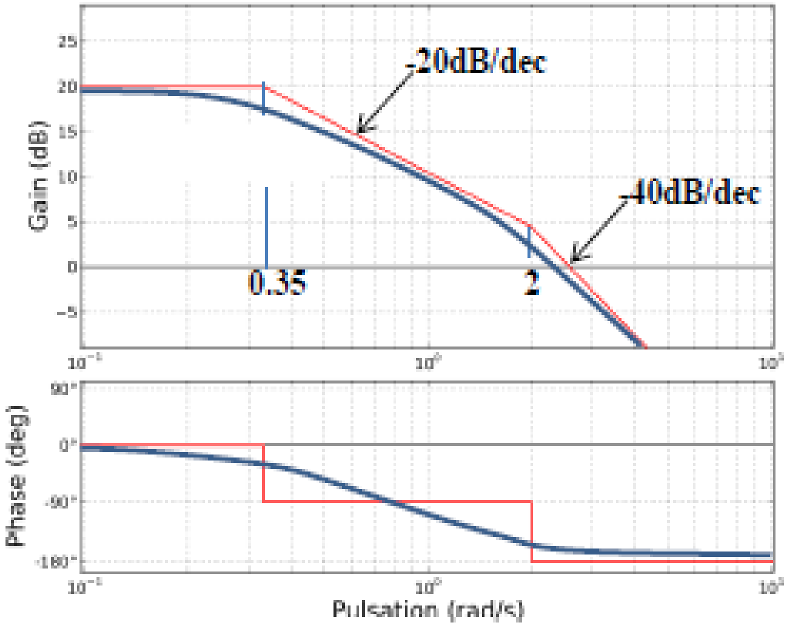
1°Ordre.

$$H(p) = \frac{10}{2\,p+1}$$



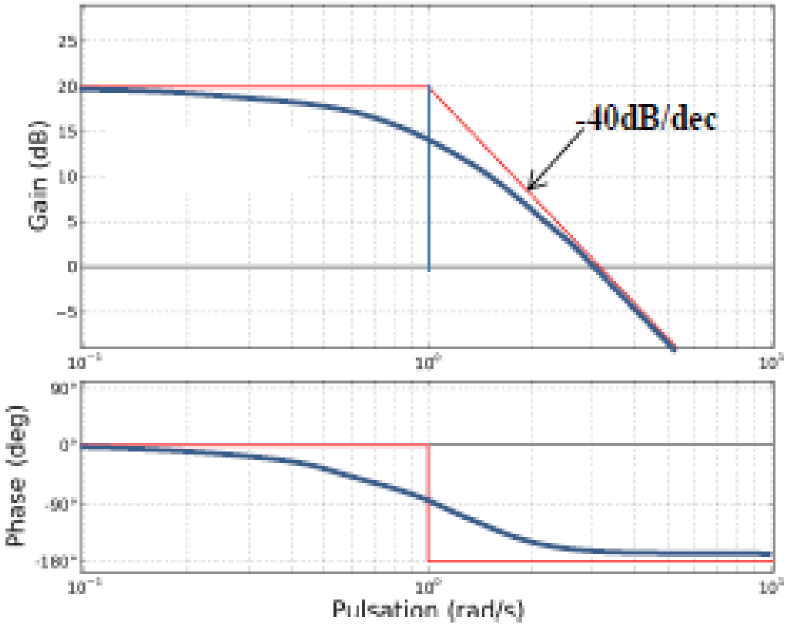
2° Ordre avec coeff amortissement > 1

$$H(p) = \frac{10}{1.42\,p^2 + 3.35p + 1}$$



2°Ordre avec coeff amortissement =1

$$H(p) = \frac{10}{p^2 + 2p + 1}$$



Question 7 –

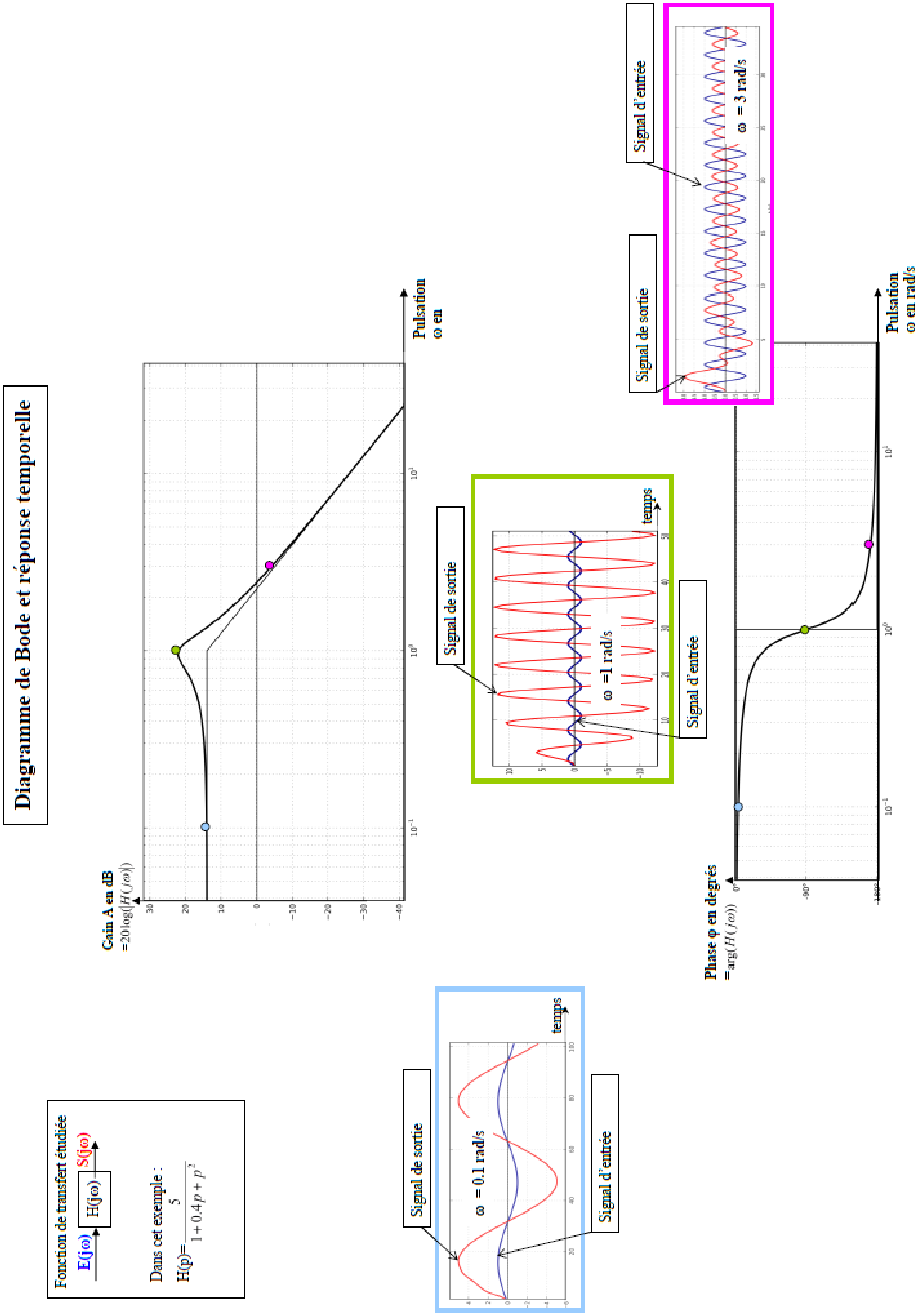


Diagramme de Bode et réponse temporelle
Gain A en dB
=20log(|H(jω)|)
Pulsation
ω en
Phase φ en degrés
=arg(H(jω))
Pulsation
ω en rad/s
Signal d'entrée
Signal de sortie
ω = 3 rad/s
Signal de sortie
Signal d'entrée
ω =1 rad/s
temps
Signal de sortie
Signal d'entrée
ω = 0.1 rad/s
temps
Fonction de transfert étudiée
E(jω)
H(jω)
S(jω)
Dans cet exemple :
H(p)=$\frac{5}{1+0.4p+p^2}$