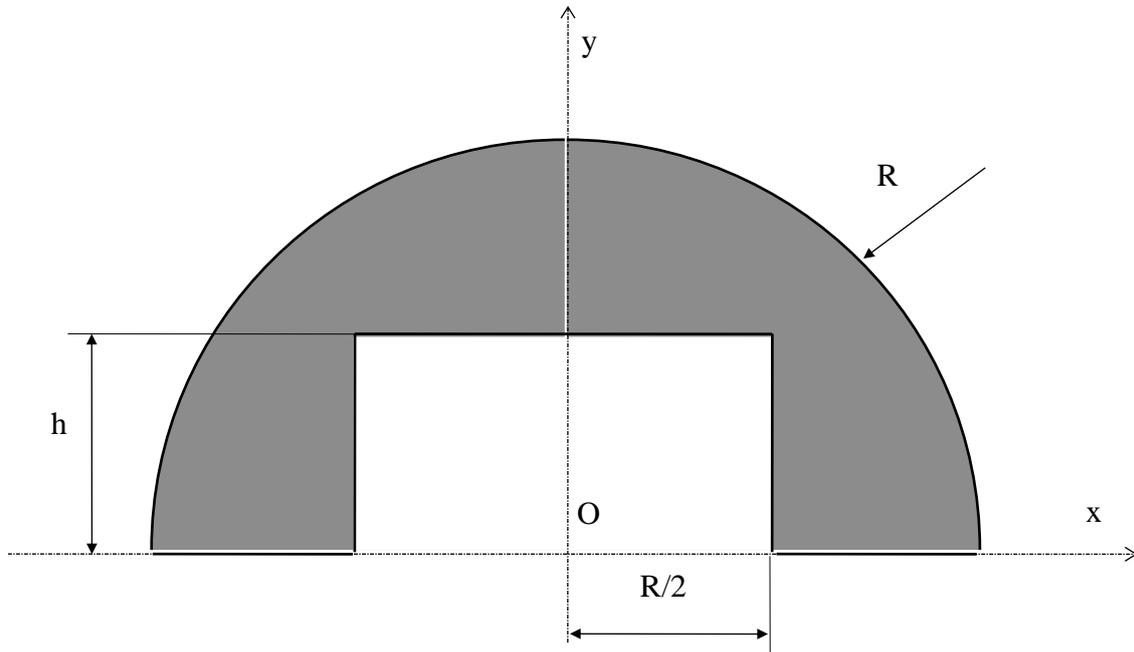


## Exercice 1 : centre de gravité

Soit une plaque homogène semi-circulaire de rayon  $R$ , d'épaisseur  $e$ , de laquelle on a retiré une section rectangulaire de hauteur  $h$  et de longueur  $R$ .

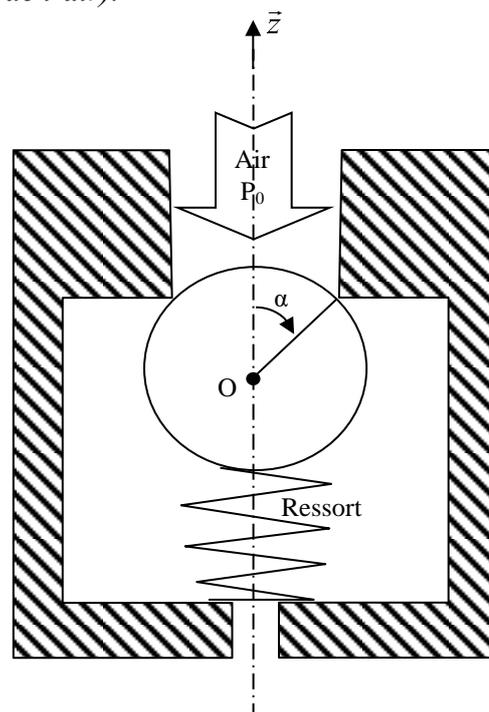


Déterminer la position du centre de gravité  $G$  de cette plaque.

## Exercice 2 : clapet à bille

L'objectif de cet exercice est de dimensionner le ressort pour que le clapet s'ouvre sous l'action d'une pression d'air  $p_0$ .

Déterminer le torseur au point  $O$  de l'action de l'air sur la bille en fonction de  $R$  (rayon de la bille),  $\alpha$  (voir figure ci-dessous) et  $p_0$  (pression de l'air).



## Exercice 3 : barrage poids

### I Mise en situation

#### I.1 Intérêt et fonction

Un barrage, est utilisé pour stopper l'écoulement de l'eau. Des vannes sont installées pour régler le niveau d'eau amont et utiliser l'énergie potentielle hydraulique.

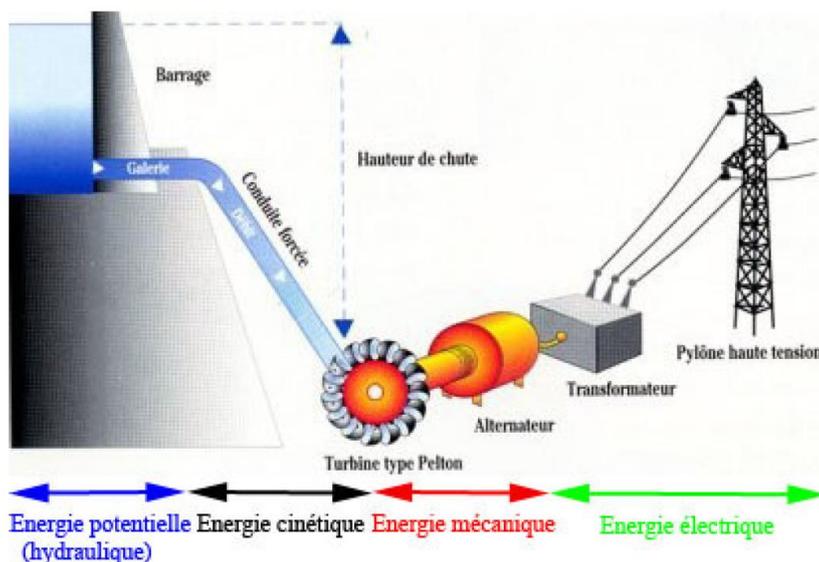
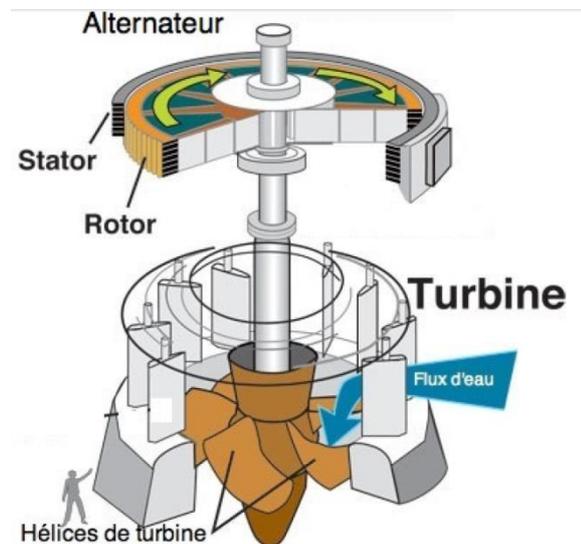


#### I.2 Principe de fonctionnement

Dans un écoulement stationnaire de fluide, le long d'une ligne de champ, on peut modéliser l'énergie volumique d'une particule comme  $E = E_{\text{int}} + E_p + E_c$  où :

- $E_{\text{int}}$  est l'énergie intérieure qui représente le travail des actions mécaniques internes à un fluide parfait. Elles sont quantifiées par une grandeur physique, la pression  $p$ , exprimée en Pa :  $E_{\text{int}} = p$ .
- $E_p$  est l'énergie potentielle volumique. Plus la différence de hauteur entre l'entrée et la sortie est importante, plus cette énergie sera grande :  $E_p = \rho \cdot g \cdot z$  avec  $\rho$  la masse volumique du solide ( $\text{kg/m}^3$ ),  $g$  l'accélération de la pesanteur ( $\text{m/s}^2$ ) et  $z$  l'altitude (m).
- $E_c$  est l'énergie cinétique volumique. Elle augmente considérablement dans les conduites, car le diamètre de sortie est plus petit que celui d'entrée, ce qui implique une augmentation de la vitesse :  $E_c = (1/2) \cdot \rho \cdot v^2$  avec  $v$  la vitesse du solide isolé. Le long d'une ligne de courant, cette énergie volumique se conserve (Bernoulli).

Lorsque l'eau entre en contact avec la turbine, la vitesse de l'eau devient quasi nulle. La majeure partie de son énergie cinétique et de son énergie potentielle est donc transmise à la turbine. La turbine est couplée à un alternateur qui permet de convertir l'énergie mécanique en énergie électrique. L'alternateur et la turbine sont reliés par un arbre, la turbine et le rotor tourneront donc à la même vitesse. Cette vitesse de rotation permet de former un champ magnétique à l'intérieur de l'alternateur. C'est ce champ qui engendrera le déplacement d'électrons, transformé en courant électrique dans le stator.



### I.3 Mode de conception

Dans la majorité des cas, le barrage est une voute qui prend ses appuis sur des flancs de montagne, c'est le cas du barrage représenté sur la première photo. Il existe également des barrages qui sont simplement posés sur le sol (sans ancrage particulier), seul le facteur de frottement entre le sol et la structure du barrage assure le maintien du barrage. Nous nous intéresserons plus particulièrement au barrage de la Grande-Dixence (Suisse), plus haut barrage du monde fabriqué avec ce mode de conception (voir photo ci-contre)



### I.4 Cahier des charges

Dans le but de réaliser le dimensionnement du barrage, la société de construction a établi un cahier des charges dont un extrait est fourni ci-après.

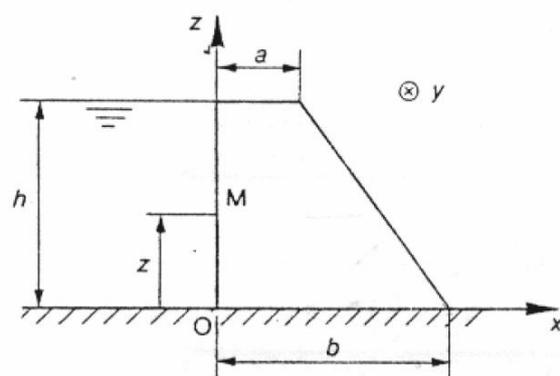
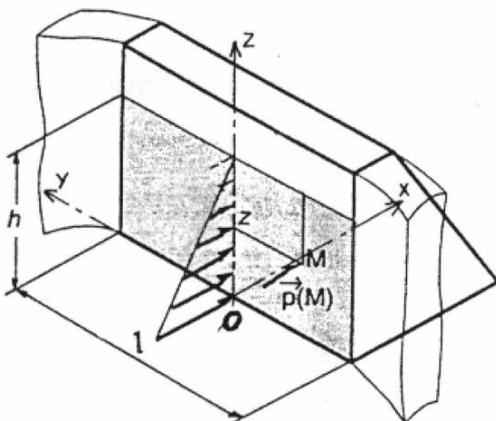
Fonction de service ou exigence	critère	niveau	limite
FS1 : résister à la poussée de l'eau	Poussée maximale ( $10^9$ N)	350	maxi

L'objectif de cet exercice est, dans un premier temps, de vérifier ce critère du cahier des charges. On s'intéressera ensuite à la recherche du coefficient de frottement entre le sol et le barrage.

### I.5 Modélisation, paramétrage, données et hypothèses

Le barrage étudié est assimilé à un bloc prismatique, de section trapézoïdale, fait d'un béton homogène de masse volumique  $\rho_B = 2.56 \text{ kg/dm}^3$ . On néglige notamment l'existence des 32 km de tunnels et galeries de surveillance.

Sa hauteur  $h$  est de 285 m, sa longueur  $l$  est de 748m, son épaisseur varie de 15 à 195 m.



La retenue d'eau est du côté de la paroi verticale du barrage et exerce une action mécanique sous la forme d'une répartition surfacique normale ( ou pression normale) donnée par la relation de l'hydrostatique

$$p(M) = \rho_e \cdot g \cdot (h-z) + p_{atm}$$

**Q1.** Préciser rigoureusement dans cette expression ce que représentent :  $M$ ,  $z$ ,  $h$ ,  $g$ ,  $\rho_e$  et  $p_{atm}$ . Donner quand cela est possible les unités (U.S.I) de chaque grandeur.

On prendra pour la suite les valeurs (avec les unités U.S.I. correspondantes) suivantes :

$$g = 9.81 ; \rho_e = 1000 ; p_{atm} = 1,015.10^5$$

## II Détermination de la poussée maximale

On se place dans le cas le plus défavorable, où la hauteur d'eau atteint le sommet du barrage :  $h = 285\text{m}$ .

- Q2.** Donner l'expression du torseur de l'action mécanique élémentaire (ou action locale) exercée par l'eau sur le barrage au niveau du point  $M$ . Préciser la surface élémentaire  $dS$  et les bornes des variables d'intégration permettant d'obtenir l'effort global.
- Q3.** Transporter le torseur précédent en  $O$
- Q4.** Par passage du modèle local au modèle global, déterminer la résultante globale des actions élémentaires de l'eau sur le barrage.
- Q5.** En déduire sa norme. Faire l'application numérique et conclure vis-à-vis du cahier des charges.

## III Recherche du coefficient de frottement sol/barrage

- Q6.** En négligeant  $p_{atm}$ , chercher les coordonnées du centre de poussée  $P$ , point de la surface de contact où le moment global est nul. Ecrire alors en  $P$ , le torseur global de l'action de l'eau sur le barrage.
- Q7.** Représenter sur la figure du document réponse, les actions de l'eau sur le barrage pour les deux modèles, local (en plusieurs points  $M$ ) et global.
- Q8.** Déterminer l'expression du poids du barrage. Faire l'application numérique.
- Q9.** Trouver la position du centre de gravité  $G$  du barrage. En déduire le torseur global de l'action de la pesanteur sur le barrage.

On considère que le barrage est simplement posé sur le sol et qu'il est en équilibre.

- Q10.** Déterminer la résultante de l'action du sol sur le barrage. Quel doit être la valeur minimale du facteur de frottement sol/barrage pour que celui-ci ne glisse pas ?

Voici quelques valeurs de facteur de frottement pour un contact béton/matériau spécifié

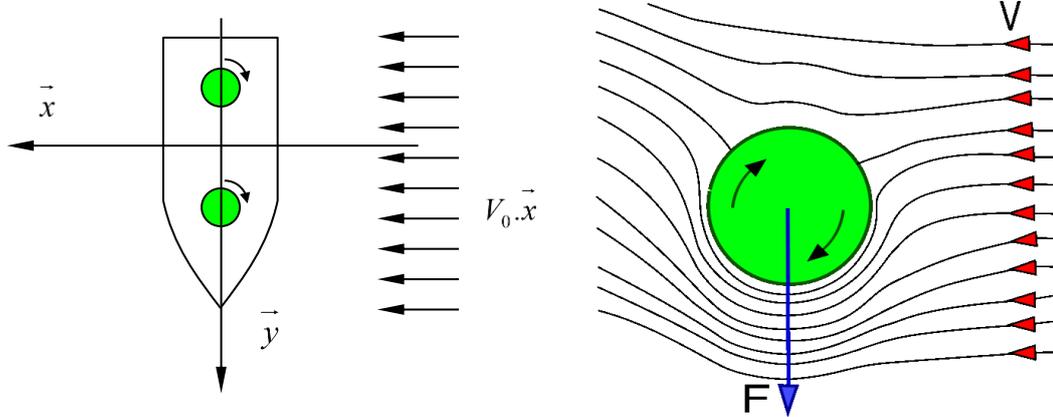
Type de sol	$f$
Cailloux	1,00
Roche	0,60
GW, GP, SW	0,55
SP, SM, GC, GM	0,45
ML, SC	0,35
CL (très raide à dure)	0,40

GW : grave propre bien graduée  
 GP : grave propre mal graduée  
 SW : sable propre bien gradué  
 SP : sable propre mal gradué  
 SM : sable limoneux  
 GC : grave argileuse  
 GM : grave limoneuse  
 ML : limon peu plastique  
 SC : sable argileux  
 CL : argile peu plastique

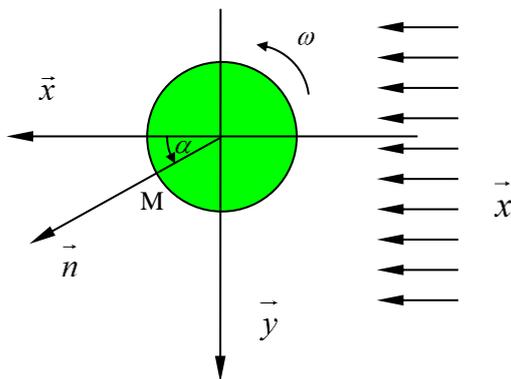
- Q11.** Sur quel(s) type(s) de sol(s) peut-on alors implanter le barrage ? Commenter.

## Exercice 4 : effet Magnus

L'effet Magnus est à la source de la création d'une force, créée par un flux sur un solide en rotation. Cette force est perpendiculaire à la direction principale de la vitesse du fluide. Cet effet permet d'expliquer les effets sur les balles ou ballons, les trajectoires en balistique ... et un système de propulsion particulier sur un navire.



Sur ce navire, deux cylindres verticaux de 2 mètres de diamètre (rayon  $R$ ) et de 8 mètres de hauteur (hauteur  $L$ ), en rotation autour de leur axe à la vitesse angulaire de 200tr/min, sont utilisés pour la propulsion. Le vecteur vitesse relative  $x$  du vent par rapport au navire est de 40km/h et il est perpendiculaire au navire.



On montre en aérodynamique que dans un tel écoulement, la répartition des pressions sur le cylindre est :

$$p(M) = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_0^2 \cdot \left( 1 - \left( \frac{\omega R}{V_0} - 2 \cdot \sin \alpha \right)^2 \right)$$

L'effort associé à cette pression  $p(M)$  est dirigé suivant  $-\vec{n}$ .

$\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$  : masse volumique de l'air

$V_0$  : vitesse du vent

$\omega$  : vitesse de rotation du cylindre dans le sens représenté ci-contre.

1- Montrez que la force de propulsion théorique du navire est  $\vec{F} = -4\pi \cdot \rho \cdot V_0 \cdot \omega \cdot R^2 \cdot L \cdot \vec{y}$

2- Application numérique. Donnez la norme de cette force de propulsion.

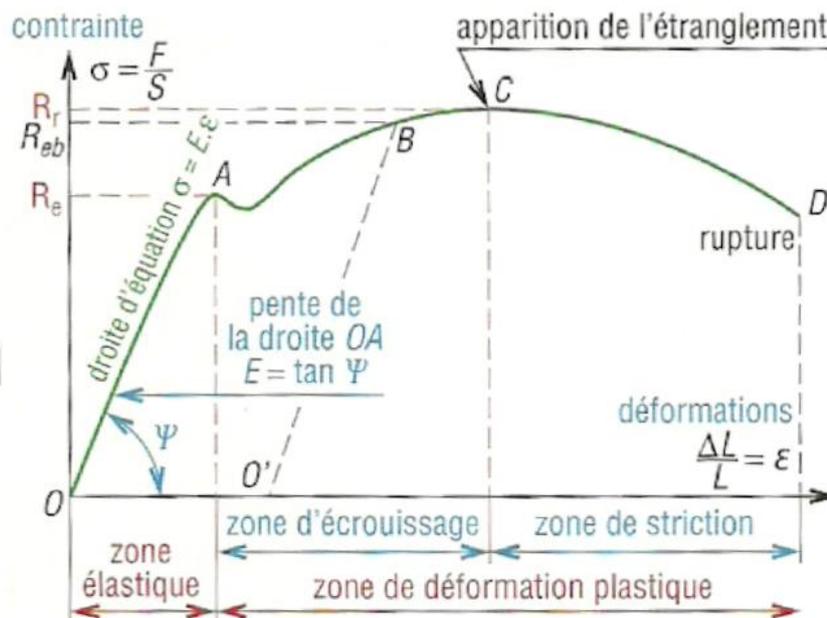
## Exercice 5 : Traction/torsion

### I. Mise en situation

#### I.1 Contexte

Des milliers de matériaux existent et de nouveaux émergent chaque année. Pour effectuer correctement des simulations avec des pièces en ces matériaux, il est nécessaire de connaître leurs propriétés.

L'essai de traction est le procédé expérimental le plus largement utilisé pour mesurer les propriétés mécaniques des matériaux ductiles comme les métaux et alliages. Il consiste à appliquer à un échantillon standardisé, un effort de traction et à mesurer l'allongement correspondant ou inversement.



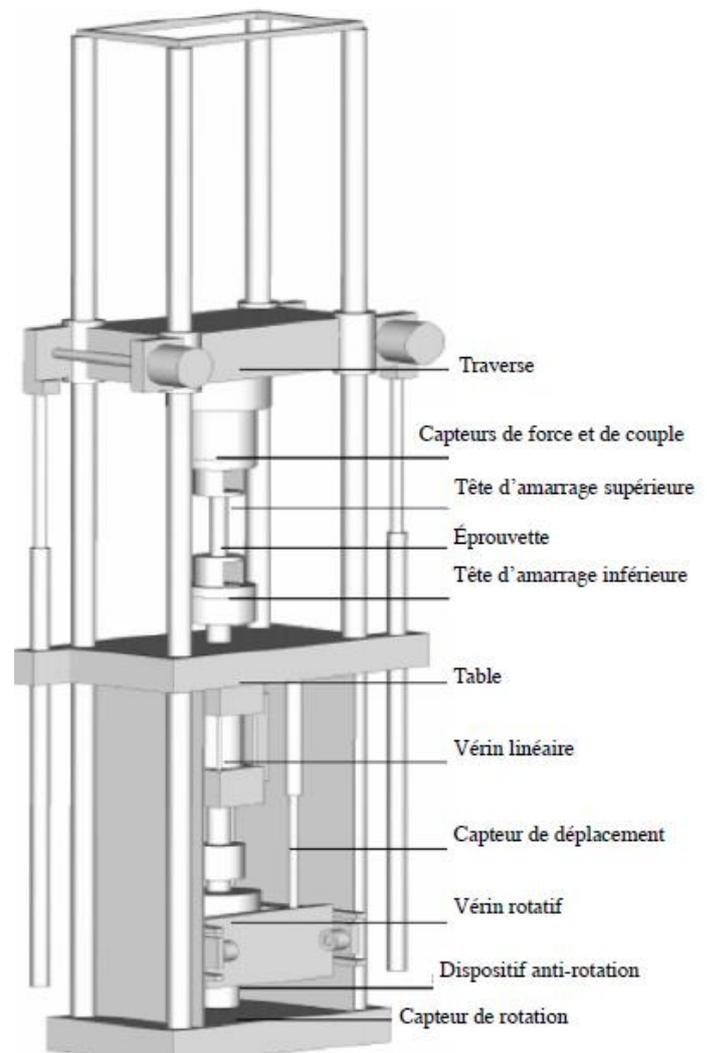
**Figure 1 :** Courbe montrant l'évolution de la contrainte appliquée à une éprouvette de matériau ductile en fonction de sa déformation lors d'un essai de traction

Un essai de traction produit essentiellement des répartitions de contraintes mono-axiales. Or, dans leurs applications industrielles, les sollicitations que subissent les structures sont souvent plus complexes : torsion, flexion...

Aussi a-t-on développé des essais qui se rapprochent d'avantage des sollicitations réelles, comme les essais de traction, de torsion ou de traction-torsion réalisables sur la machine d'essai, sujet de cette étude.

Lors d'un essai de torsion, l'éprouvette de forme cylindrique est saisie d'un côté, dans une tête d'amarrage fixe qui mesure le couple appliqué, de l'autre dans une tête d'amarrage animée d'un mouvement de rotation. La différence de rotation des deux têtes d'amarrage fournit la torsion de l'échantillon.

**Figure 2 :** éléments structurels de la machine de traction/torsion



## I.2 Présentation

La machine d'essai étudiée est une machine électro-hydraulique asservie bi-axiale. Celle-ci permet d'effectuer sur une éprouvette tubulaire (de diamètre maximal 25mm), des sollicitations de traction et de torsion, indépendantes ou liées. Chacun des axes de la machine peut être asservi, soit en force soit en position. Les chaînes d'actions sont constituées respectivement d'un vérin linéaire et d'un vérin rotatif, montés en série.

## I.3 Performances et cahier des charges

Fonction de service ou exigence	critère	niveau	limite
FS1 : exercer un effort de traction	Effort (kN)	25	mini
FS2 : exercer un effort de torsion	Couple (kN.m)	1.2	mini

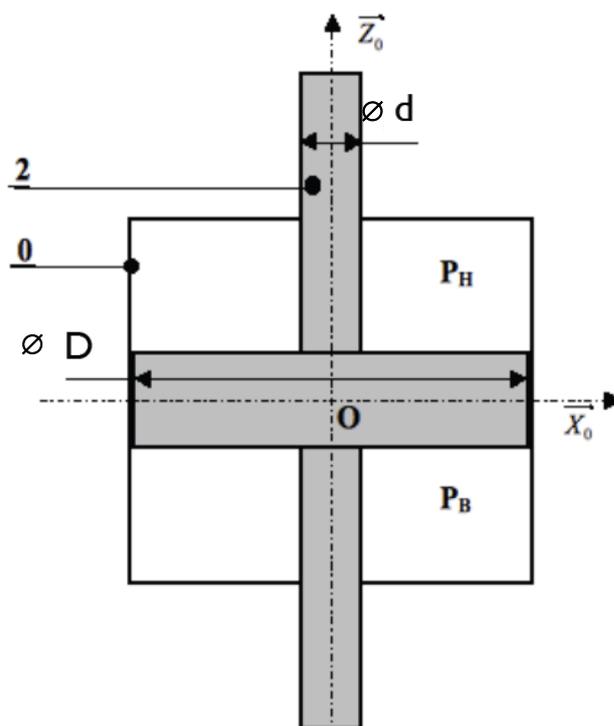
L'objectif de cet exercice est de vérifier que la machine étudiée respecte ces deux critères.

## II Etude du vérin linéaire - Vérification de la fonction FS1

Le vérin linéaire, permettant de piloter les essais en traction-compression, est schématisé sur la figure ci-contre. Son corps cylindrique est fixé à la table 0 et la tête d'amarrage est directement montée en bout de sa tige 2.

C'est un vérin hydraulique double effet à tige traversante dont les chambres supérieures et inférieures sont respectivement alimentées à la pression  $P_H$  et  $P_B$ , avec  $P_B = 1\text{bar}$  ( $= 1\text{daN/cm}^2$ ).

- Q1.** Représenter graphiquement sur le document réponse les actions élémentaires des fluides sur la tige 2. Que dire de celles s'exerçant sur la partie cylindrique ?
- Q2.** Exprimer l'action globale du fluide à la pression  $P_H$  sur la tige 2 en fonction de  $P_H$  et des diamètres  $d$  et  $D$ .
- Q3.** En déduire l'action mécanique  $\vec{F}_Z$  due à l'action des fluides sur la tige 2, en fonction de  $P_H$ ,  $P_B$ ,  $d$  et  $D$ .
- Q4.** Sachant que les dimensions du vérin sont  $D = 5\text{cm}$  et  $d = 3\text{cm}$ , vérifier que la pression maximale de 220bar fournie à la machine permet d'atteindre la valeur d'effort indiquée dans le cahier des charges.



### III Etude du vérin rotatif - Vérification de la fonction FS2

Le vérin rotatif permettant de piloter les essais de torsion est schématisé sur la figure ci-contre. Son corps 1 est fixé à la plaque du dispositif anti-rotation et son rotor est directement monté sur la tige 2 du vérin linéaire. C'est un vérin quart de tour OLAER SS-40 : Montage en bout dont les 4 chambres hydrauliques, couplées 2 à 2, sont alimentées aux pressions  $P_1$  et  $P_0$  comme indiqué sur la figure. Les palettes ont une hauteur  $H$ .

Le couple hydraulique  $C_v$  des actions des fluides sur le rotor 2 du vérin est le moment autour de l'axe  $(B, \vec{z}_0)$ :

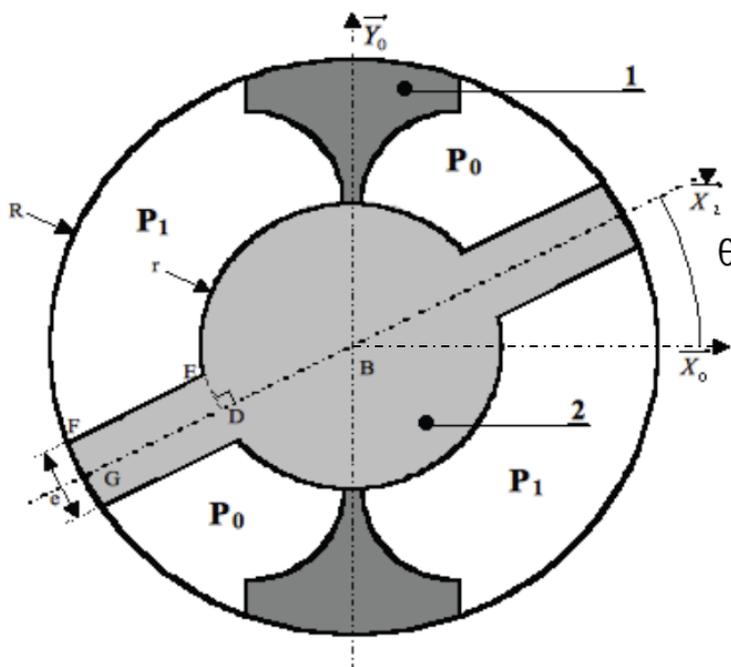
$$C_v = \left| \vec{M}_{(B, \text{fluides} \rightarrow 2)} \cdot \vec{z}_0 \right|$$

**Q5.** Représenter graphiquement les actions élémentaires des fluides sur le rotor 2. Que dire de celles s'exerçant sur la partie cylindrique ?

**Q6.** Exprimer la composante sur  $\vec{z}_0$  de l'action globale du fluide contenu dans l'une des chambres à la pression  $P_1$  sur le rotor 2 en fonction de  $P_1$ ,  $H$  et des rayons  $r$  et  $R$ .

**Q7.** En déduire  $C_v$  en fonction de  $r$ ,  $R$ ,  $H$  et des pressions  $P_0$  et  $P_1$ .

**Q8.** Vérifier le critère de couple maximal pour une pression d'utilisation maximale. On prendra les données suivantes :  $r = 28.5\text{mm}$ ,  $R = 50\text{mm}$ ,  $H = 36\text{mm}$ ,  $P_0 = 1\text{bar}$  et  $P_1 = 220\text{bar}$ .



### Exercice 6 : porte de garage

La figure représente une porte de garage basculante: la porte 2 est de forme rectangulaire, de hauteur  $h$  et de largeur  $b$ . Elle est guidée par deux couples de galets couissant dans des rainures horizontales et verticales.

Les liaisons entre la bâti 1 et les galets sont modélisées par:

- des ponctuelles de normale  $\vec{x}$  en  $A_1$  et  $A_2$
- des linéaires annulaires d'axe  $\vec{x}$  en  $B_1$  et  $B_2$  (à cause du jeu latéral au niveau des guidages).

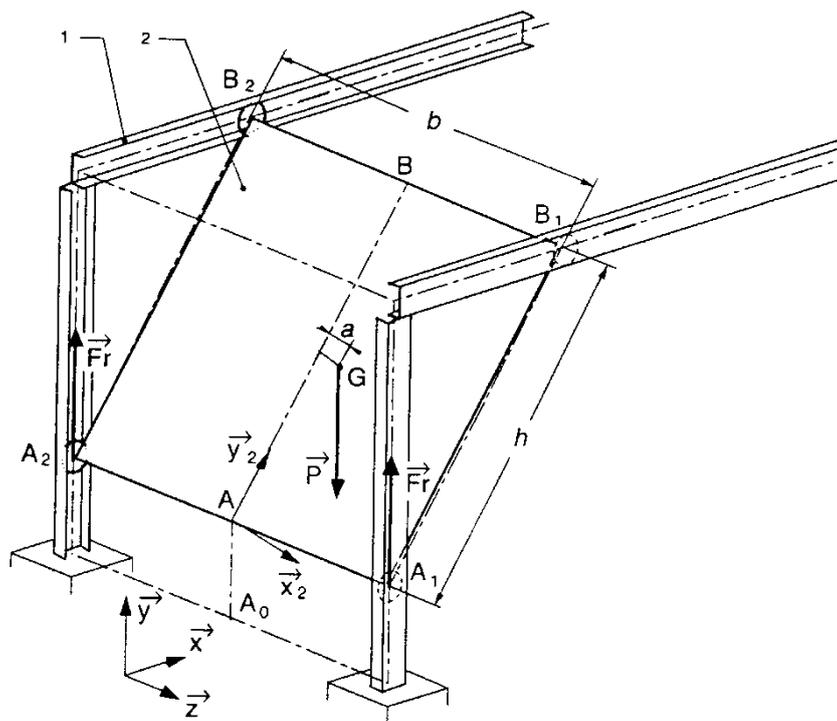
On note A le milieu de  $A_1A_2$ , B le milieu de  $B_1B_2$ ,  $\alpha = (\bar{x}_2, \bar{x})$  et  $\vec{P}$  le poids de la porte appliqué en G tel que

$$\vec{AG} = a\bar{x}_2 + \frac{h}{2}\bar{y}_2.$$

L'objectif de l'étude est de déterminer la position d'équilibre de la porte selon que le système d'équilibrage **3** (non représenté) est constitué de deux contrepoids ou de deux ressorts qui exercent en  $A_1$  et  $A_2$  des actions modélisables par des glisseurs verticaux ascendants de module  $F_r$ :

- dans le premier cas, les contrepoids agissent par l'intermédiaire de câbles et de poulies de renvoi avec  $F_r = F/2$  ( $F = \text{Cte}$ )

- dans l'autre cas, les ressorts de raideur  $k$  exercent un effort  $F_r = F_0 - k d(\alpha)$  avec  $d(\alpha) = A_0A$ .



1 – Faire le bilan des actions extérieures sur la porte **2** équipée de ses galets (donner le torseur de chaque action).

2 – Déterminer l'équation permettant de calculer  $\alpha$  en fonction de  $F_r$ ,  $P$  et des dimensions de la porte.

3 – Calculer  $\alpha$  pour le système d'équilibrage réalisé par des contrepoids.

4 – Donner l'équation permettant de déterminer  $\alpha$  en fonction de  $P$ ,  $F_0$  et des dimensions de la porte pour le système d'équilibrage réalisé par l'intermédiaire de ressorts.

## Exercice 7 : machine d'essai de frottement

Une barre et son contrepoids constituent le solide **1**, de masse  $m_1$  et de centre de gravité O. Cet ensemble est lié au bâti **0** par une liaison pivot d'axe  $(O, \bar{z}_0)$ . On pose  $\vec{OA} = -a\bar{x}_1$  et  $\alpha = (\bar{x}_0, \bar{x}_1)$ .

La poulie **2**, de masse  $m_2$ , est constituée de deux cylindres d'axe  $(A, \bar{z}_0)$  et de rayons  $AC = r$  et  $AB = R$ . Elle est liée à la barre **1** par une liaison pivot d'axe  $(A, \bar{z}_0)$  et est en contact ponctuel en B avec la bâti **0** (contact avec frottement  $f$  que l'on désire mesurer).

Un câble **3**, de masse négligeable, est enroulé sur le cylindre de rayon  $r$  de la poulie **2**. On suspend des masselottes **4** en D jusqu'à la limite du glissement en B: soit  $M$  la masse de **4** ainsi obtenue.

Le problème est supposé plan.

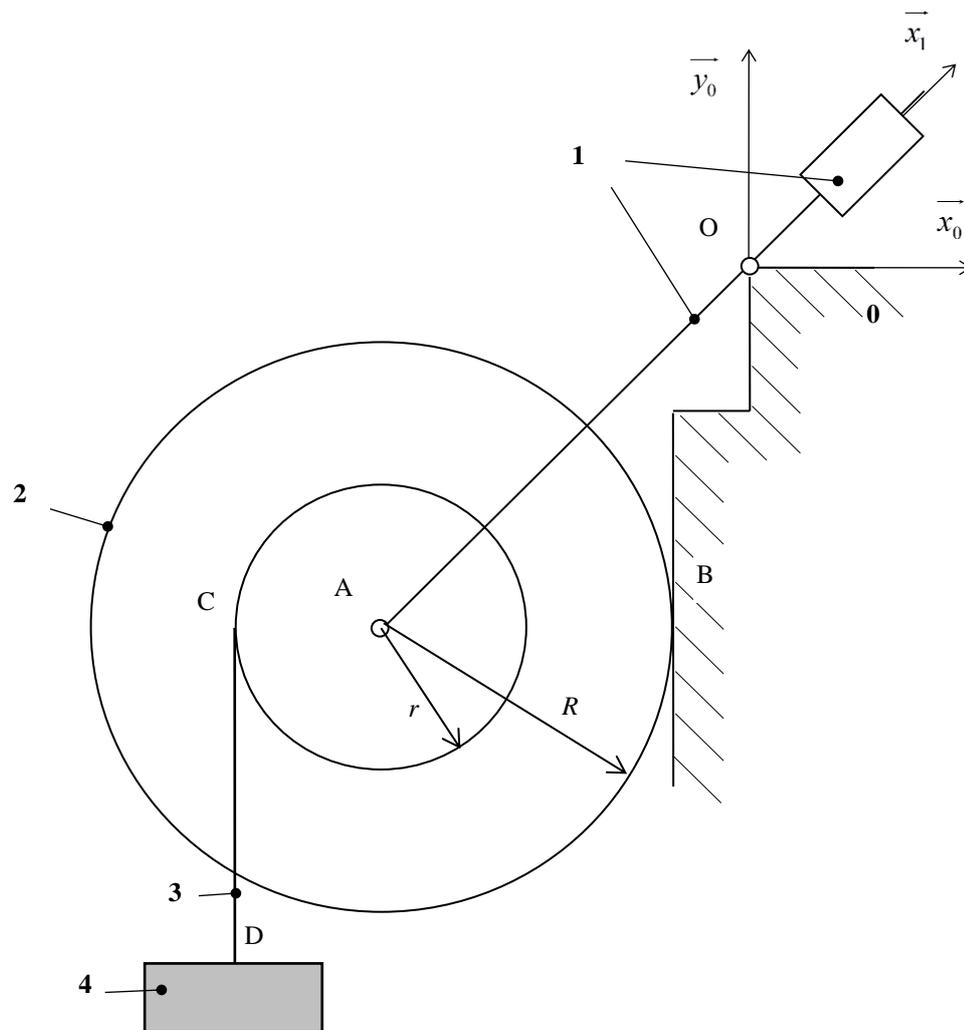
Q1/ tracer le graphe de liaisons de ce système et symboliser dessus les actions de pesanteur.

Q2/ Isoler les masselottes 4 puis le câble 3 pour déterminer l'action du câble 3 sur la poulie 2 en C.

Q3/ Grâce à l'isolement de la barre 1, déterminer le support de l'action de 2 sur 1.

L'action de 0 sur 2 est modélisable par une action normale (dans la direction  $\vec{x}_0$ ) et une action tangentielle créée par le frottement (dans la direction  $\vec{y}_0$ ) appliquées au point B.

Q4/ tracer la direction et le sens de ces 2 actions mécaniques. On notera ces 2 actions  $N_{B0 \rightarrow 2}$  et  $T_{B0 \rightarrow 2}$ . Puis en isolant la poulie 2, exprimer le coefficient de frottement  $f$  en fonction des paramètres de masse et de géométrie.



## Exercice 8 : pèse-lettre

### I. Mise en situation

#### I.1 Intérêt et fonction principale

Nombre de petites entreprises ont besoin d'un pèse-lettre pour gérer les envois postaux liés à leur activité professionnelle. En particulier, cet outil permet de connaître la masse de la lettre ou du colis afin d'en déduire le tarif d'affranchissement. Les balances anciennes utilisaient des principes purement mécaniques. Par exemple, la balance présentée ci-contre est un modèle de 1851. Elle permet la pesée de lettres, épices et autres petites pesées.



Bien que les balances électroniques soient aujourd'hui très répandues, les balances mécaniques conservent l'avantage d'être peu coûteuses et plus fiables (pas de problème de pile et d'étalonnage par exemple).

## I.2 Présentation du mécanisme

Le pèse-lettre étudié, présenté sur la figure ci-contre, est un pèse-lettre à balancier de la marque POSSO.

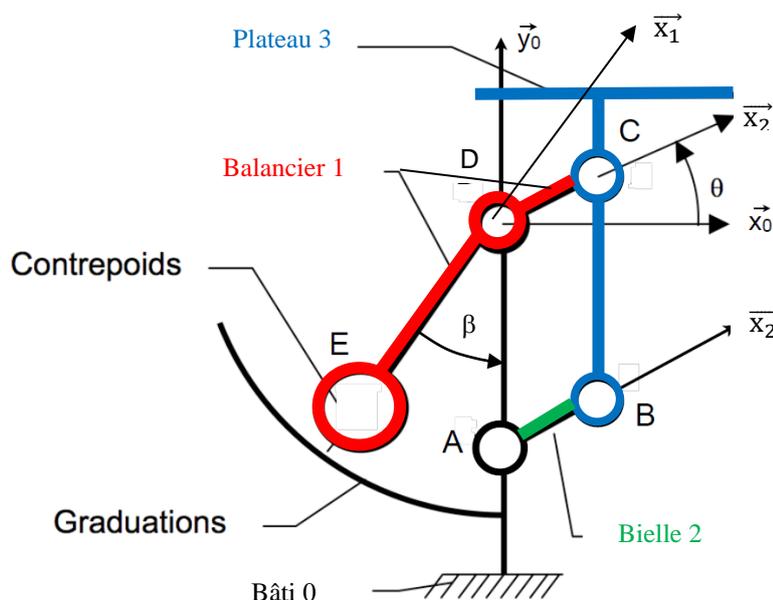
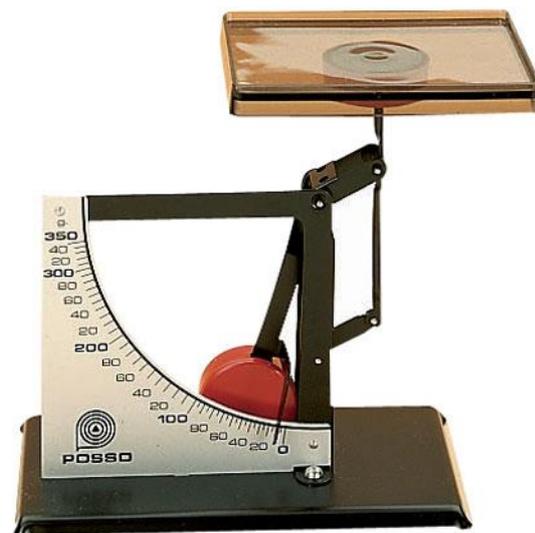
## I.3 Performances et cahier des charges

Le constructeur annonce que son produit permet la pesée de lettres ou petits colis allant jusqu'à 350g.

## I.4 Fonctionnement, modélisation et paramétrage

Les objets à peser sont déposés sur le plateau 3.

Par construction, ABCD est un parallélogramme (voir schéma cinématique ci-dessous) déformable. La descente du plateau sous l'effet du poids des objets posés entraîne en rotation le balancier 1 par rapport au bâti 0 autour de l'axe  $(D, \vec{z}_0)$ . A l'équilibre, un curseur attaché au balancier 1 indique la masse de l'objet pesé par lecture sur la règle circulaire graduée.



L'objectif de cet exercice est de déterminer la relation entre la masse  $m_e$  de l'enveloppe et l'angle  $\theta$  donnant la position décrite par le balancier 1. Cette relation permet de placer les graduations pour la lecture de la masse.

## II. Détermination de la loi de mesure

### II.1 Hypothèses

On supposera l'enveloppe posée exactement au milieu du plateau 3, de sorte que la résultante des actions de la pesanteur sur le plateau 3 et sur l'enveloppe soit portée par la droite verticale (BC).

Les liaisons seront supposées parfaites, le référentiel lié au bâti supposé galiléen.

### II.2 Données

On donne les masses respectives du plateau 3 et du balancier à contrepoids 1 :  $m_3 = 112\text{g}$  et  $m_1 = 132\text{g}$ .

On donne également les grandeurs géométriques suivantes :

$\vec{x}_2 = \frac{\vec{AB}}{\|\vec{AB}\|}$  ;  $\vec{x}_1 = \frac{\vec{ED}}{\|\vec{ED}\|}$  ;  $AB = DC = a = 24\text{ mm}$  ;  $\vec{DG}_1 = -b\vec{x}_1$  avec  $b = 80\text{ mm}$ ,  $G_1$  est le centre de gravité du balancier 1 ;  $\widehat{EDC} = \alpha = 130^\circ$

### II.3 Etude de la balance

- Q1.** Réaliser le graphe de liaisons complet du mécanisme et reporter sur celui-ci les actions mécaniques extérieures qui s'exercent sur chacun des éléments de la balance.
- Q2.** On suppose l'étude plane. Dans quel plan se place-t-on ? Quelle influence cette hypothèse-a-t-elle sur la forme des torseurs d'actions mécaniques ?
- Q3.** En isolant la bielle 2, justifier que l'effort du plateau sur la bielle en B n'admet qu'une composante selon  $\vec{x}_2$ .
- Q4.** Isoler l'ensemble {plateau+enveloppe} et écrire une équation permettant de déterminer l'effort du plateau 3 sur la bielle 2. En déduire le torseur représentant l'action mécanique du plateau 3 sur la bielle 2.
- Q5.** Déterminer la relation entre la masse de l'enveloppe et l'angle  $\theta$ .
- Q6.** Calculer les valeurs de  $\theta$  dans les deux cas extrêmes : lorsque le pèse-lettre n'est pas sollicité ( $m_e = 0$ ) et lorsqu'il est sollicité au maximum du poids annoncé par le constructeur. Vérifier que l'angle  $\beta = (\vec{x}_1; \vec{y}_0)$  est dans l'intervalle  $[0^\circ; 90^\circ]$ .
- Q7.** Quelle est l'influence d'un positionnement sans précaution (non centré) de l'objet à peser sur le plateau 3 ? Justifier alors la structure en parallélogramme déformable choisie par le constructeur.

### Exercice 9 : compacteur Caterpillar

Le compacteur étudié (Caterpillar, modèle 214D) est un compacteur vibrant destiné aux petits travaux de compactage. Pour ce type d'engin, le compactage résulte plus des chocs à fréquence élevée qu'exerce chaque cylindre sur le sol plutôt que de la masse du compacteur. Le schéma cinématique du compacteur est donné sur la figure ci-dessous.

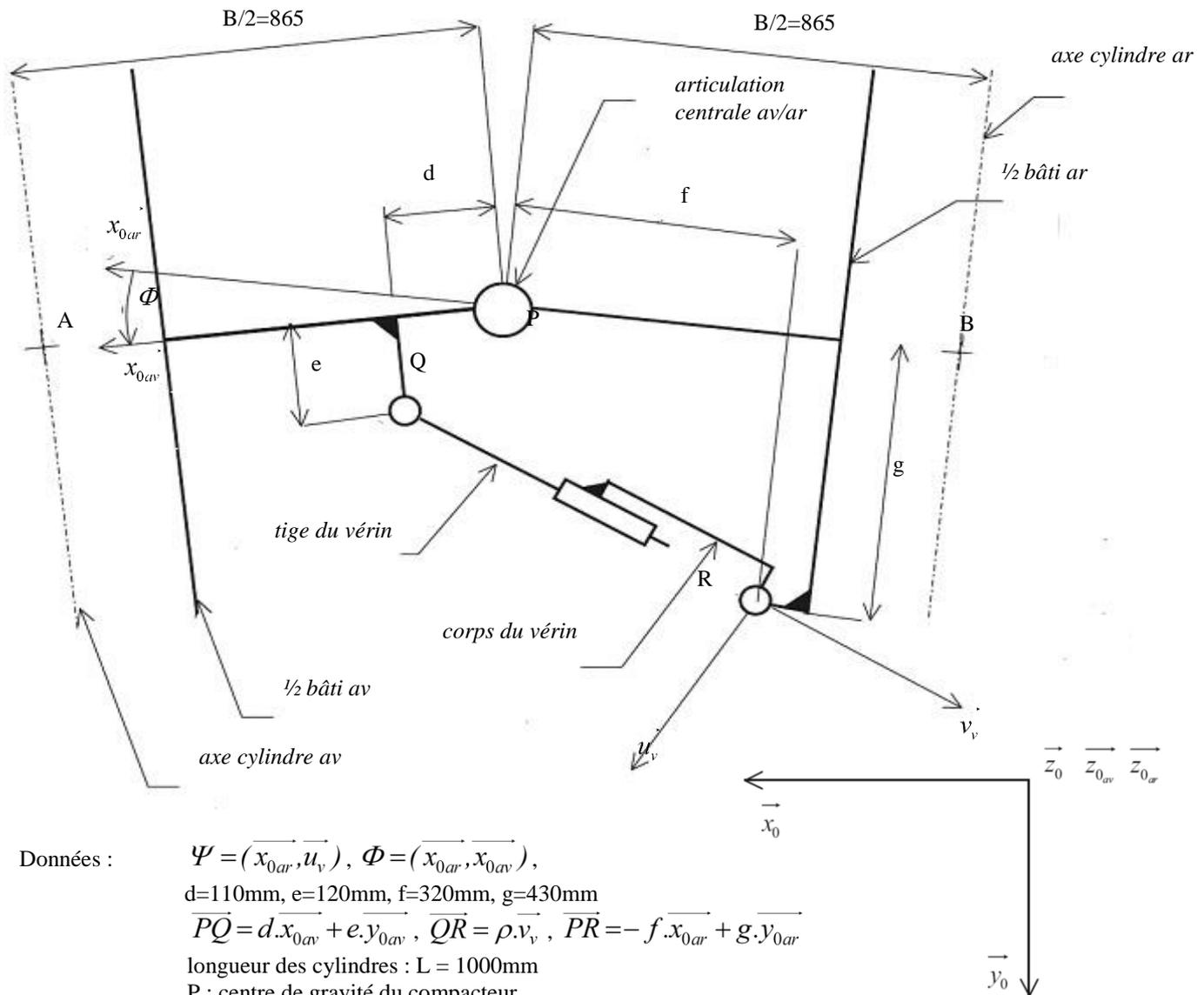
L'avancement du compacteur est obtenu par la mise en rotation d'un des deux cylindres.

L'objet du problème est l'étude des solutions technologiques associées à la fonction « orienter les cylindres ».



La figure ci-dessous représente l'implantation du vérin hydraulique permettant l'orientation du demi-bâti avant par rapport au demi-bâti arrière. On note  $\Phi = (\vec{x}_{0ar}, \vec{x}_{0av})$ , l'angle d'orientation entre le demi-bâti avant et le demi-bâti arrière (donc entre l'axe du cylindre avant et l'axe du cylindre arrière). L'angle  $\phi$  doit être compris entre  $-32^\circ$  et  $+32^\circ$ .

## Schéma cinématique du système d'orientation des cylindres



**Q1-** . En exprimant le vecteur  $\vec{QR}$  dans la base arrière :

- déterminer la relation entre  $\Phi$  et  $\Psi$ ,
- calculer la course  $c$  nécessaire du vérin. Faire l'application numérique.

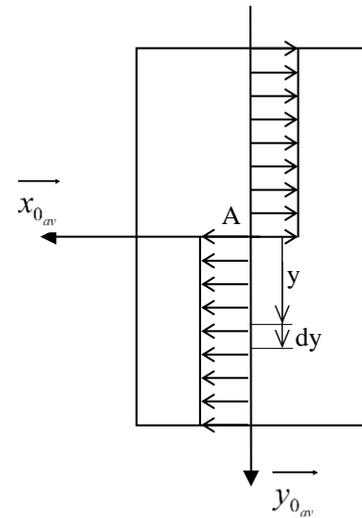
On souhaite connaître le diamètre du vérin. Pour cela on se place dans le cas où les moteurs d'avance et de vibration sont à l'arrêt, le compacteur étant sur un sol **horizontal**, frein désactivé.

Le torseur représentant les efforts exercés par le sol sur le cylindre avant en A, milieu du contact cylindre-sol, au cours du mouvement d'orientation du demi-bât avant par rapport au demi-bât arrière est :

$$T_{\text{sol} \rightarrow \text{cylindre}} = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{M_t \cdot g}{2} & -\frac{\tan \varphi \cdot M_t \cdot g \cdot L}{8} \end{array} \right\}_{(x_{0av}, y_{0av}, z_{0av})}$$

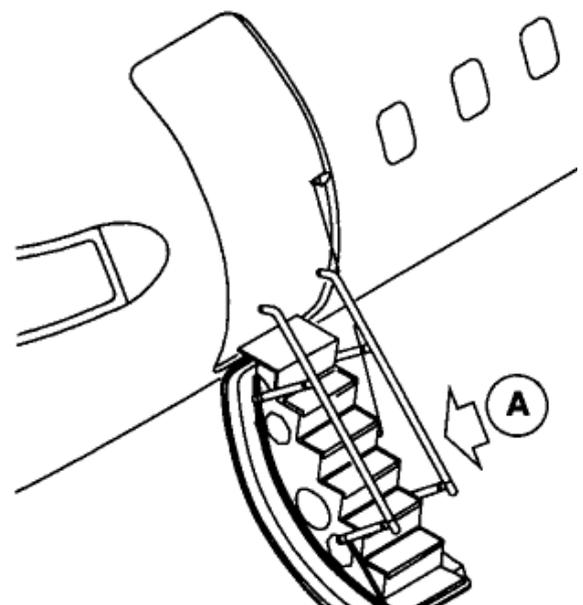
avec  $\vec{z}_{0av}$  vertical ascendant,  $M_t = 2490\text{kg}$  la masse totale du compacteur,  $g$  l'accélération de la pesanteur et  $\tan \varphi = f = 0,3$  le coefficient de frottement au contact sol-cylindre. La pression linéique de contact  $p_0$  entre le cylindre et le sol est supposée constante tout le long du contact et elle vaut  $p_0 = \frac{M_t \cdot g}{2 \cdot L}$ .

Les composantes tangentielles de frottement entre le sol et le cylindre sont représentées sur le schéma ci-contre :



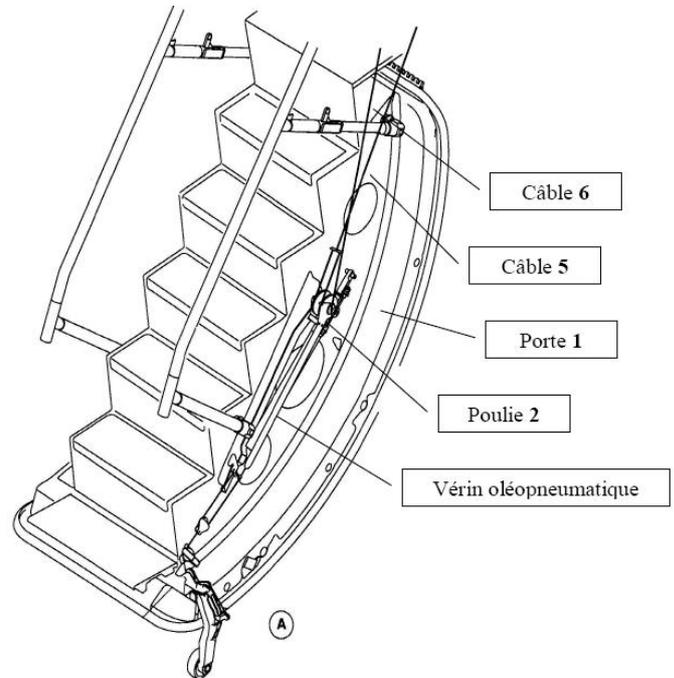
- Q2- Démontrer l'expression du torseur des actions du sol sur le cylindre, en supposant que le contact du cylindre sur le sol est tel que le glissement en A est nul.
- Q3- En isolant le demi-bâti avant, déterminer l'effort maximum nécessaire pour le vérin. Calculer cet effort maximum, en supposant qu'il est obtenu pour  $\phi = -32^\circ$ . Toutes les liaisons (sauf les liaisons des cylindres avec le sol) seront supposées parfaites.
- Q4- Vérifier le choix correct de ce vérin, la pression d'alimentation étant de 40bar et le vérin hydraulique choisi ayant un diamètre de piston  $D_p = 63\text{mm}$  avec un diamètre de tige  $D_t = 28\text{mm}$ .

## Exercice 10 : porte d'avion



Le mécanisme de fermeture de la porte comporte deux parties distinctes et supposées indépendantes :

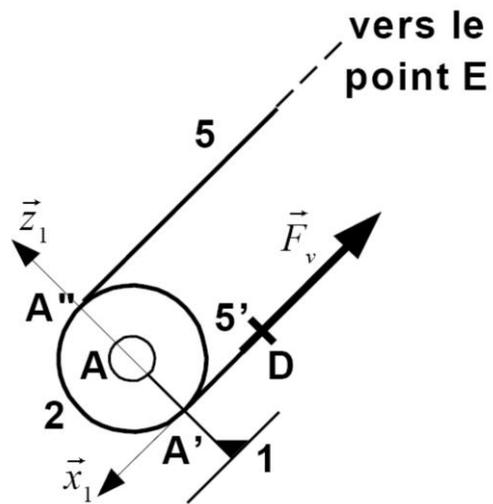
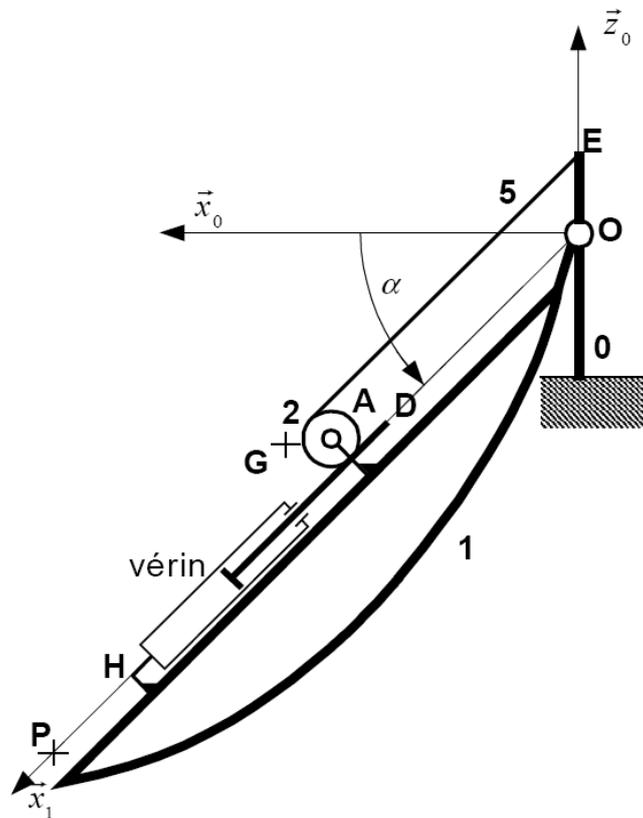
- un mécanisme composé d'un moteur placé dans la porte enroulant un câble (6) permettant à celle-ci de monter. Ce câble est utilisé aussi pour freiner l'ouverture de la porte (non étudié dans ce sujet),
- un mécanisme composé de deux vérins montés de part et d'autre des marches exerçant un effort constant  $F_v$  chacun et d'un système de câble (brins 5 ( $A'E$ ) & 5' ( $A'D$ ) du schéma cinématique ci-dessous) et de poulies de centre A (2). Ils sont utiles pour faciliter la fermeture de la porte et pour ralentir son ouverture. C'est ce mécanisme qui est l'objet de l'étude.



Le schéma cinématique (ci-dessous) modélise partiellement le mécanisme d'ouverture/fermeture de cette porte d'avion. La porte (1) est en liaison pivot parfaite d'axe  $(O, \vec{y}_0)$  avec le châssis (0) de l'avion. Celui-ci est posé et est immobile par rapport à la Terre. On associe donc au châssis (0) un repère galiléen  $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ . Le champ de pesanteur est modélisé par  $\vec{g} = -g \cdot \vec{z}_0$  ( $g = 9.81 \text{ m.s}^{-2}$ ). La porte (1) est de masse  $M$  et son centre d'inertie est le point G. Le repère  $(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  lui est associé. Toutes les autres masses sont négligées. On pose  $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$ .

On définit les constantes suivantes :

$$\vec{OA} = a \cdot \vec{x}_1 + b \cdot \vec{z}_1 \quad \vec{OG} = c \cdot \vec{x}_1 + d \cdot \vec{z}_1 \quad \vec{OH} = h \cdot \vec{x}_1 \quad \vec{OE} = e \cdot \vec{z}_0 \quad \vec{OP} = 2c \cdot \vec{x}_1 \quad \vec{A'A} = \vec{AA''} = b \cdot \vec{z}_1$$



Vue détaillée de la poulie (2) de centre A  
(tige du vérin non représentée)

Schéma cinématique de la porte (1) et du mécanisme associé au vérin oléopneumatique.  
(câble d'assistance (6) non représenté)

Les 2 poulies sont en liaison pivot parfaite avec la porte (1). On modélise l'action d'un vérin oléopneumatique par le torseur suivant :

$$\{F_{\text{tige vérin} \rightarrow \text{cable } 5'}\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{F}_v = -F_v \cdot \vec{x}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_D \quad \text{avec } F_v > 0$$

- La technologie de vérin oléopneumatique (nommés aussi ressorts à gaz Bansbach®) employée permet de supposer  $F_v$  constant sur l'ensemble de sa course quel que soit le sens de celle-ci.
- Le corps du vérin est fixé à la porte (1) au point  $H$ .
- La tige du vérin est fixée au brin de câble (5') au point  $D$ .
- Il n'y a aucune liaison entre la tige du vérin et la poulie (2).

Ce mécanisme est identique de l'autre côté de la porte (l'autre côté des marches). On suppose donc ce mécanisme plan.

Les brins de câble sont considérés comme toujours tendus. Ils sont de masse négligeable devant  $M$ . Leurs liaisons en  $E$  et  $D$  peuvent être considérées comme des rotules. On néglige tout glissement entre les câbles et leurs poulies. Les actions de 5 sur 2 en  $A''$  et de 5' sur 2 en  $A'$  sont modélisables par des glisseurs.

### Etude de la fermeture manuelle de la porte

La fermeture peut être effectuée manuellement : une personne suffit à soulever la porte et à l'accompagner jusqu'à sa complète fermeture. On se propose d'évaluer l'effort  $F_v$  exercé par chaque vérin afin d'aider à la fermeture.

On suppose dans les questions 1 à 4 que seuls les vérins oléopneumatiques fonctionnent (pas d'intervention humaine) et que la porte se ferme à vitesse constante à l'aide uniquement des vérins.

On suppose que les brins de câble (5) et (5') sont des solides indéformables et restent parallèles pendant tout le mouvement et de direction  $\vec{x}_1$ .

*Q1- En appliquant le Principe Fondamental de la Statique successivement à (5), (5') et (2), déterminer le torseur d'effort de (5) sur (2) en fonction de  $F_v$  au point  $A''$ .*

*Q2- En appliquant le Principe Fondamental de la Statique, déterminer les éléments composants le torseur d'inter-efforts en  $A$  de la liaison pivot parfaite d'axe  $(A, \vec{y}_0)$  entre la porte (1) et la poulie (2), en fonction de  $F_v$  et des constantes du système.*

*Q3- Calculer la condition sur l'effort  $F_v$  en fonction de la masse  $M$  de la porte (1) et des constantes du système, pour que la porte se referme seule.*

*Faire l'application numérique dans la position de la porte où  $F_v$  sera maximal.*

*AN :  $M=140 \text{ kg}$  ;  $a = 0,78 \text{ m}$  ;  $b = 0,116 \text{ m}$  ;  $c = 0,86 \text{ m}$  ;  $d = 0,09 \text{ m}$ .*

On suppose maintenant qu'un opérateur aide à la fermeture en exerçant un effort  $F_m$  vertical en  $P$  au démarrage ( $\alpha=45^\circ$ ).

*Q4- Si  $F_v=1935 \text{ N}$ , calculer l'effort  $F_m$  que doit exercer l'opérateur au démarrage de la fermeture.*

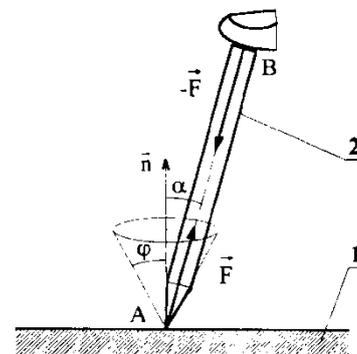
## L'arc-boutement

### Définition

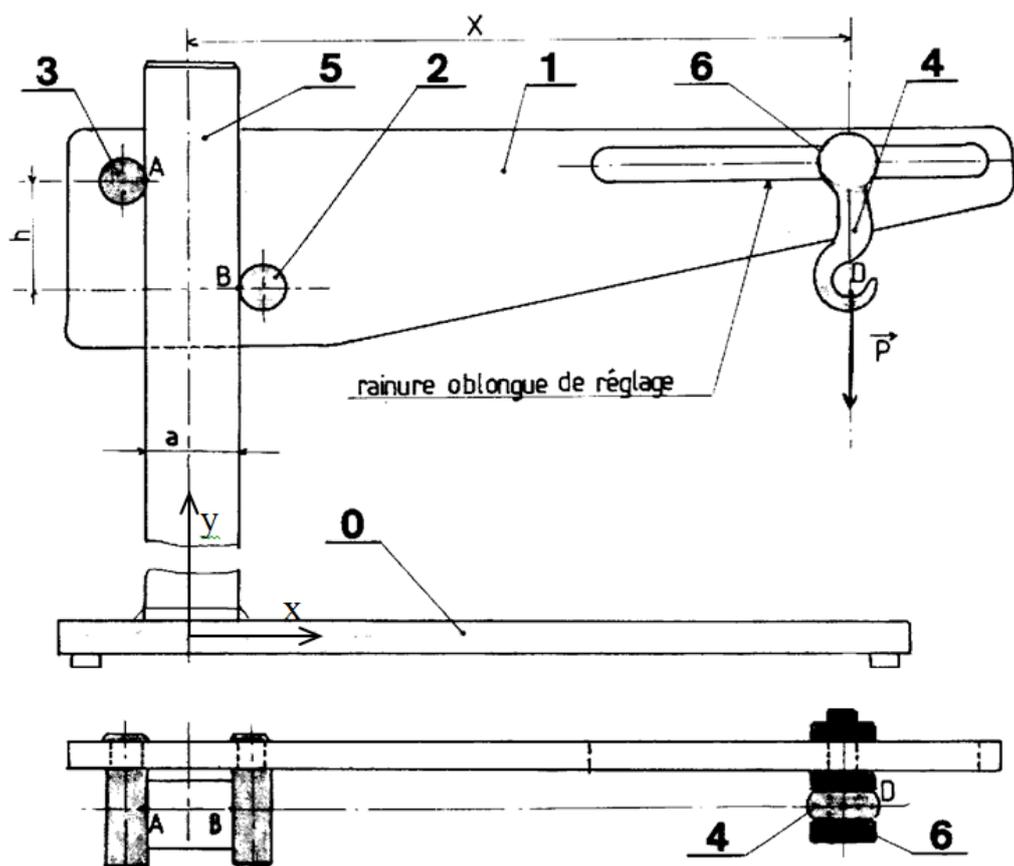
Deux solides **1** et **2** en contact avec frottement sont dits arc-boutés l'un sur l'autre, sous l'effet d'actions mécaniques données, si les deux solides restent immobiles l'un par rapport à l'autre, quelle que soit l'intensité de ces actions mécaniques.

### Exemple

Si l'inclinaison  $\alpha$  de l'axe du crayon reste strictement inférieure à l'angle de frottement  $\varphi$  entre la mine et la table, alors la mine du crayon ne glissera pas sur la table, quelle que soit l'intensité  $F$  de la force exercée par le doigt.



### Exercice 11 : dispositif expérimental



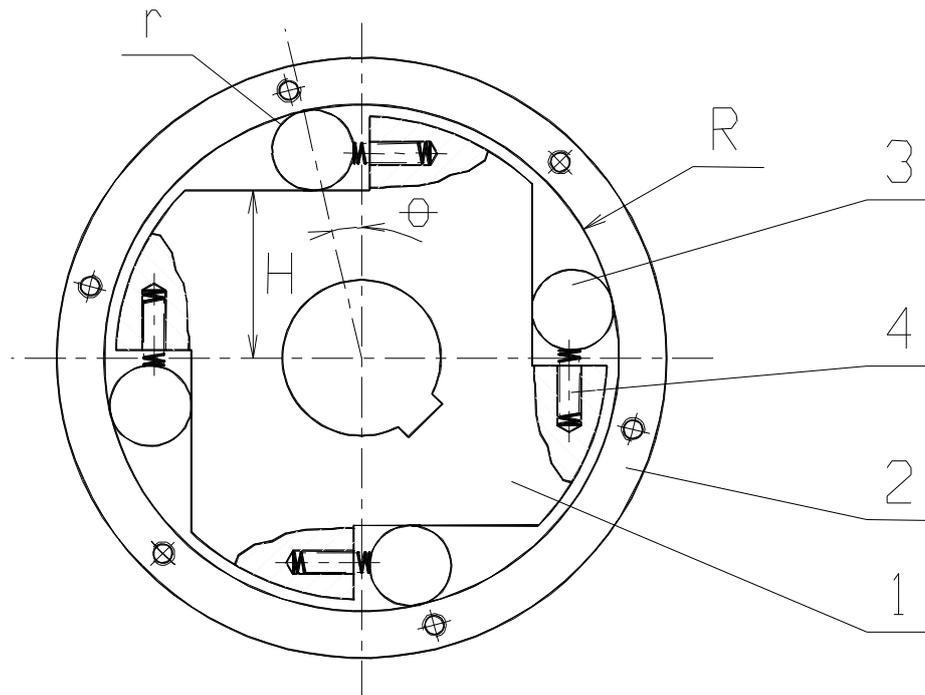
Le dispositif ci-contre permet d'étudier expérimentalement le phénomène d'arc-boutement.

La tige **5** (de diamètre  $a$ ) est solidaire d'un support horizontal **0**. Le bras **1** prend appui sur la tige **5** par l'intermédiaire de deux tiges **2** et **3** en A et B (distants de  $h$  selon l'axe  $y$ ). La position du crochet **4** sur le bras **1** est réglable (distance  $x$ ). Une masse de poids  $P$  est suspendue au crochet. Les masses des autres pièces sont négligées. On note  $f$  le coefficient de frottement en A et B.

Le problème est supposé plan.

*Déterminer pour quelles valeurs de  $x$  le système est stable (pas de glissement entre  $\{1, 2, 3, 4, 6\}$  et  $5$ ). Pourquoi y a-t-il alors arc-boutement?*

## Exercice 12 : roue libre



La roue libre est un organe de transmission qui a pour but de ne transmettre un couple que dans un seul sens de rotation. Elle est composée d'un tambour **2** et d'un noyau **1** entre lesquels sont insérés des rouleaux **3**.

Soit  $f = \tan \varphi$ , le coefficient de frottement au contact rouleaux **3** / tambour **2** et rouleaux **3** / noyau **1**.

Lorsque **1** tourne dans le sens horaire par rapport à **2**, les rouleaux bloquent le mécanisme, ce qui permet de transmettre un couple. On parle d'arc-boutement.

Dans l'autre sens de rotation, les rouleaux autorisent le mouvement de **1** / **2**.

*Quelle relation entre les différents paramètres ( $R, r, H, \varphi$ ) pouvons-nous écrire à la limite du glissement ?*