

# DS N°5

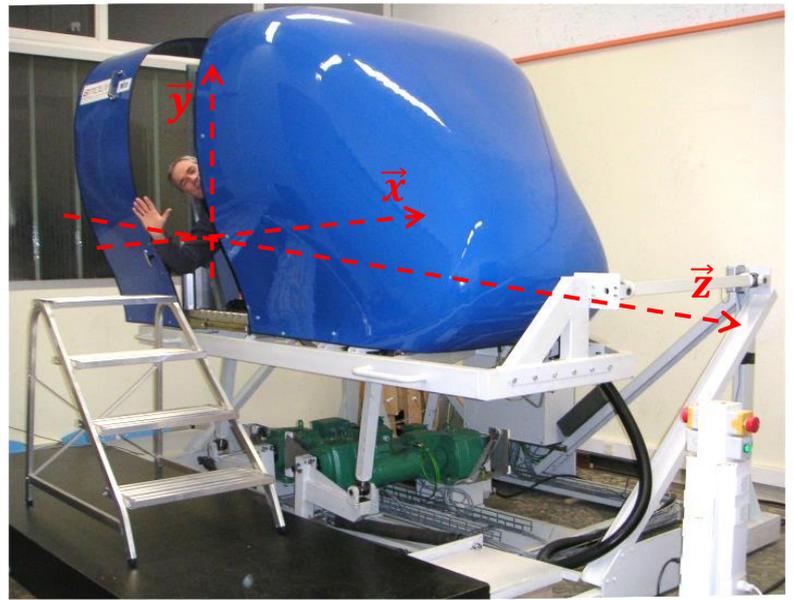
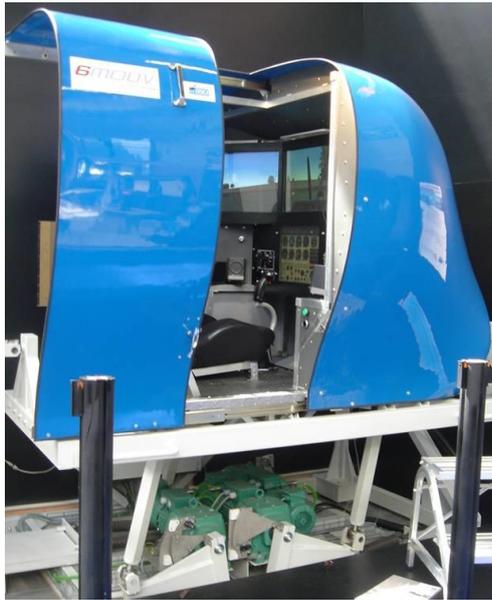
Aucun document autorisé

Calculatrices autorisées

Durée : 3 heures

Le devoir comporte deux problèmes extraits de sujets de concours. La partie 6 du problème N°1 est indépendante.

## Problème N°1 : simulateur de vol « Fly-ho » (extrait ICNA 2012)



### 1. Contexte

L'apprentissage du pilotage ou la qualification des pilotes sur un nouveau type d'appareil requiert de nombreuses heures de formation « en situation ». À cet effet, le simulateur de vol se substitue avantageusement au vol réel, tant au niveau du coût de la formation que de l'étendue des situations qui peuvent être reproduites en toute sécurité. Dans un simulateur, le pilote est isolé du monde extérieur et perçoit uniquement les informations que le simulateur lui communique.

Pour donner la sensation au pilote qu'il est dans un avion réel, le simulateur agit sur les **trois aspects** suivants.

1. Donner une vue de l'extérieur qui est le résultat de la simulation de vol. Ce résultat est visualisé sur des écrans.
2. Faire subir au pilote les effets de l'accélération. Cette accélération est perçue par le système vestibulaire humain (cavité de l'oreille interne).
3. La sonorisation reproduit exactement les bruits perçus dans le cockpit (bruit de moteur, bruit de l'air...).

La cinématique des simulateurs les plus complets est basée sur un hexapode (ou plate-forme de Stewart) doté de six axes. Ces simulateurs permettent de reproduire :

- les mouvements angulaires de roulis, tangage et lacet ;
- les déplacements longitudinal, transversal et vertical.

Une solution moins coûteuse consiste à n'installer que trois axes, de façon à ne reproduire que les mouvements principaux de l'avion : roulis (rotation autour de l'axe  $\vec{z}$ ), tangage (rotation autour de l'axe  $\vec{x}$ ) et déplacement vertical (translation suivant  $\vec{y}$ ).

**C'est le principe du simulateur FLY-HO de la société 6mouv, support de ce problème.**

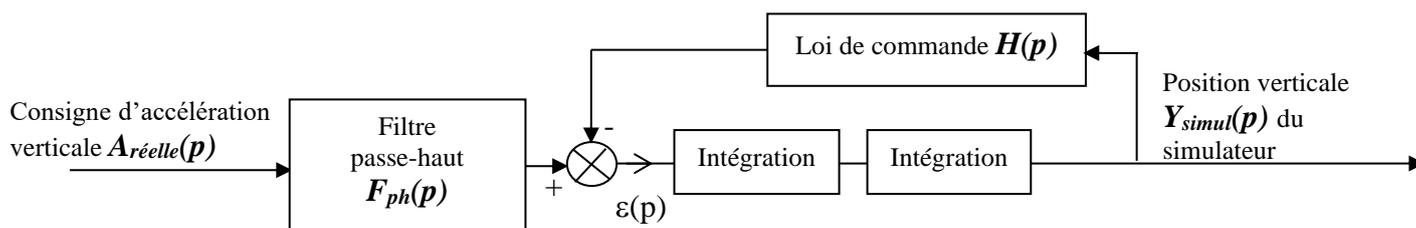
## 2. Structure de l'asservissement du déplacement vertical

En translation verticale, le simulateur doit être capable de reproduire des accélérations verticales transitoires pendant une fraction de seconde. Au-delà c'est le système de vision avec les écrans qui prend le relais et fait percevoir au pilote les mouvements de l'avion.

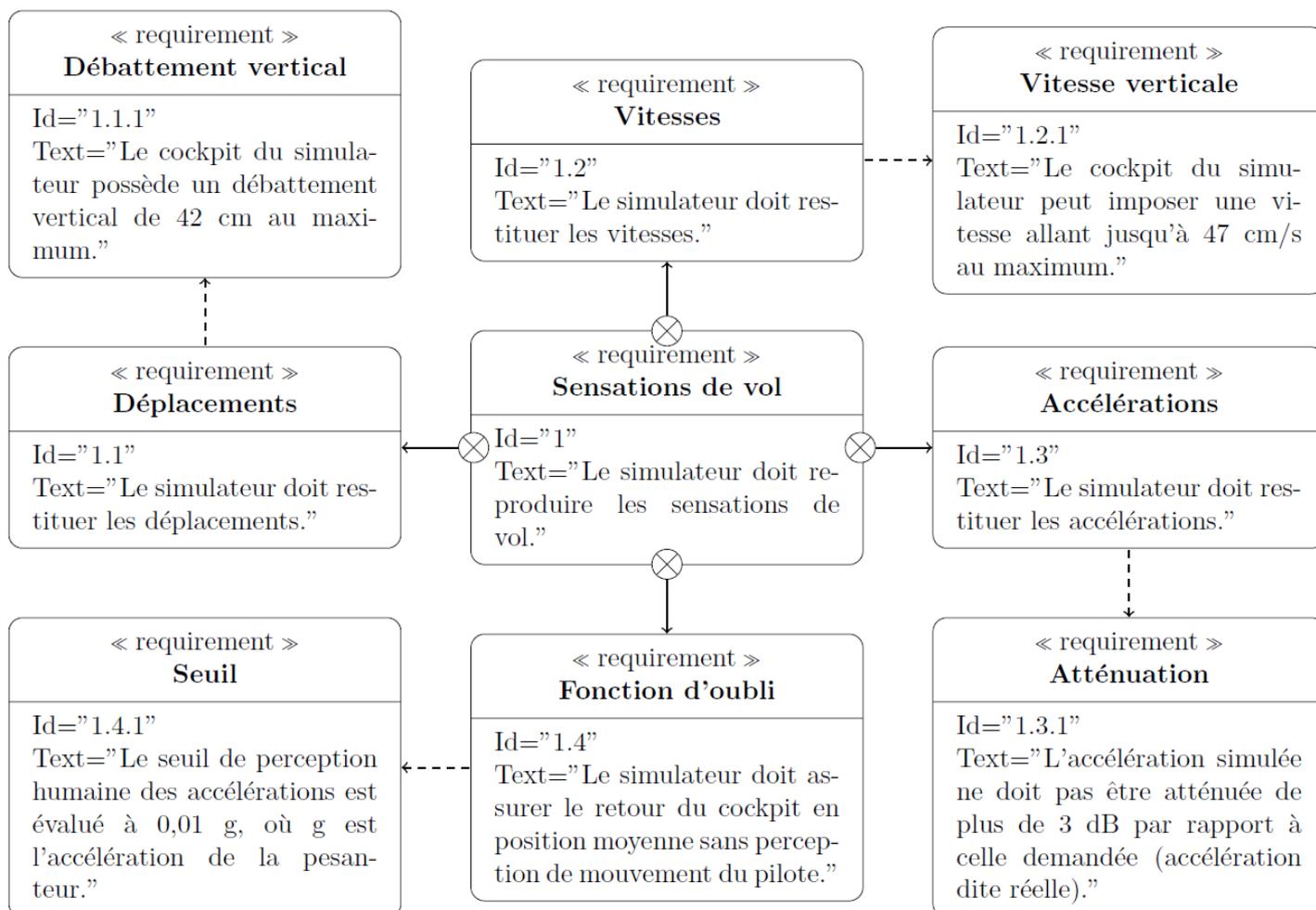
La commande du simulateur est constituée :

- d'un filtre passe-haut pour conserver la capacité de simuler des variations d'accélérations verticales rapides (comme les chocs lors du roulage sur terrain irrégulier en herbe par exemple) ;
- d'une loi de commande qui réalise la fonction « d'oubli » et qui permet d'assurer le retour du simulateur vers sa position moyenne ( $y_{simul} = 0$ ). Cette fonction doit être réalisée sans que le pilote ne s'en aperçoive, c'est-à-dire sous le seuil de perception des récepteurs sensoriels humains (oreille interne principalement).

Le schéma-bloc de la commande en position verticale ci-dessous reproduit ce principe.



## 3. Performances attendues



Extrait du diagramme des exigences

**Objectif :** Valider la structure d'asservissement du simulateur Fly-Ho vis-à-vis de ces exigences dans deux phases d'utilisation. Vol avec turbulences (partie 4) et décollage de l'avion (partie 5).

## 4. Étude d'une accélération verticale due à une turbulence

**Q1-** Justifier la présence d'une double intégration dans la chaîne d'action puis l'expression de la fonction de transfert  $I(p) = \frac{Y_{\text{simul}}(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{1}{p^2}$  où  $\varepsilon(p)$  est la sortie du comparateur.

### 4.1. Validation du retour à la position moyenne

#### 4.1.1. Étude du filtre passe-haut

Le tracé du diagramme de Bode en gain du filtre passe-haut  $F_{\text{ph}}(j\omega)$  est représenté sur le document réponses.

**Q2-** a) Rappeler le tracé asymptotique et l'allure du tracé réel des diagrammes de Bode d'un système du premier ordre de fonction de transfert harmonique  $H(j\omega) = \frac{K}{1+\tau j\omega}$ . Préciser les points particuliers.

b) Par l'étude asymptotique de la fonction de transfert harmonique  $F_{\text{ph}}(j\omega)$ , justifier que la fonction de transfert  $F_{\text{ph}}(p)$  peut s'écrire sous la forme  $F_{\text{ph}}(p) = \frac{\tau p}{1+\tau p}$ . Déterminer, par lecture graphique, la valeur de la constante de temps  $\tau$ . Annoter la figure du document réponses.

#### 4.1.2. Simulation du modèle

La loi de commande du simulateur est de la forme  $H(p) = 1 + Tp$ .

**Q3-** Déterminer l'expression de la **Fonction de Transfert en Boucle Fermée**  $FTBF(p) = \frac{Y_{\text{simul}}(p)}{A_{\text{réelle}}(p)}$  en fonction de  $T$ ,  $\tau$  et  $p$ . Préciser la forme canonique.

Le cas dimensionnant du simulateur correspond à la restitution des sensations lors d'un **échelon** d'accélération d'amplitude  $a_0 = 4 \text{ m/s}^2$ .

**Q4-** a) Déterminer l'expression de  $Y_{\text{simul}}(p)$  en réponse à cette sollicitation.

b) En utilisant le théorème de la valeur finale, vérifier que la loi de commande choisie permet bien d'assurer le retour du simulateur vers sa position moyenne.

## 4.2. Validation des exigences de perception des accélérations, débattement et vitesse

### 4.2.1. Modèle simplifié

Afin de déterminer le déplacement vertical maximum du simulateur, la **Fonction de Transfert en Boucle Fermée** doit être simplifiée. Pour une première étude approchée, on prendra pour la fonction de transfert de la loi de commande  $T = 2 \text{ s}$ .

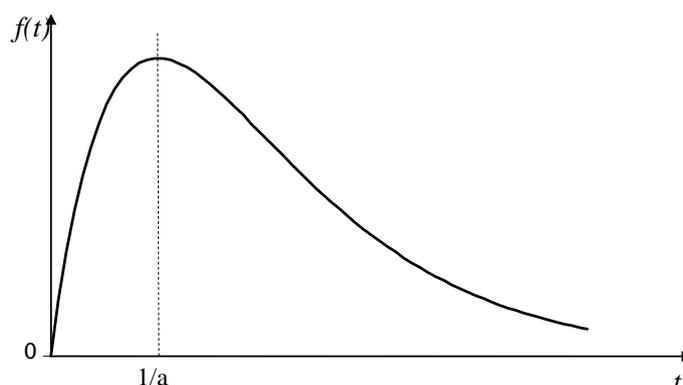
Ainsi, on obtient :  $\frac{Y_{\text{simul}}(p)}{A_{\text{réelle}}(p)} = \frac{0,25p}{(1+0,25p)(1+p)^2}$  qui présente 2 pôles (racines du dénominateur) : -4 et -1.

Cette fonction de transfert peut être simplifiée en ne conservant que son pôle dominant, à savoir -1 :

$$\frac{Y_{\text{simul}}(p)}{A_{\text{réelle}}(p)} \approx \frac{0,25p}{(1+p)^2}$$

On rappelle ci-contre le tracé de la fonction  $f(t) = te^{-a t} u(t)$  ( $u(t)$  : fonction existence, aussi nommée échelon unitaire)

et sa transformée de Laplace  $F(p) = \frac{1}{(p+a)^2}$ .



**Q5 -** À partir de l'expression simplifiée de la fonction de transfert, déterminer l'expression de  $y_{\text{simul}}(t)$  en réponse à la sollicitation en échelon d'accélération d'amplitude  $a_0 = 4 \text{ m/s}^2$ .

- Q6-** Déterminer la valeur du déplacement vertical maximum du simulateur  $y_{\max}$  et sa vitesse maximale  $\dot{y}_{\max}$ . Ces deux valeurs sont-elles compatibles avec les exigences du simulateur ?

#### 4.2.2. Modèle complet

Une simulation du modèle non simplifié est réalisée. Les figures obtenues sont données sur le document réponses.

- Q7-** a) Les exigences de débattement vertical et de vitesse verticale sont-elles respectées ? Annoter les figures du document réponses.  
b) Repérer la phase de retour en position moyenne. L'exigence de seuil de perception des accélérations est-elle validée ?

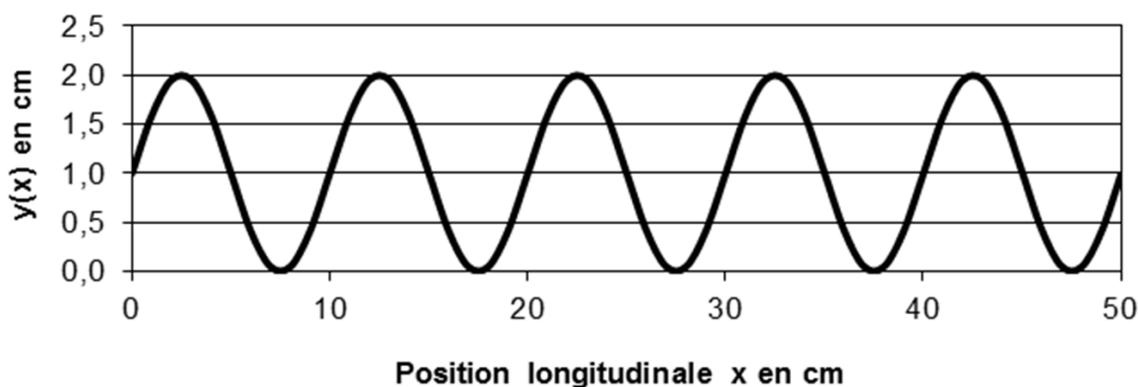
La fonction de transfert en accélération est de la forme  $\frac{A_{ressentie}(p)}{A_{consigne}(p)} = \frac{0,25 p^3}{(1+0,25 p)(1+T p+p^2)}$  et, en retenant les pôles dominants, cette fonction devient  $\frac{A_{ressentie}(p)}{A_{consigne}(p)} = \frac{0,25 p^3}{(1+T p+p^2)}$ .

- Q8-** a) Pour un système du second ordre, donner l'inégalité faisant intervenir le facteur d'amortissement et permettant d'assurer qu'aucun dépassement n'apparaîtra sur sa réponse indicielle.  
b) Par analogie avec un système du second ordre, en déduire le sens de variation de  $T$  qui permette de respecter le seuil de perception de l'accélération pendant la phase de retour en position moyenne.

### 5. Étude du roulage sur une piste en herbe lors d'un décollage

Lors du roulage sur une piste en herbe, outre l'effet de l'accélération longitudinale, le simulateur doit aussi reproduire les accélérations verticales causées par les irrégularités du terrain.

Le profil de la piste est supposé constitué de bosses de 2 cm régulièrement espacées de 10 cm que l'on peut modéliser par le profil sinusoïdal suivant :



#### 5.1. Condition sur la vitesse vis-à-vis du seuil de perception des accélérations

- Q9-** a) Par lecture de la courbe, exprimer le déplacement vertical  $y(x)$  en fonction de la position longitudinale  $x$  de l'avion sur la piste. (Attention à la valeur moyenne...et aux unités)  
b) En déduire l'expression  $y(t)$  du déplacement vertical en fonction du temps lorsque l'avion se déplace à la vitesse constante  $V$ .  
c) Montrer alors que l'accélération verticale générée s'écrit  $a_{réelle}(t) = \ddot{y}(t) = a_1 \sin(\omega t + \pi)$  avec  $a_1 = (2\pi V)^2$  et  $\omega = 20\pi V$ .

- Q10-** En déduire la valeur minimale  $V_{\min}$  de la vitesse de l'avion au-delà de laquelle l'amplitude d'accélération  $a_1$  est supérieure au seuil de perception de l'accélération. On prendra  $g \approx 10 \text{ m/s}^2$ . Conclure.

## 5.2. Validation de l'exigence d'atténuation

On supposera dans la suite du sujet que la fonction de transfert du simulateur suivant l'axe vertical est :

$$\frac{Y_{\text{simul}}(p)}{A_{\text{réelle}}(p)} = \frac{p}{(p+4)(p+1)^2}$$

**Q11-** Justifier l'expression de la fonction de transfert en accélération du simulateur  $\frac{A_{\text{simulée}}(p)}{A_{\text{réelle}}(p)} = \frac{p^3}{(p+4)(p+1)^2}$ ,

Justifier et tracer sur le document réponses les diagrammes asymptotiques de Bode (gain et phase) de la fonction de transfert harmonique associée. Préciser les valeurs du gain en dB aux différents points de cassure du diagramme de gain.

**Q12-** a) Déterminer à partir de quelle pulsation  $\omega_{3\text{dB}}$  les accélérations dues aux irrégularités de la piste sont restituées correctement, au sens du diagramme des exigences.

b) En déduire la vitesse  $V_{3\text{dB}}$  de l'avion associée et vérifier qu'à cette vitesse les accélérations sont effectivement ressenties par le pilote.

## 5.3. Validation de l'exigence de déplacement vertical

**Q13-** a) Justifier que le diagramme asymptotique de Bode de  $\frac{Y_{\text{simul}}(p)}{Y_{\text{réelle}}(p)}$  est identique à celui de  $\frac{A_{\text{simulée}}(p)}{A_{\text{réelle}}(p)}$ .

b) Rappeler la relation entre l'amplitude de sortie  $Y_{\text{simul}}$ , celle d'entrée  $Y_{\text{réelle}}$  et le gain en décibel  $G_{\text{dB}}(\omega)$ .

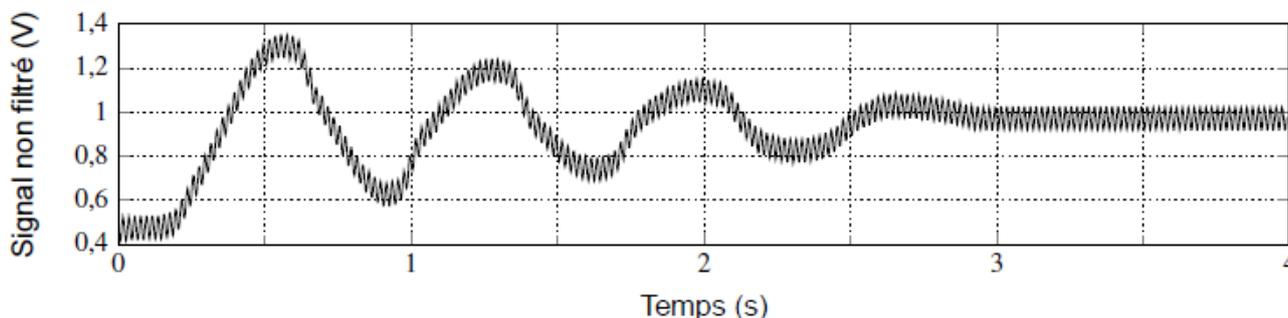
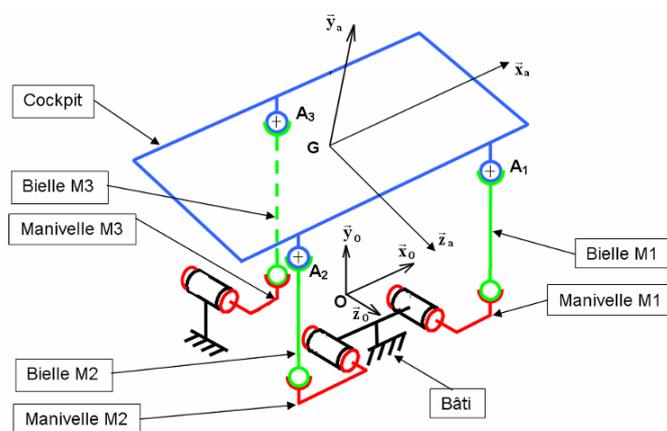
c) On se place dans le cas le plus défavorable d'une amplitude d'entrée  $Y_{\text{réelle}} = 10$  cm. Justifier que le déplacement vertical du simulateur est réalisable dans toute la plage de vitesse de  $V_{\text{min}} = 0$  km/h à  $V_{\text{max}} = 120$  km/h, vitesse au décollage.

## 6. Mesure du déplacement vertical.

La mesure du déplacement vertical du simulateur nécessaire au bouclage de la commande, se fait par des potentiomètres angulaires placés sur les axes des liaisons pivots composant la structure mécanique (figure ci-contre). Les lois géométriques permettent à partir de ces mesures de retrouver par le calcul le déplacement vertical du simulateur.

Comme c'est systématiquement le cas, l'information électrique émanant des capteurs doit être filtrée pour réduire les bruits de mesure et conditionner le signal récupéré.

On propose d'étudier deux types de filtre permettant de réaliser ce conditionnement. Par moyenne glissante et par filtre passe-bas du 1<sup>er</sup> ordre.



Résultat brut de mesure d'un potentiomètre

### Notations et hypothèses

- les tensions filtrées  $u_i^f$  sont stockées dans un tableau numpy de longueur  $N$ , noté `uf` :  
`uf=np.array([uf0,uf1,...])` ;
- les instants  $t_i$  sont stockés dans un tableau numpy de longueur  $N$ , noté `temps` :  
`temps=np.array([t0,t1,...])`.

#### 6.1. Filtrage par moyenne glissante

Cette méthode consiste à prendre la moyenne des mesures précédentes.  $n$  est le nombre de mesures utilisées pour calculer la moyenne. Il est appelé ordre de la moyenne glissante. La moyenne glissante s'obtient alors par :

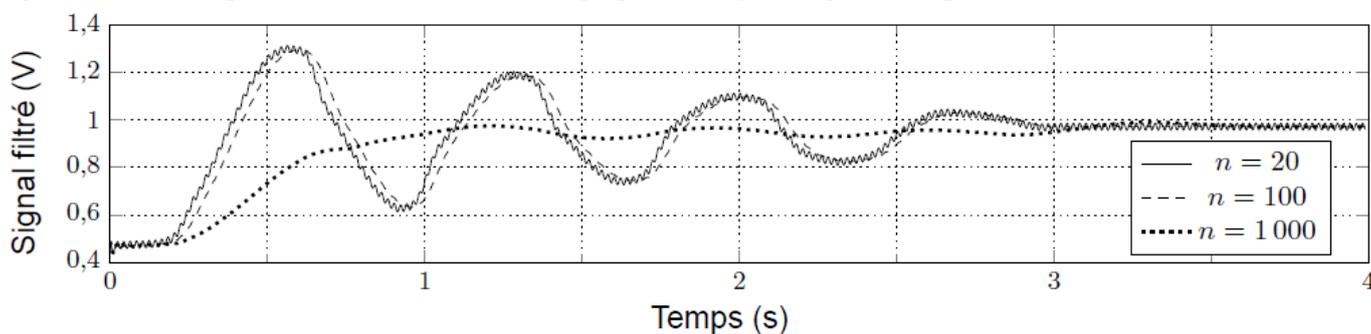
$$\text{si } i < n - 1, u_i^f = \sum_{k=0}^{k=i} \frac{u_k}{i+1} \quad \text{ou} \quad \text{si } i \geq n - 1, u_i^f = \sum_{k=i-n+1}^{k=i} \frac{u_k}{n}.$$

**Q14.** Reproduire et compléter le tableau ci-contre en utilisant la méthode de la moyenne glissante pour  $n = 3$  avec le tableau  $u$  donné contenant 5 éléments.

$i$	0	1	2	3	4
$u_i$	-2	0	-1	2,5	3
$u_i^f$					

**Q15.** Donner le script de la fonction `filtre_mg(u,n)` qui prend pour argument  $u$ , un tableau de mesures à filtrer et  $n$  l'ordre de la moyenne glissante et renvoie un tableau de mesures filtrées par cette méthode.

La figure ci-dessous présente le résultat du filtrage par la moyenne glissante pour différentes valeurs de  $n$ .



Signal filtré par la méthode de la moyenne glissante pour différents ordres

**Q16.** Quelle est l'influence de l'ordre  $n$  sur la qualité du filtrage ?

#### 6.2. Filtrage par 1<sup>er</sup> ordre

Dans le cas d'un filtrage par filtre passe-bas d'ordre 1, cette méthode revient à résoudre l'équation différentielle suivante :

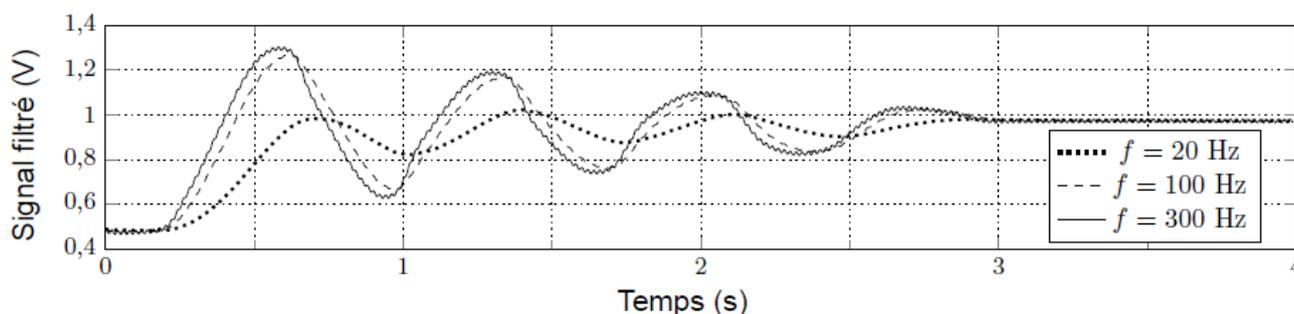
$$\tau \frac{du_f(t)}{dt} + u_f(t) = u(t)$$

Où  $f = \frac{1}{2\pi\tau}$  est la fréquence de coupure,  $u(t)$  est le signal à filtrer,  $u_f(t)$  le signal filtré et  $t$  le temps.

**Q17.** Donner l'expression de  $u_{i+1}^f$  en fonction de  $u_i^f$ ,  $u_i$ ,  $t_{i+1}$ ,  $t_i$  et de  $\tau$  en utilisant la méthode d'Euler explicite. Proposer une valeur pour  $u_0^f$ .

**Q18.** Donner le script de la fonction `filtre_pb1(u,temps,f)` qui prend pour argument un tableau `u` des mesures à filtrer, un tableau `temps`, de même dimension, représentant le temps et `f` la fréquence de coupure du filtre passe-bas et qui renvoie un tableau des mesures filtrées par cette méthode.

La figure suivante présente le résultat du filtrage passe-bas pour différentes valeurs de  $f$ .

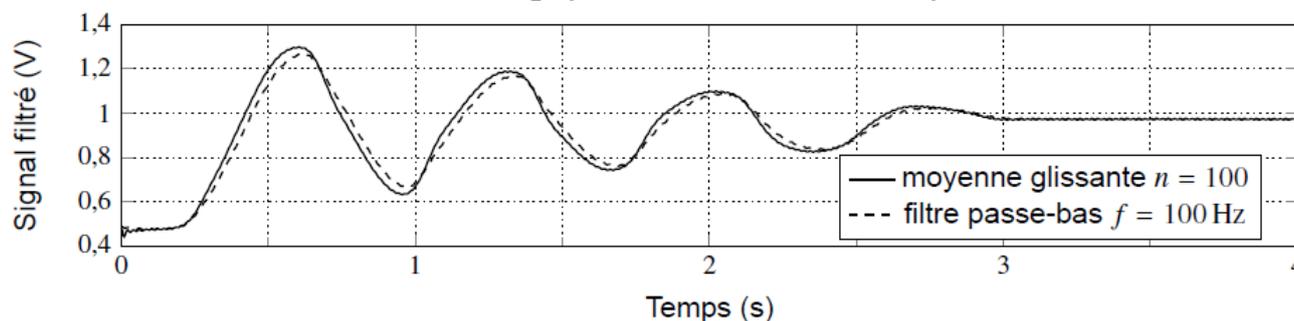


Signal filtré par un filtre passe-bas pour différentes fréquences de coupure

**Q19.** Quelle est l'influence de la fréquence de coupure  $f$  sur la qualité du filtrage ? Comment procéderiez-vous pour la choisir ?

### 6.3. Comparaison des méthodes

La figure ci-dessous montre le résultat du filtrage par les deux méthodes vues précédemment.



Signal filtré par les deux méthodes

**Q20. (Question bonus)** Comparer la complexité temporelle asymptotique des deux méthodes.

**Q21. (Question bonus)** Donner le script de la fonction `filtre_pb2(u,temps,f)` qui renvoie un tableau des mesures filtrées par l'utilisation d'un filtre passe bas du deuxième ordre. Expliquer le choix des paramètres de la fonction de transfert associée ainsi que son intérêt par rapport à un 1<sup>er</sup> ordre.

## Problème N°2: véhicule auto-balance de type Segway (extrait Centrale PSI 2005)



Le support de l'étude est le véhicule auto balancé Segway<sup>®</sup>. Il s'agit d'un moyen de transport motorisé qui permet de se déplacer en ville. En termes de prestations, il est moins rapide qu'une voiture ou qu'un scooter, plus maniable, plus écologique, moins encombrant et nettement plus moderne.

La conduite du Segway<sup>®</sup> se fait alors par inclinaison du corps vers l'avant ou vers l'arrière, afin d'accélérer ou freiner le mouvement (comme pour la marche à pied dans laquelle le piéton s'incline vers l'avant pour débiter le mouvement). Les virages à droite et à gauche sont quant à eux commandés par la rotation de la poignée directionnelle située sur la droite du guidon.

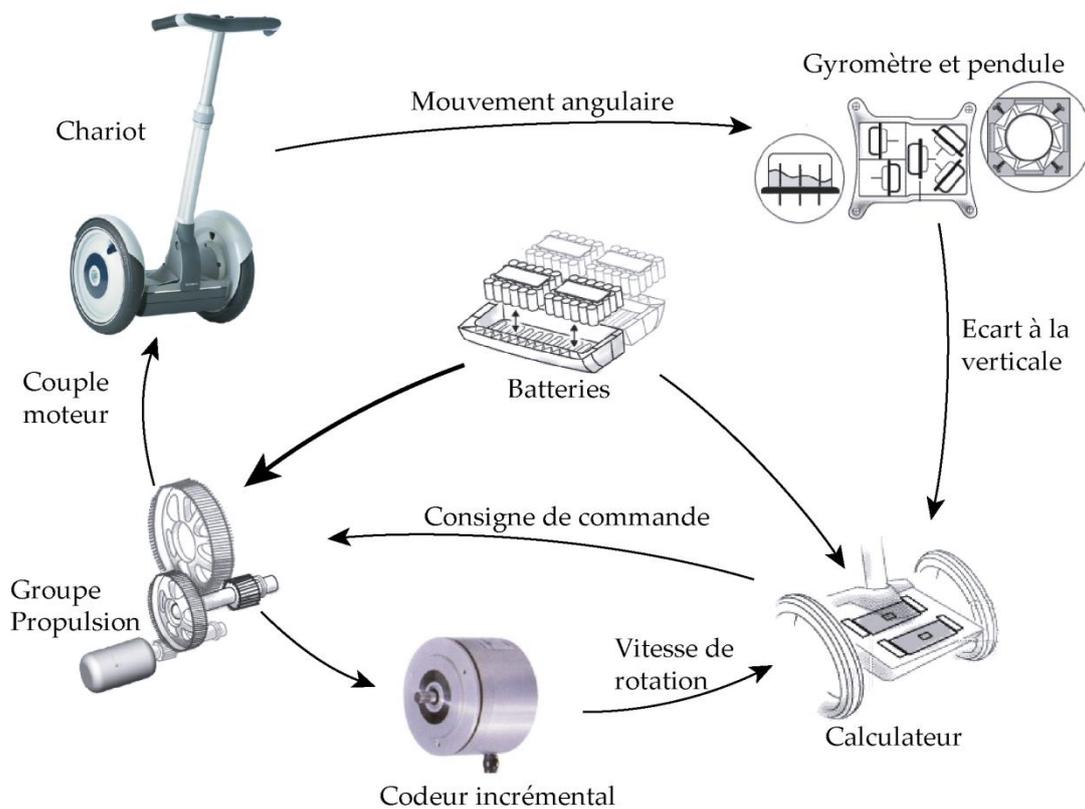
La spécificité de ce véhicule est d'avoir deux roues qui ont le même axe de rotation, avec son centre de gravité situé au-dessus de l'axe commun des roues, si bien qu'on se demande comment rester à l'équilibre une fois monté sur la plateforme. Tout comme le cerveau permet à l'homme de tenir debout sans tomber grâce à l'oreille interne, le système comporte un dispositif d'asservissement d'inclinaison, maintenant la plateforme du véhicule à l'horizontale ou encore la barre d'appui, supposée orthogonale à cette plateforme, à la verticale.

Le Segway<sup>®</sup> comporte à cet effet des capteurs et des microprocesseurs transmettant des consignes aux deux moteurs électriques équipant les deux roues.

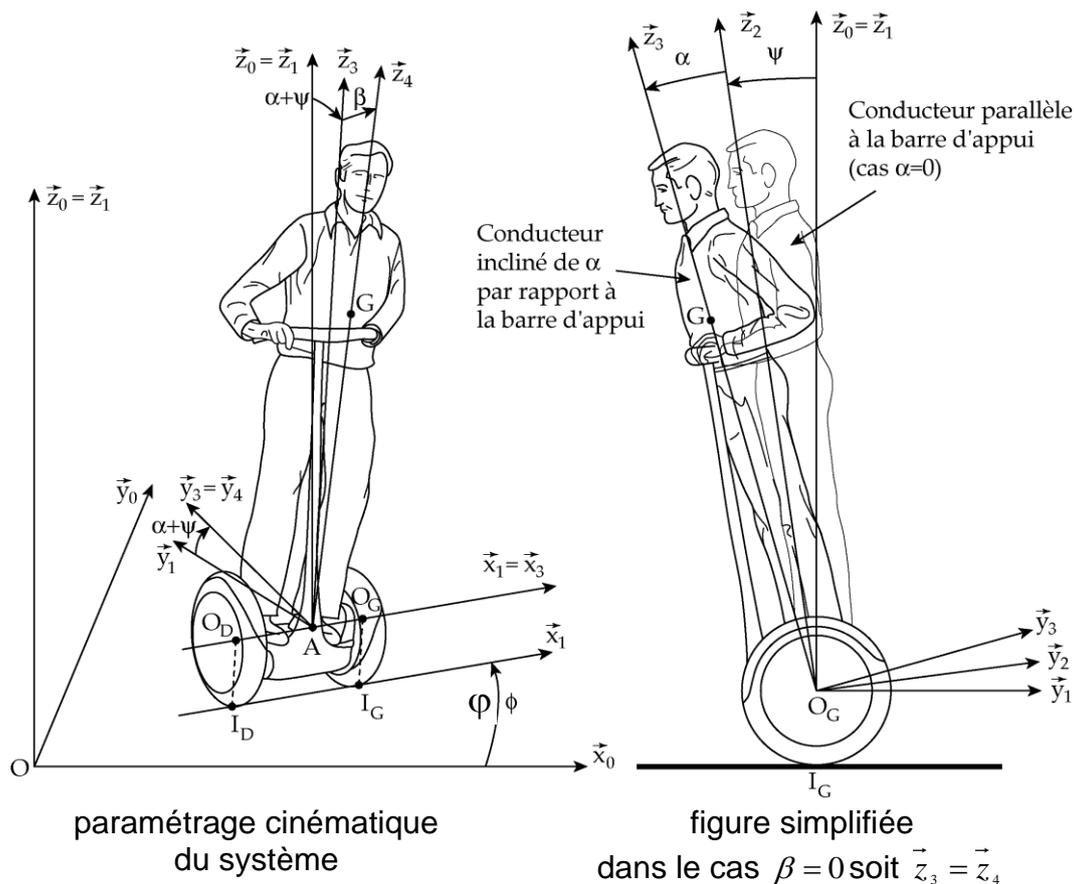
Le diagramme des interacteurs du Segway<sup>®</sup> précise les fonctions assurées par le système.

On propose de s'appuyer sur une description structurelle du véhicule, composé :

- d'un **chariot** (châssis + 2 roues uniquement), transportant le conducteur,
- de deux **moto-réducteurs** entraînant les roues (un par roue),
- d'un ensemble constitué d'un **gyromètre** et d'un **pendule** délivrant une information sur l'angle d'inclinaison du châssis par rapport à la verticale et sur sa dérivée,
- d'un **calculateur** élaborant, à partir des informations issues des capteurs, les consignes de **commande** des groupes moto-réducteurs.
- de **batteries** fournissant l'énergie aux divers composants.



Modèle et paramétrage :



- Soit  $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  un repère supposé galiléen lié à la route tel que  $\vec{z}_0$  soit dirigé suivant la verticale ascendante.
- $R_1(A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  un repère en rotation par rapport à  $R_0$  autour de  $\vec{z}_0$  tel que  $\vec{x}_1$  soit colinéaire à l'axe commun des roues et A le point milieu de l'axe des roues. On pose  $\phi = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$  l'angle de virage.

- $R_2(A, \vec{x}_1, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  un repère lié au châssis du chariot, en rotation autour de  $(A, \vec{x}_1)$  par rapport à  $R_1$  tel que  $\vec{z}_2$  soit colinéaire à la barre d'appui. On pose  $\psi = (\vec{y}_1, \vec{y}_2) = (\vec{z}_0, \vec{z}_2)$  l'angle d'inclinaison du châssis par rapport à la verticale. L'asservissement consiste à maintenir cet angle nul.
- $R_3(A, \vec{x}_1, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$  un repère intermédiaire en rotation par rapport à  $R_2$ , autour de  $(A, \vec{x}_1)$ . On pose  $\alpha = (\vec{y}_2, \vec{y}_3) = (\vec{z}_2, \vec{z}_3)$  l'angle d'inclinaison arrière-avant du conducteur.
- $R_4(A, \vec{x}_4, \vec{y}_3, \vec{z}_4)$  un repère lié au conducteur, considéré comme un solide indéformable, en rotation par rapport à  $R_3$  autour de  $(A, \vec{y}_3)$  tel que l'axe  $(A, \vec{z}_4)$  passe par le centre de gravité G du conducteur. On pose  $\beta = (\vec{x}_3, \vec{x}_4) = (\vec{z}_3, \vec{z}_4)$  l'angle d'inclinaison gauche-droite du conducteur et  $\vec{AG} = h\vec{z}_4$  avec h constante positive.

### Validation des fonctions de service ou exigences : Donner au conducteur une sensation de stabilité rester insensible aux perturbations provenant de la route

Objectif : Vérifier les performances de l'asservissement d'inclinaison par rapport à la verticale

Pour une utilisation confortable et sûre, le Segway® doit satisfaire les performances énoncées dans le tableau ci-dessous extrait du Cahier des Charges.

Fonction de Service ou exigence	Critère	Niveau
FS2 : Donner au conducteur une sensation de stabilité	Temps de réponse de 0 à 5 km/h	1 s maximum
	Dépassement d'inclinaison	<30%
	Inclinaison du châssis par rapport à la verticale	Nulle à convergence $\lim_{t \rightarrow \infty} \psi(t) = 0$
FS3 : Rester insensible aux perturbations provenant de la route	Hauteur de la marche de trottoir franchissable à 5 km/h	5 cm maximum
	Perturbations dues à la route, nature du sol (Pavés, franchissement d'un trottoir, ...)	Plage de fréquences de 0 à 300 Hz

La régulation d'inclinaison du Segway est réalisée par :

- Un moto-réducteur qui permet de délivrer un couple  $C_m(t) = K_m u(t)$  où  $u(t)$  est une grandeur de commande et  $K_m = 24 N.m.V^{-1}$
- Le système mécanique dont les équations, dans le cas où l'angle  $\alpha(t)$  n'est pas supposé constant, peuvent se mettre sous la forme :

$$\dot{V}(t) = \frac{1}{D} \left( B \ddot{\chi}(t) + 2 \frac{C_m(t)}{R} \right) \quad 1) \quad (DA - B^2) \ddot{\chi}(t) = 2 \left( \frac{B}{R} + D \right) C_m(t) + DC \chi(t) \quad (2)$$

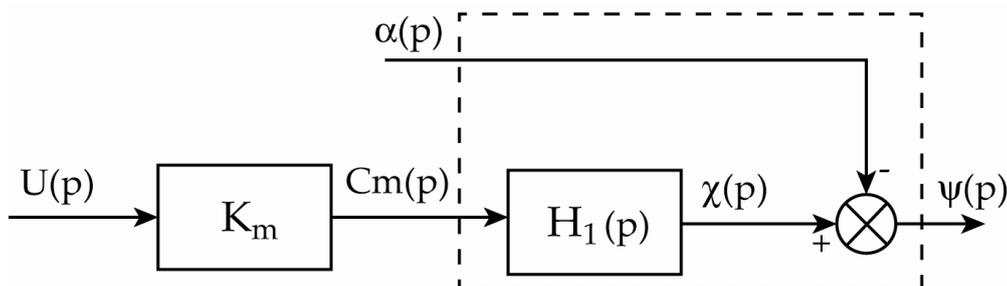
$$\text{où : } A = 90 \text{ kg.m}^2 \quad B = 75 \text{ kg.m} \quad C = 750 \text{ kg.m}^2 \text{s}^{-2} \quad D = 125 \text{ kg}$$

$$R = 240 \text{ mm et } \chi(t) = \alpha(t) + \psi(t)$$

Les conditions initiales sont toutes nulles.

## I. Stabilisation du système

**Q1.** Montrer que le schéma bloc du système peut se mettre sous la forme présentée ci-dessous en déterminant l'expression littérale de  $H_1(p)$ .

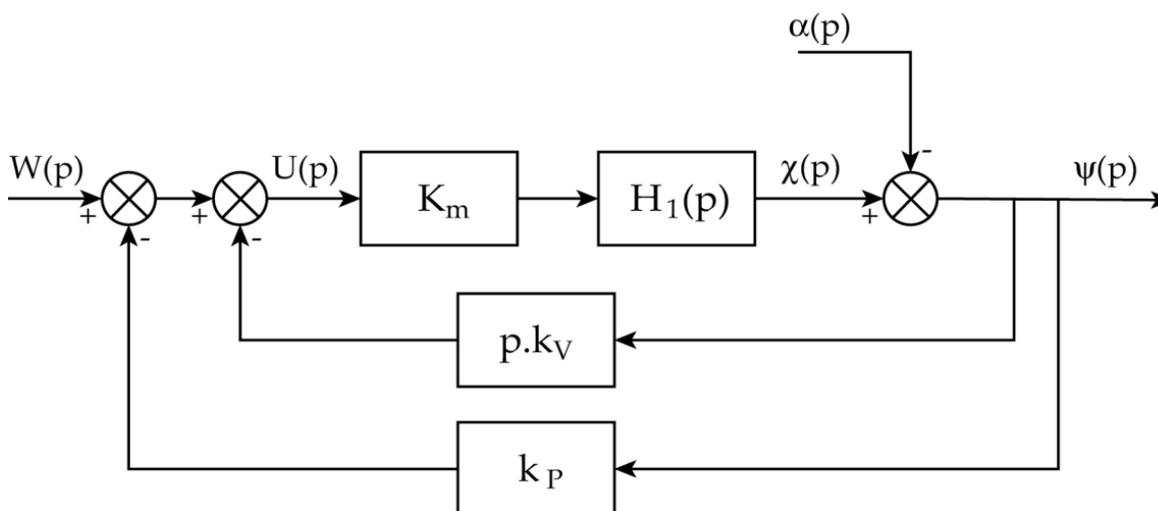


Analyser la stabilité du système d'entrée  $u(t)$  et de sortie  $\psi(t)$  en étudiant la fonction de transfert

$F_1(p) = \frac{\psi(p)}{U(p)}$ . Pouvait-on s'attendre à ce résultat ?

On note alors  $H_1(p) = \frac{K_1}{p^2 - \omega_1^2}$ . Les valeurs numériques utilisées par la suite seront :  $\omega_1 = 4,1$  rad/s et  $K_S = K_m K_1 = 0,24$  rad  $V^{-1}$ .

Afin de stabiliser le système, la grandeur de commande  $U(p)$  est élaborée à partir des mesures de  $\dot{\psi}$  (réalisée par le gyromètre), et de  $\psi$  (réalisée par combinaison de la mesure du gyromètre et du pendule). Le schéma bloc obtenu est celui ci-dessous :



**Q2.** Dans le cas où  $\alpha \equiv 0$ , déterminer, en fonction de  $K_S$ ,  $k_p$ ,  $k_v$  et  $\omega_1$  la fonction de transfert  $F_2(p) = \frac{\psi(p)}{W(p)}$ . Déterminer les conditions sur  $k_v$  et sur  $k_p$  pour que le système soit stable.

$F_2(p)$  est une fonction de transfert du second ordre pouvant se mettre sous la forme

$$F_2(p) = \frac{\psi(p)}{W(p)} = \frac{K_2}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0}p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

**Q3.** Déterminer, en fonction de  $K_S$ ,  $k_p$ ,  $k_v$  et  $\omega_1$  les expressions de  $K_2$ ,  $\xi$ ,  $\omega_0$

On choisit une pulsation propre  $\omega_0$  proche de celle du système mécanique :  $\omega_0 = 1,5\omega_1 = 6,15$  rad/s.

**Q4.** Déterminer les valeurs de  $k_v$  et de  $k_p$  telles que le temps de réponse à 5% soit minimal.

## II. Asservissement d'inclinaison du chariot

La consigne de la régulation de l'inclinaison  $\psi(t)$  du châssis par rapport à la verticale est notée  $\psi_c(t)$ . On introduit un correcteur de fonction de transfert  $C(p)$  qui élabore le signal  $w(t)$  (de transformée de Laplace  $W(p)$ ) à partir de l'écart  $\varepsilon(t) = \psi_c(t) - \psi(t)$ .

**Q5.** Compléter le schéma bloc de l'asservissement fourni sur le document réponses en faisant apparaître la régulation de l'inclinaison.

La régulation d'inclinaison du Segway<sup>®</sup> consiste à maintenir la consigne  $\psi_c(t)$  nulle. Cette régulation est réalisée, si quelle que soit l'inclinaison  $\alpha(t)$  du conducteur, la sortie  $\psi(t)$  converge vers  $\psi_c(t)$ , valeur nulle ici. Le conducteur agit directement sur la valeur de  $\alpha(t)$  pour accélérer ou décélérer. Pour le système Segway<sup>®</sup>, conducteur exclu, le paramètre  $\alpha(t)$  peut être considérée comme une perturbation. Un correcteur proportionnel  $C(p) = K_C$  est envisagé.

**Q6.** Calculer l'inclinaison  $\psi(t)$  du châssis en régime permanent, lorsque la perturbation  $\alpha(t)$  est un échelon d'amplitude  $\alpha_0$ . Le cahier des charges est-il satisfait ?

Un correcteur proportionnel intégral  $C(p) = K_i \left(1 + \frac{1}{T_i p}\right)$  est envisagé.

**Q7.** Démontrer que ce correcteur permet de satisfaire le cahier des charges vis-à-vis de l'écart en régime permanent pour une perturbation en échelon.

On souhaite dimensionner le correcteur. Pour cela, on étudie le schéma bloc construit en Q5 et on considère alors  $\alpha(t) = 0$ . La Fonction de Transfert en Boucle Ouverte est pour cet asservissement :  $FTBO(p) = C(p)F_2(p)$

**Q8.** Tracer (sur document réponses) les diagrammes de Bode asymptotiques et réels (allure uniquement) de la fonction de transfert  $F_2(p)$  et tracer les diagrammes de Bode asymptotiques de la fonction de transfert du correcteur  $C(p)$ , en utilisant les paramètres  $K_i = 10$  et  $T_i = 0,1$  s. Préciser les valeurs caractéristiques sur les diagrammes.

On impose  $\omega_i = \frac{1}{T_i} = \frac{\omega_c}{10}$  où  $\omega_c$  est la pulsation de coupure à 0 dB de la FTBO corrigée par le correcteur proportionnel intégral.

**Q9.** Déterminer  $\omega_c$  telle que la marge de la FTBO(p) soit  $M_\phi = 45^\circ$ . En déduire la valeur de  $T_i$ .

**Q10.** Déterminer alors  $K_i$  tel que  $\omega_c$  soit effectivement la pulsation de coupure à 0 dB de la FTBO corrigée.

## III. Vérification graphique des performances attendues

Le modèle de comportement précédent est utilisé en simulation pour vérifier le prédimensionnement. Les performances de la correction sont étudiées grâce aux évolutions de  $\chi(t) = \alpha(t) + \psi(t)$ , qui représente l'angle d'inclinaison du conducteur par rapport à la verticale. La consigne  $\alpha(t)$ , imposée par le conducteur, est un échelon d'amplitude  $20^\circ$ . Après réglages définitifs, l'évolution temporelle est obtenue sur la courbe du document réponses :

**Q11.** Conclure quant au respect des critères de dépassement et de précision associés à la fonction de service FS2.