



Laboratoire de

Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Activité de Travaux Pratiques en

première année MPSI de CPGE

Modélisation SLCI

Corrigés

TP1	Modélisation Cordeuse	page	2
TP2 et 4	Modélisation Cheville Nao temp et fréq	page	5
TP3	Modélisation Maxpid	page	13
TP5	Modélisation Moto	page	16
TP6	Synthèse asservissement	page	19

Cyril CHERON

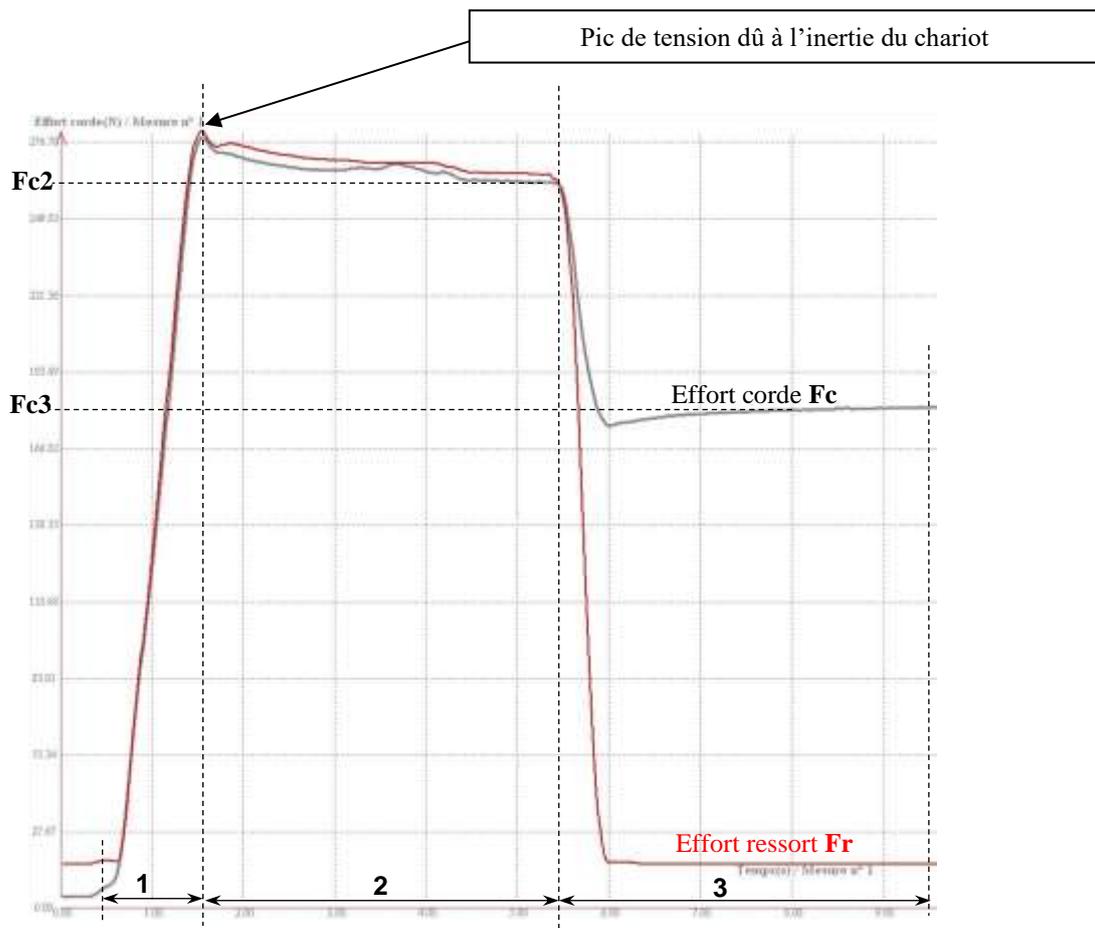
MODÉLISATION CORDEUSE

Question1 : La corde flue (s’allonge au cours du temps) et peut glisser dans les pinces : le système étant asservi, il ajuste constamment la tension dans la corde.

Question2 : La pince bouge car il y a du jeu dans les glissières \Rightarrow la tension dans la corde diminue donc quand le mors de tirage revient en position initiale.
Pour déplacer une pince, il faut la saisir au plus près de la glissière. La pince reste fixe malgré l’effort exercé par la corde : ce phénomène s’appelle l’arc-boutement.

Question3 Les tensions ne sont pas identiques dans les deux brins à cause des frottements au niveau des œillets. Il suffit de les faire vibrer. Pour une longueur égale, la note (fréquence) n’est pas la même si la tension n’est pas la même (corde de guitare).

Question4 et 5



La tension **Fc3** (≈ 160 N) obtenue est très inférieure à la tension de consigne (250 N) \Rightarrow la machine n’est pas précise !

La cordeuse mesure le raccourcissement x d’un ressort à l’aide d’un potentiomètre linéaire et en déduit la tension dans la corde : $F_r = k.x$

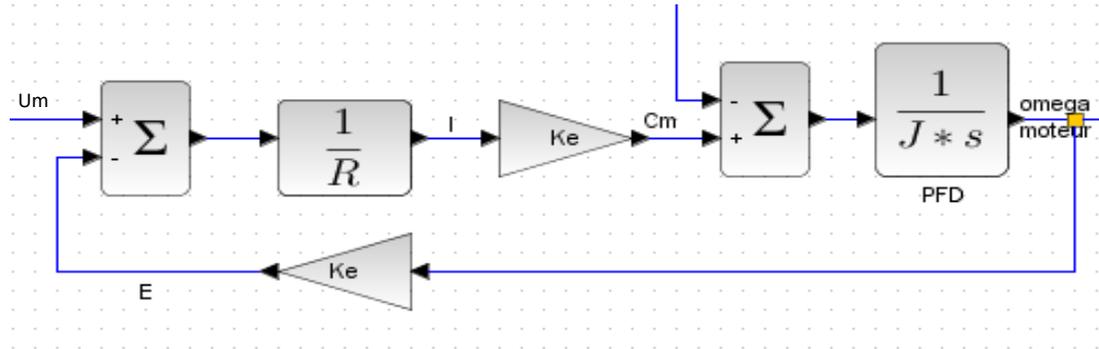
On constate que **Fc < Fr** à cause des divers frottements dans les liaisons et au passage des œillets.

Question6 En effectuant plusieurs manipulations dans les mêmes conditions, on constate que l'erreur relative dans la tension de la corde est inférieure à 1% \Rightarrow la machine est fidèle.
Pour cette mesure, il faut veiller à toujours manipuler dans les mêmes conditions.

Question7 Lorsqu'on relâche la tension motrice après avoir fixé la corde avec la pince, la pince se déplace légèrement ce qui diminue la tension dans la corde : pour éviter ce problème, le cordeur doit exercer un effort sur la pince à l'opposé du sens de tension pour compenser les jeux dans la liaison glissière entre la pince et le berceau (jeu nécessaire pour l'arc-boutement).

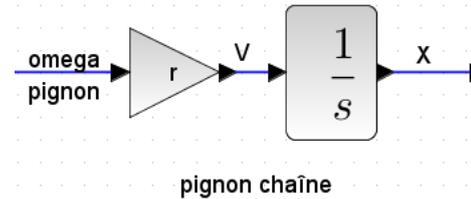
Question8 En conclusion, la machine est fidèle (à condition d'effectuer les différentes manipulations dans les mêmes conditions) mais pas précise. Ce n'est pas gênant pour le joueur (professionnel !) à condition que le cordage soit toujours fait par le même cordeur sur la même machine !

Question9



Question10 $\eta = \frac{15}{55} \frac{2}{29} = 0.0188$

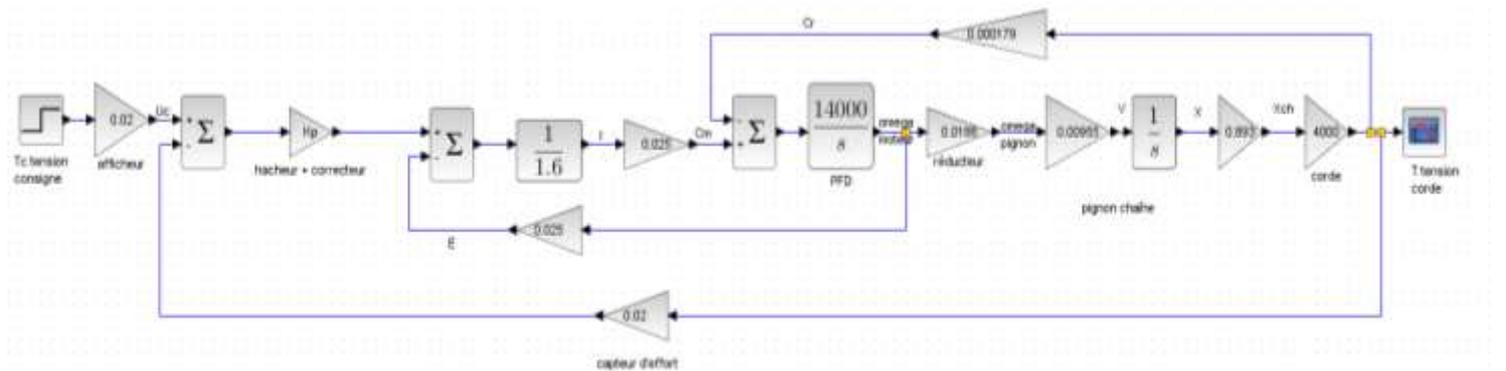
Question11 $\frac{X(p)}{\omega_p(p)} = \frac{r}{p} = \frac{60 \cdot 10^{-3}}{2\pi \cdot p} = 0.00955 \cdot \frac{1}{p}$



Question12 le gain de la chaîne de retour permettant d'obtenir Cr(t) est $\eta \cdot r$

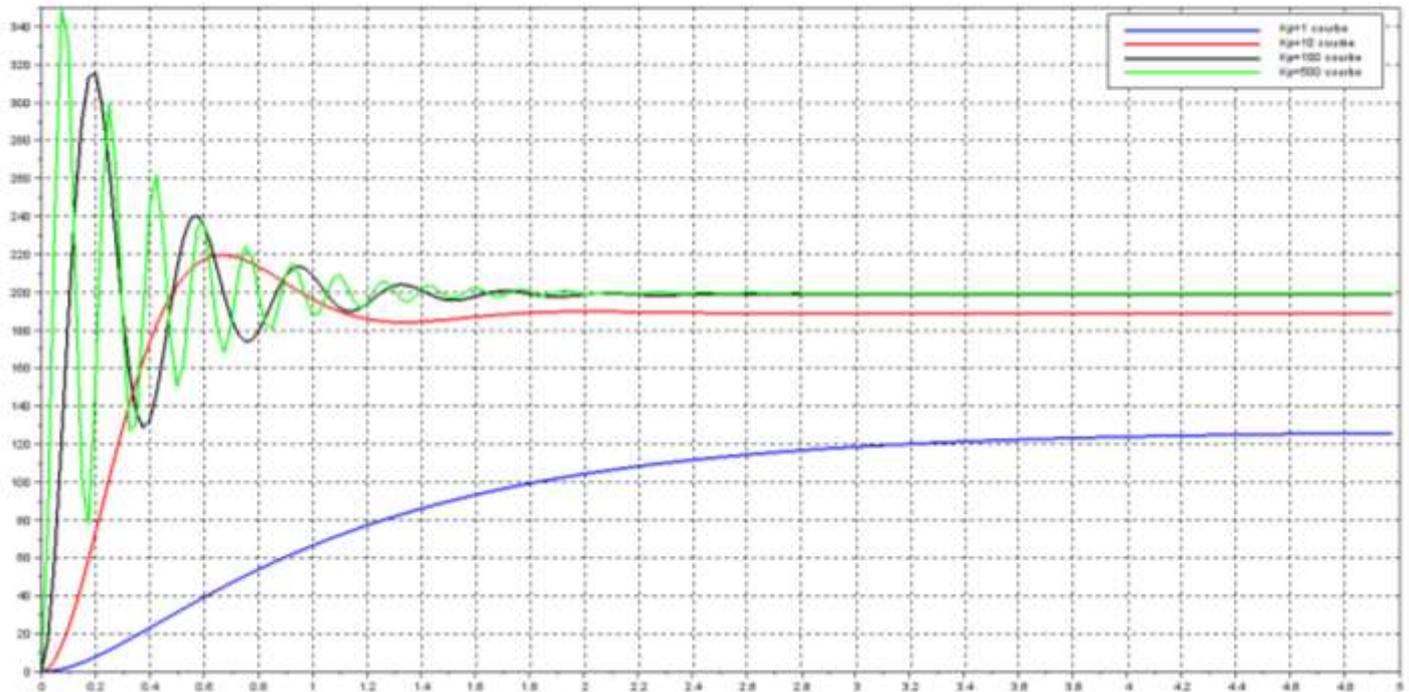
Question13 $\frac{X_{ch}(p)}{X(p)} = \frac{K}{K+k}$

Question14 $G(p) = \frac{1}{K}$

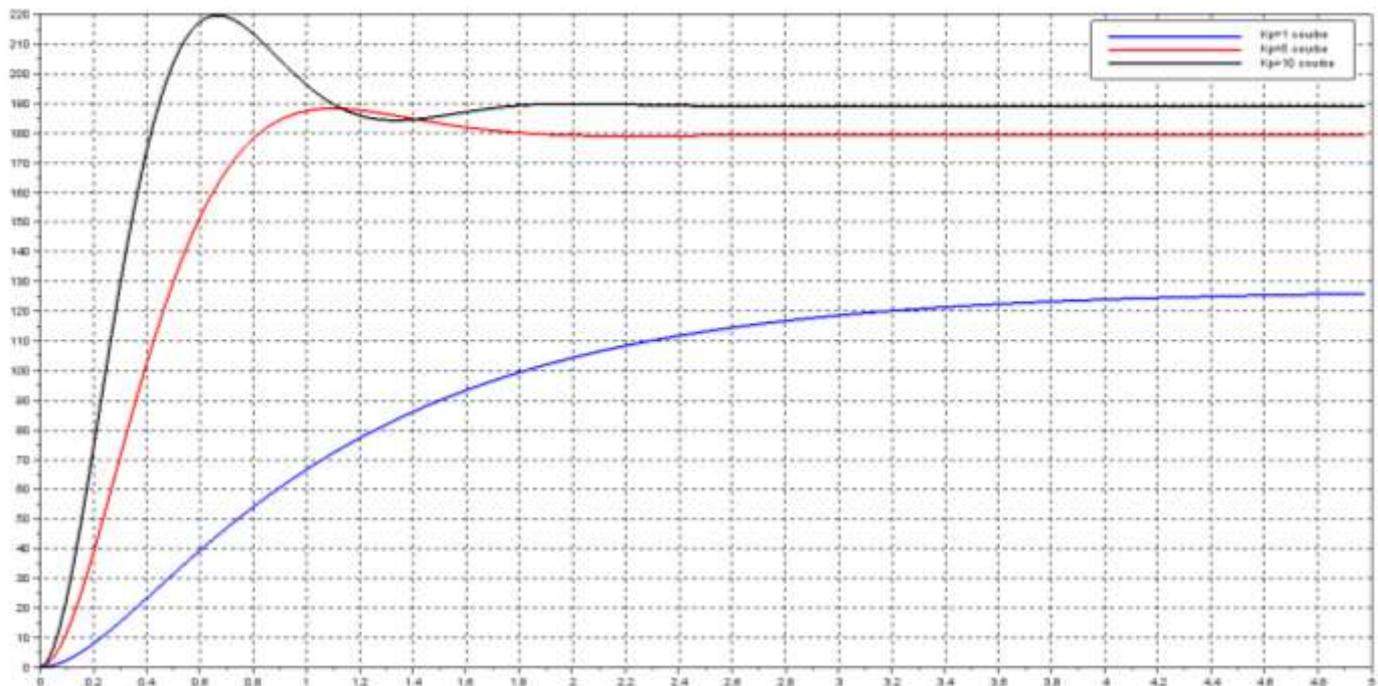


Question15 Ces gains permettent d'avoir un gain statique de la FTBF de 1, nécessaire pour réaliser un asservissement.

Question16 si K_p augmente le système devient plus précis, plus rapide pour des faibles valeurs de K_p mais plus instable et donc plus lent à se stabiliser pour des valeurs de K_p importantes.



Question17 Justesse de 15% : $0.15 \cdot 200 = 180$ N. On trouve $K_p = 5$ si $K_p > 5$ le système devient lent à se stabiliser avec un dépassement important de la valeur de consigne.



MODÉLISATION CHEVILLE NAO temporel

Q1 : le correcteur agit sur le signal ε , le signal d'erreur ou d'écart entre l'angle de tangage souhaité (la consigne en $^\circ$) et l'angle de tangage réel (en $^\circ$). C'est un schéma équivalent. La réalité est une correction qui agit sur un signal d'écart en tension image de cet écart en angle.

Q2 :

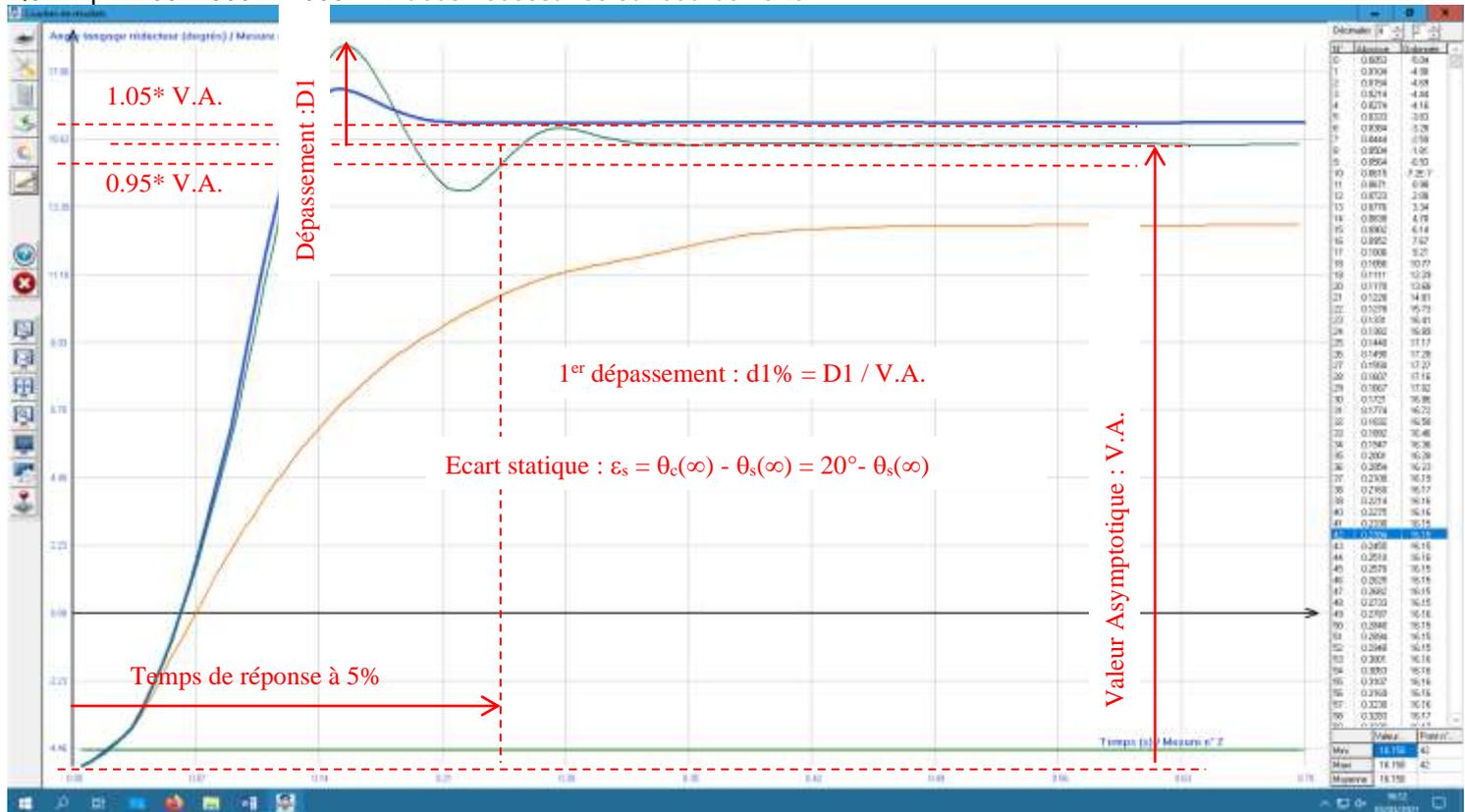
La stabilité : à une entrée bornée ou constante, le système répond par une sortie bornée ou constante pour être qualifié de stable

La précision statique : l'écart (entrée – sortie) en régime permanent doit être nul pour avoir un système précis

La précision dynamique : évaluée par le 1^{er} dépassement de la valeur asymptotique que l'on divise par cette valeur asymptotique (ou à convergence). On l'exprime alors en % de cette valeur asymptotique. Il est limité par le CDC.

La rapidité : Caractérisée par le temps de réponse à 5%. Le temps que met la grandeur de sortie à entrer pour ne plus sortir d'une bande de valeurs à $\pm 5\%$ de la valeur à convergence.

Q3 : $K_p = 100 \quad 500 \quad 1000$ Tracés nécessaires sur courbe verte



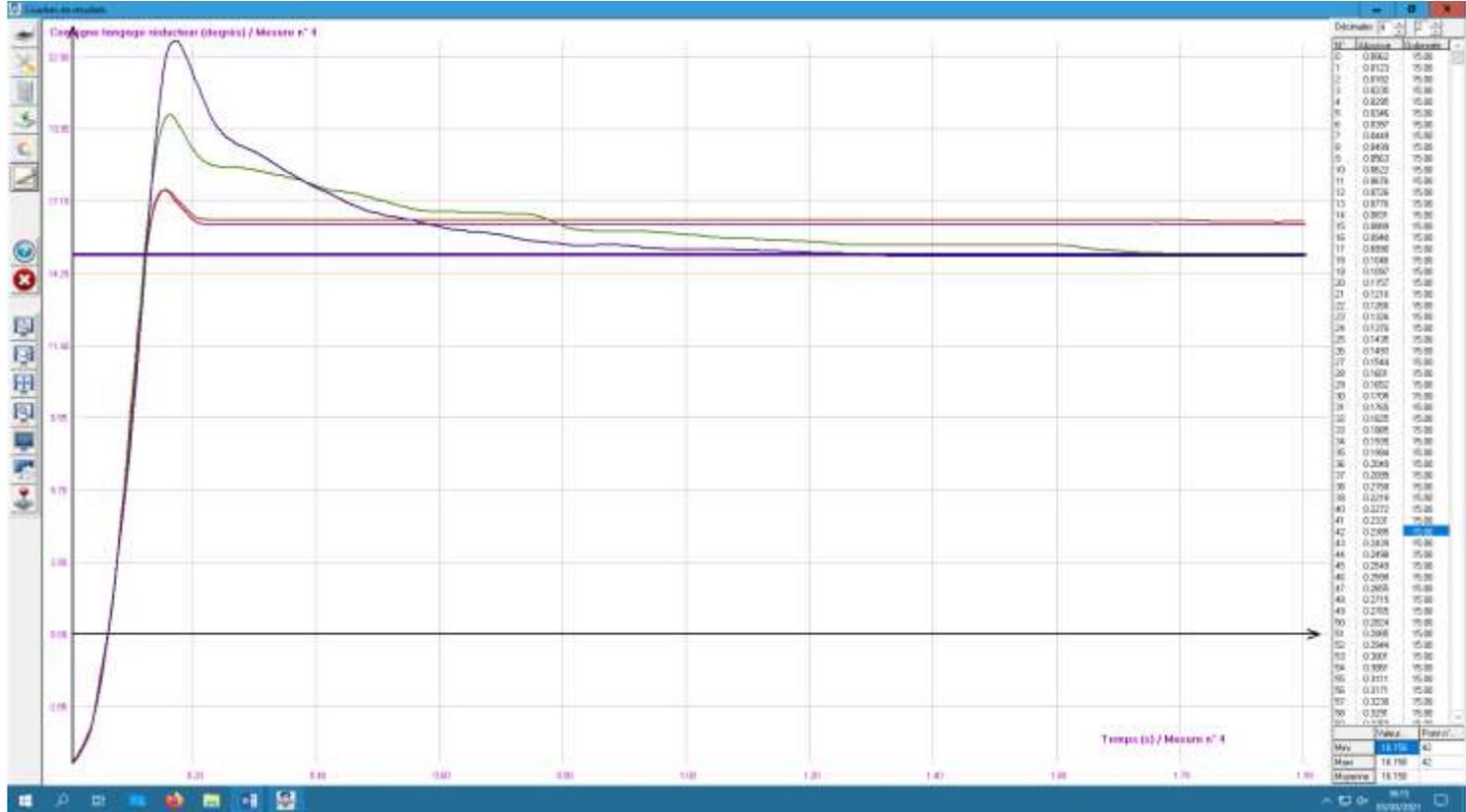
Valeur du gain proportionnel K_p	Stabilité : valeur du 1 ^{er} dépassement en % de la valeur asymptotique	Rapidité : valeur du temps de réponse à 5% en seconde	Précision : Valeur de l'écart statique en position en $^\circ$
100	0	0.33	3
500	6	0.17	0.7
1000	10	0.25	0.1

Q4 : L'augmentation du gain proportionnel réduit l'écart statique donc améliore la précision statique. Elle augmente la réactivité ce qui conduit à l'augmentation du 1^{er} dépassement. En devenant pseudo oscillante, la réponse devient vite plus lente à se stabiliser. Elle diminue donc la stabilité.

Critères tous vérifiés pour $K_p = 500$

$K_p = 500$

$K_i = 50$ 100 1000 2000

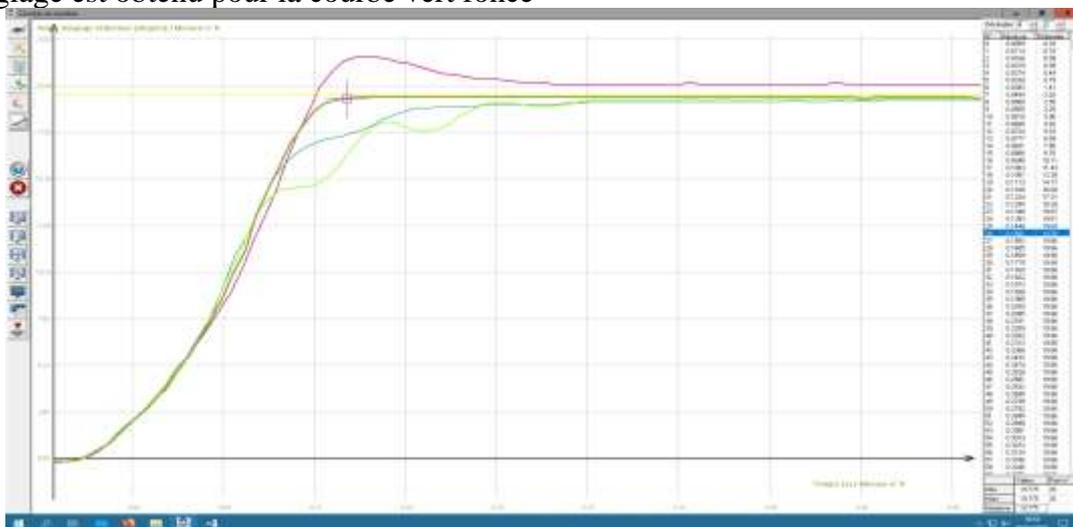


Q5 : L'action intégrale annule l'écart statique donc améliore la précision. On constate que cela exige un coeff ki important et que l'écart devient nul au bout d'un temps long. C'est dû au frottement sec important dans cette structure mécanique de piètre qualité.

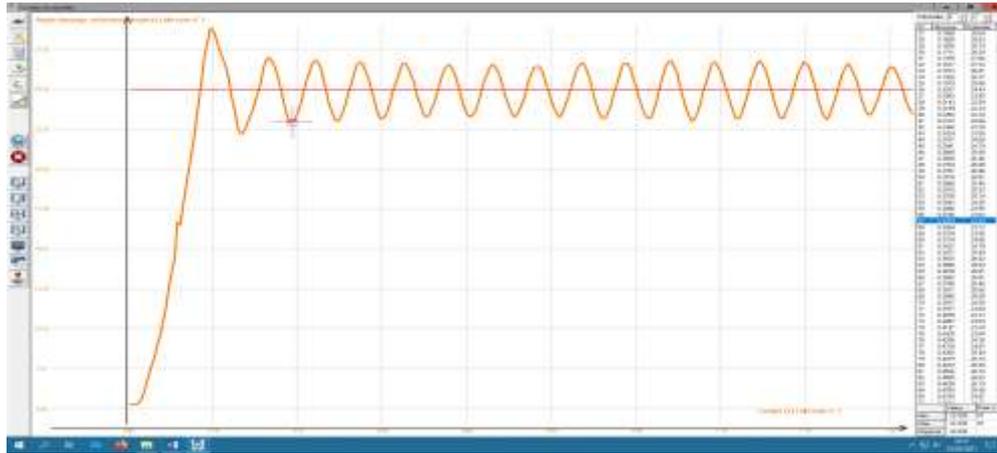
Le dépassement est augmenté donc la stabilité se dégrade avec l'augmentation de K_i .

Q6 : $K_p = 500$ $K_i = 100$ $K_d = 5$ plan d'évolution horizontal

Le meilleur réglage est obtenu pour la courbe vert foncé



Q7 : en limite d'instabilité :



On mesure : $K_o = 1450$ $T_o = 0.45 - 0.37 = 0.08$ s $K_r = K_p = 0.6 * 1450 = 870$

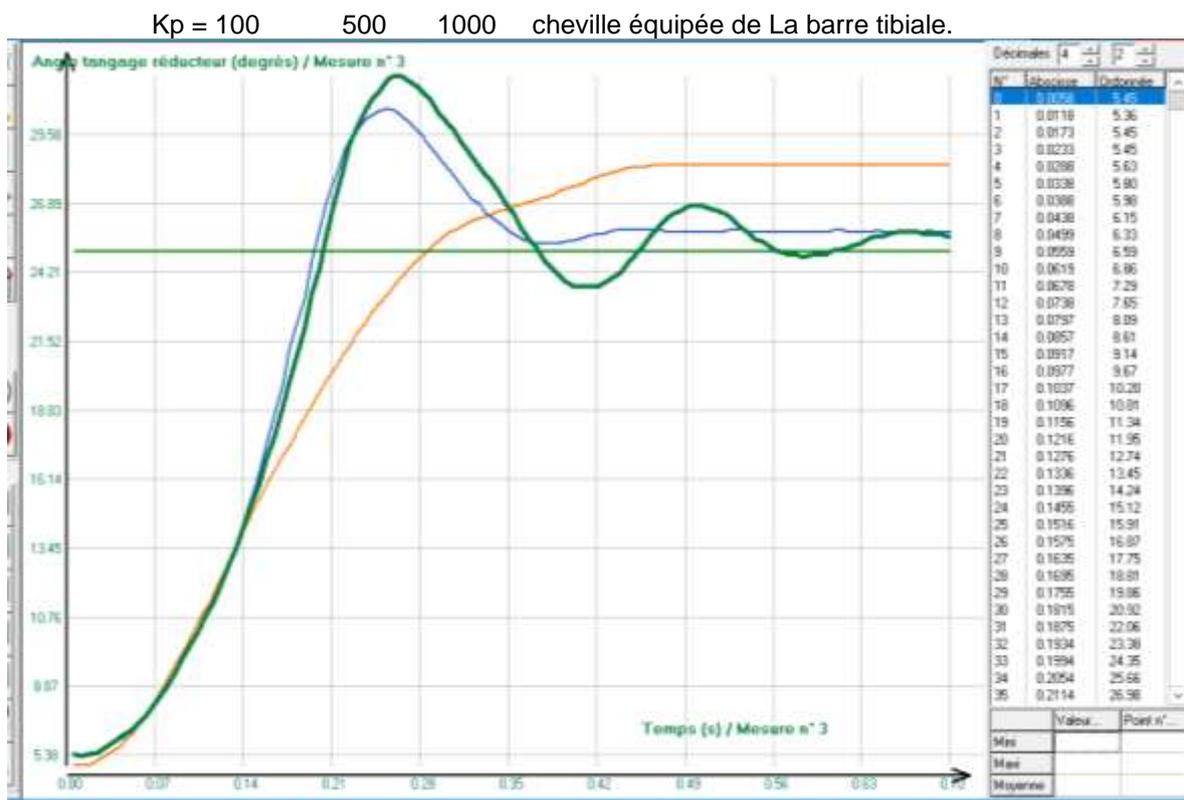
$\tau_i = 0.5 T_o = 0.04$ donc $K_i = K_r / \tau_i = 21750$????

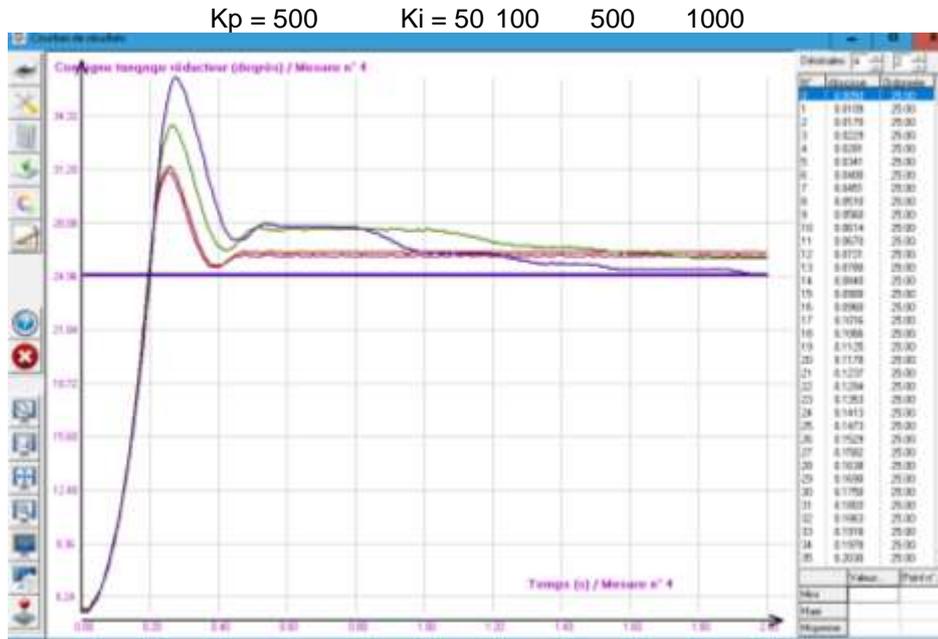
$\tau_d = 0.125 T_o = 0.01$ donc $K_d = K_r * \tau_d = 9$

Souci avec le coeff intégral inatteignable. On peut tester avec la valeur max programmable sur le logiciel d'acquisition. La réponse est peu satisfaisante même si le gain proportionnel semble de valeur correcte et l'action dérivée aussi. La méthode est ancienne et correspond à une époque révolue, celle des asservissements analogiques.

On garde néanmoins l'habitude de choisir le gain proportionnel moitié du gain de début d'instabilité.

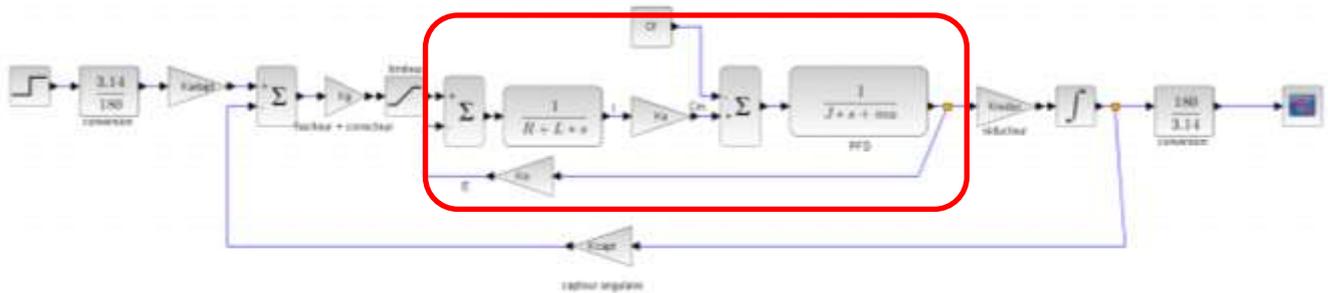
Q8 : Pour que les forces de pesanteur ne travaillent pas. Le moteur de l'axe de tangage ne reçoit aucun couple résistant lié au poids des pièces constitutives du mécanisme. L'étude est celle d'un système non perturbé.





Q9 : Les réponses sont plus oscillantes plus longtemps donc rapidité altérée et plus importantes donc 1^{er} dépassement donc stabilité altérée. Les écarts statiques sont également perturbés pour la petite valeur de Kp. Les performances sont toutes dégradées. Le système est sensible à la perturbation.

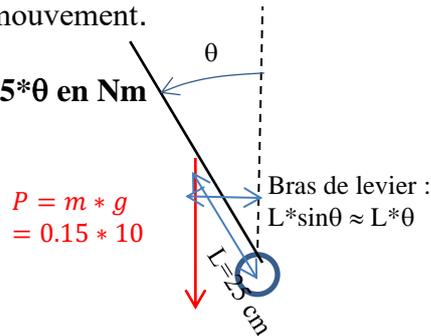
Q10 :



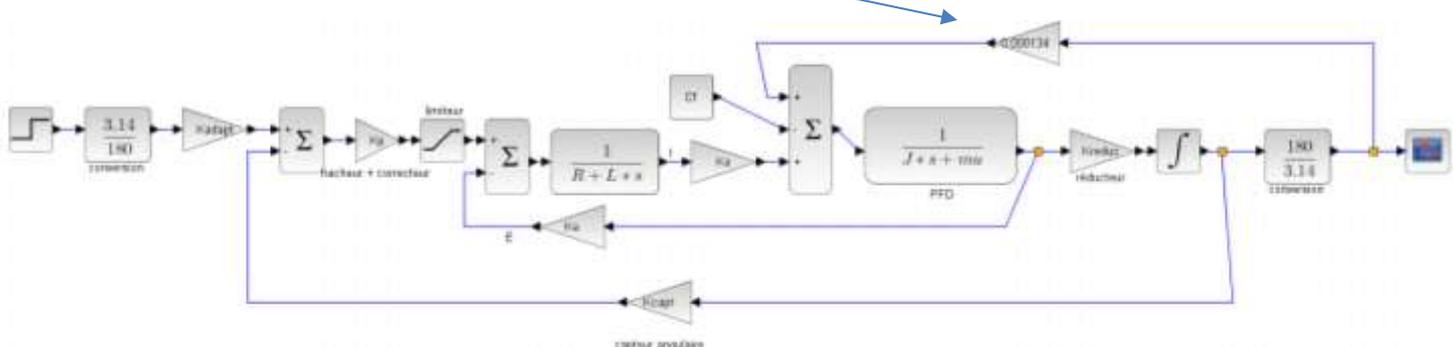
Q11 : le moteur perçoit un couple résistant (ou entrainant ici) dû au poids principalement de la barre tibiale. Celle augmente également l’inertie de l’ensemble mis en mouvement.

Q12 : Couple perturbateur = $m * g * L * \sin\theta \approx 0.4 * 10 * 0.25 * \theta$ en Nm

Ramené à l’axe moteur :
 $C = (1/130) * 1 * \theta = 0.0077 * \theta$ avec θ en rad
 $C = 1.3 * 10^{-4} * \theta$ avec θ en °



Q13 : Le couple perturbateur est proportionnel à l’angle de tangage



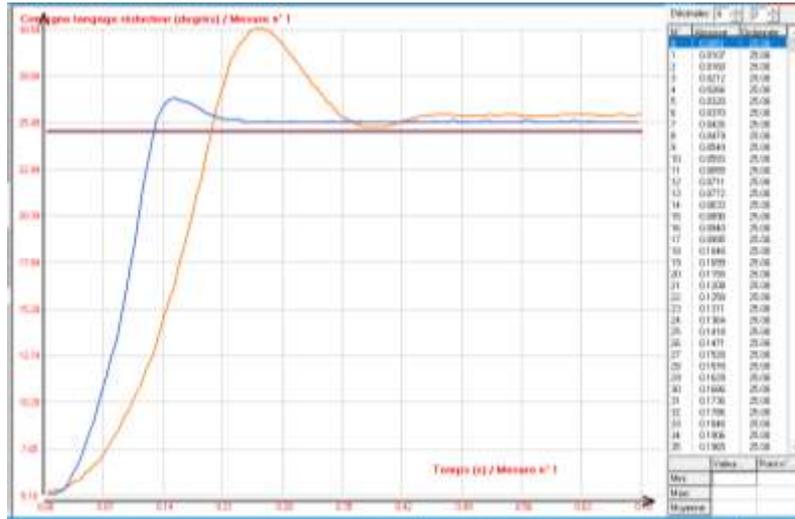
Q14 : L’inertie est augmentée.

L’inertie équivalente (J dans le contexte du logiciel) ramenée à l’axe moteur vaut (en supposant une masse ponctuelle de 400 g à 25 cm de l’axe de rotation) : voir programme SI 2^{ème} année

$$I_{eq} = m * L^2 * (\text{rapport réduc})^2 = m * L^2 * (1/130)^2 \approx 1.5 \cdot 10^{-6} \text{ kgm}^2$$

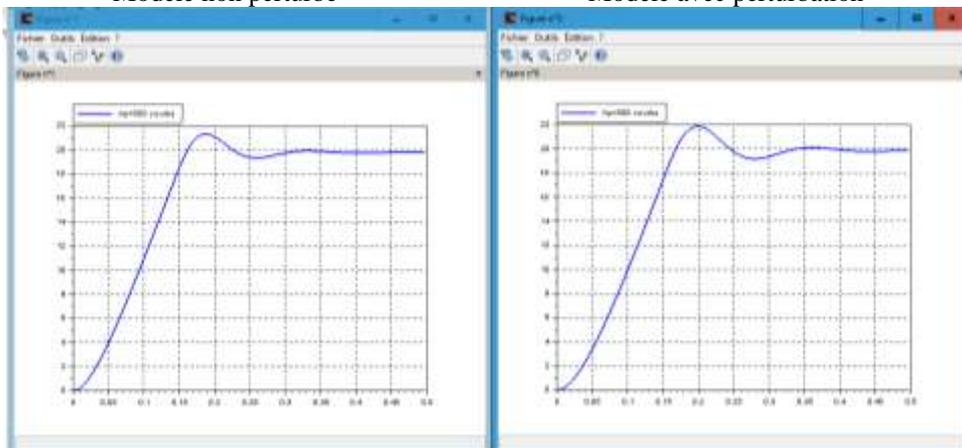
C’est elle qui provoque plus d’oscillations dans les réponses. Le dépassement est supérieur.

Q15 :
 Réel sans perturbation (bleu) et avec perturbation (orange) : écart statique peu modifié car gain Kp important. La perturbation est globalement rejetée. Par contre, 1^{er} dépassement + grand et tr5% aussi



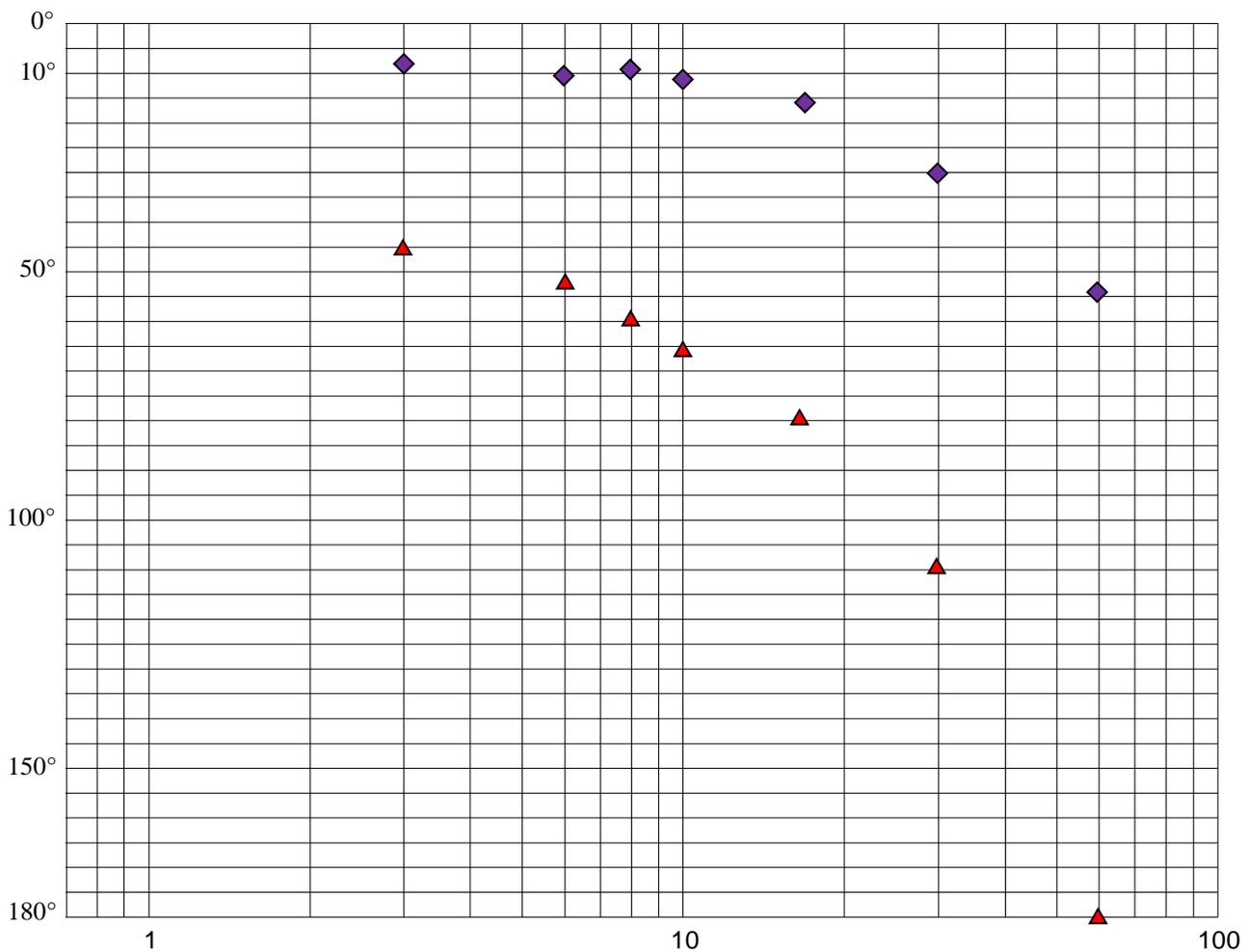
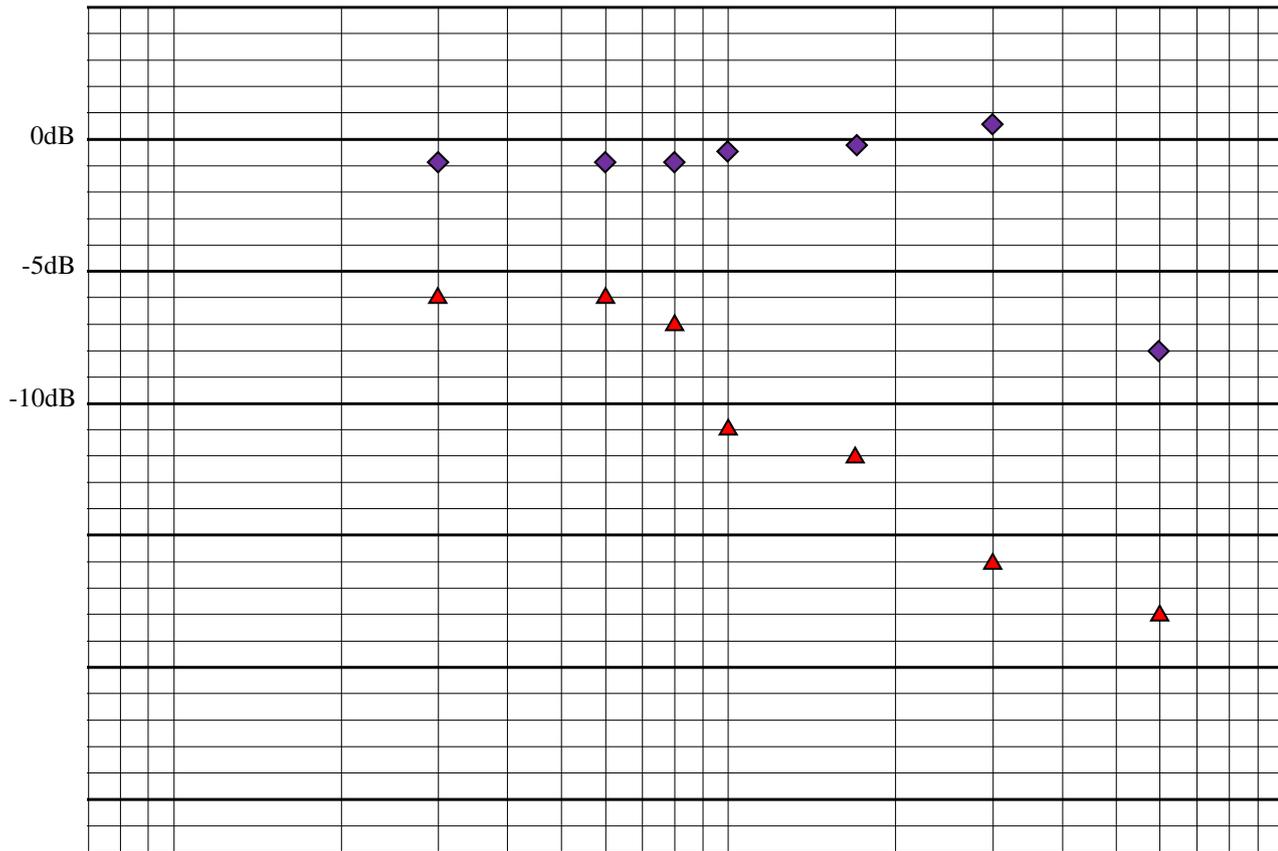
Modèle non perturbé

Modèle avec perturbation



Les évolutions modèle et réel sont conformes : plus de 1^{er} dépassement (moins par rapport au réel) qui a lieu plus tard à cause de la perturbation et surtout de l’inertie.

Diagramme de Bode pour $K_p = 200$ (▲) et $K_p = 1200$ (◆)



Q3 :

Pour $K_p = 200$: on trouve $20 \log K = -6$ soit $K = 0.5$, cependant cette mesure est rendue très délicate par la présence de frottement sec qui écrête les sinusoides.

La courbe de phase montre clairement un second ordre avec une pulsation propre identifiée à -90° de 20 rad.s^{-1} .

Pour $K_p = 1200$: on trouve $20 \log K = -0.7$ soit $K = 0.92$

Une résonance d'amplitude très faible donne un coefficient d'amortissement légèrement inférieur à 0.7 et une pulsation propre au voisinage de 20 rad.s^{-1} .

Q4 :

Pour $K_p = 200$, le système se comporte comme un second ordre amorti qui a été modélisé par un premier ordre à partir de la réponse indicielle. Les ordres de grandeur de la constante de temps et de la pulsation propre sont proches. L'évaluation du gain statique est rendue très délicate par la présence de frottement sec.

Pour $K_p = 1200$, le système se comporte comme un second ordre pseudopériodique et les 2 essais le montrent clairement. A l'exception de la pulsation propre, les résultats obtenus sont cohérents.

MODÉLISATION MAXPID

Le système étant couché, on modifie librement la position du bras 5 avec la poignée.

Q1 – La variable θ représente la position angulaire du bras 5 par rapport au bâti : $\theta = (\vec{x}_1, \vec{x}_5)$

On positionne le bras tel que $\theta = 15^\circ$ et on relève le système.

Q2 – Le bras tombe ($\theta = 0^\circ$) sous l'effet de la pesanteur car le système vis-écrou est réversible.

On asservit le système avec un gain proportionnel égal à 11 et on le soumet à un échelon de position de 20° .

Q3 – Le système résiste quand on essaie de bouger le bras avec la poignée (simulation d'une perturbation) mais il ne revient pas exactement à sa position initiale (système asservi mais peu précis). Avec un gain proportionnel de 150, il devient plus précis et résiste beaucoup plus à la perturbation en effort que l'on génère.

Q4 – $\varepsilon_s \approx -4.7^\circ$. Le système possède donc une FTBO de classe nulle.

Q5 –

- système couché
- échelon de position de : **20°**
- position initiale de **$\theta_i = 26.4^\circ$** position finale **$\theta_f = 41.8^\circ$**
- retard : **$10\text{ms} = 0.01\text{ s}$**

Le logiciel propose $H(p) = \frac{0,766}{1 + 0,23p}$

Détermination du gain statique : $K = \frac{\theta_f - \theta_i}{20}$

Détermination de la constante de temps : on mesure le temps tel que $\theta(t) = \theta_i + 0.63 * (\theta_f - \theta_i)$ auquel on soustrait le retard

\Rightarrow modèle de la FTBF avec retard : $H(p) = \frac{K}{1 + \tau p} e^{-tr \cdot p}$

Manip 3 : échelon de 20° et on augmente le gain proportionnel K_p

K_p	ε_s en $^\circ$	t_r à 5% en ms	D_1 en %
11	-4.7	470	0
17	-2.1	330	0
20	-1.1	300	0
25	-0.4	230	0
100	-0.4	250	13.6
200	0	260	12.9

Q6 –détermination des caractéristiques :

Le gain statique est obtenu comme précédemment. On utilise le premier dépassement : $\frac{D_1}{V.A.} = e^{\frac{-\pi m}{\sqrt{1-m^2}}}$ et le

temps t_1 auquel se produit ce premier dépassement : $t_1 = \frac{T}{2} = \frac{\pi}{\omega_0 \sqrt{1-m^2}}$. On se mesure pas la période des

pseudo oscillations.

Q7–Influence de K_p sur les performances : **quand le gain K_p augmente, l'écart statique diminue, le premier dépassement augmente et le temps de réponse diminue puis augmente ce qui est caractéristique de l'augmentation du gain de la BO.**

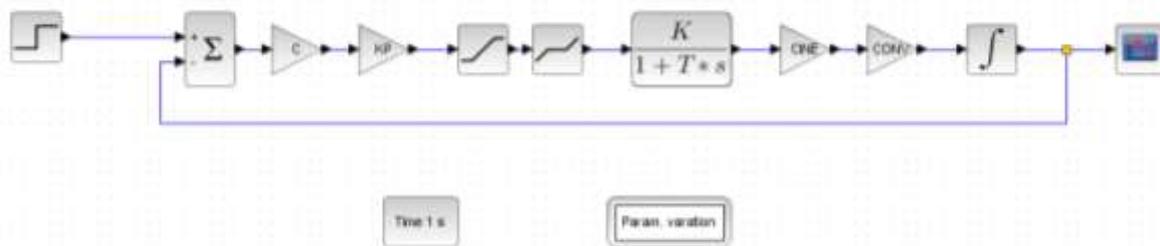
Q8 – justification d'une phase d'évolution linéaire : **cela provient d'une limitation en tension du moteur ce qui provoque une phase de rotation du bras à vitesse angulaire constante.**

Q9 – Valeurs de saturation logiciel : ± 21.1 V Valeurs constructeur : 24 V
 Gains statique moteur : **19**
 Constante de temps moteur : **0.005s** celle du logiciel est **0.02s**, elle prend en compte l'inertie équivalente ramenée sur l'axe du moteur

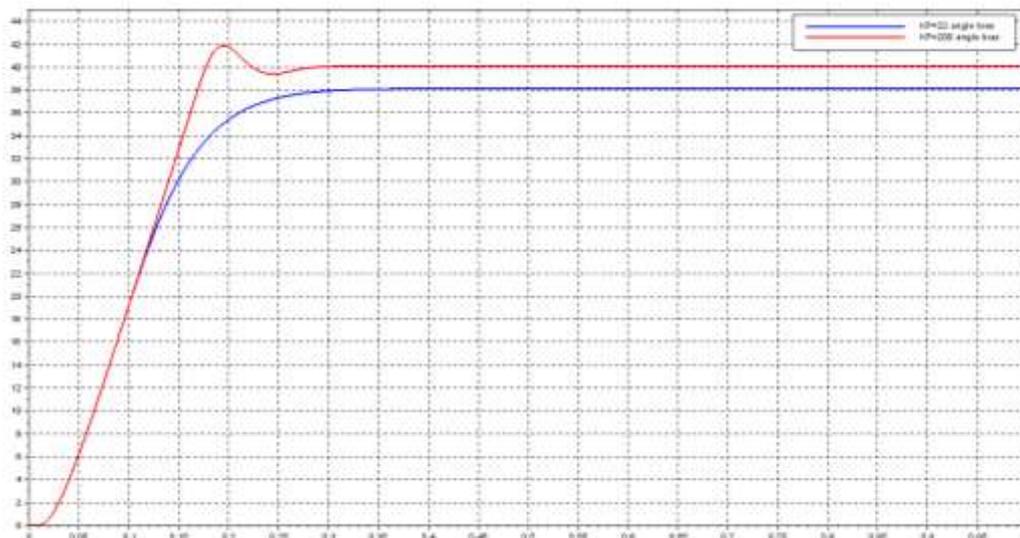
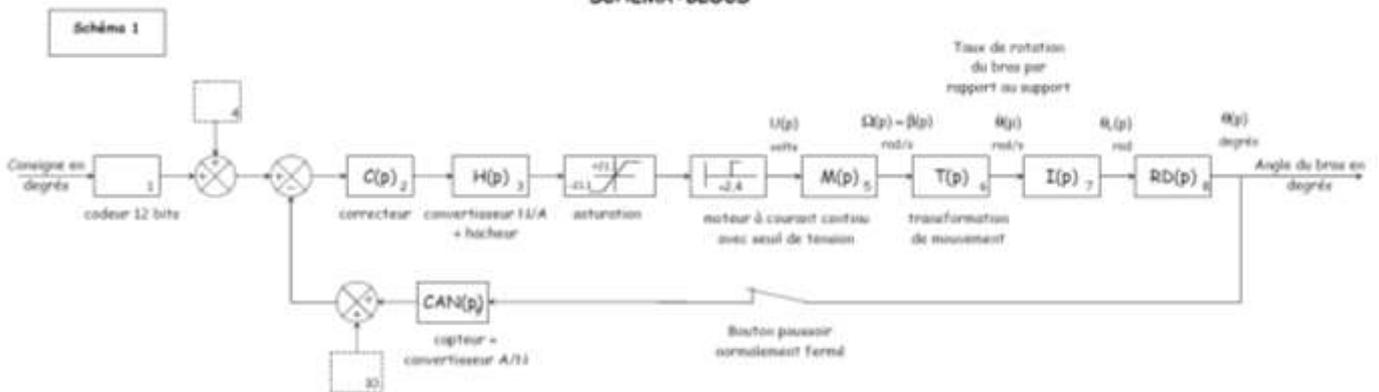
Détermination gain statique moteur : **constante de vitesse = 182 tr/min.V**

D'où gain statique moteur : $\frac{182 * 2\pi}{60} = 19 \text{ rad/Vs}$

Manip 4 : Modèle avec non linéarités



SCHEMA - BLOCS



Q10 –conclusion par rapport à la question 4 : **il y désaccord. Un intégrateur dans la FTBO (nécessaire pour intégrer la vitesse à cause du capteur angulaire) donne un écart statique en position nul. Les non linéarités (l'effet seuil) remet en question les résultats du cours sur les SLCI...**

Manip 7

K_i	ϵ_s en °	t_r à 5% en ms	D_1 en %
0	0.1	270	11.8
5	0	220	16.9
10	0	290	16.8
20	0	460	16.9
40	0	∞	16.9

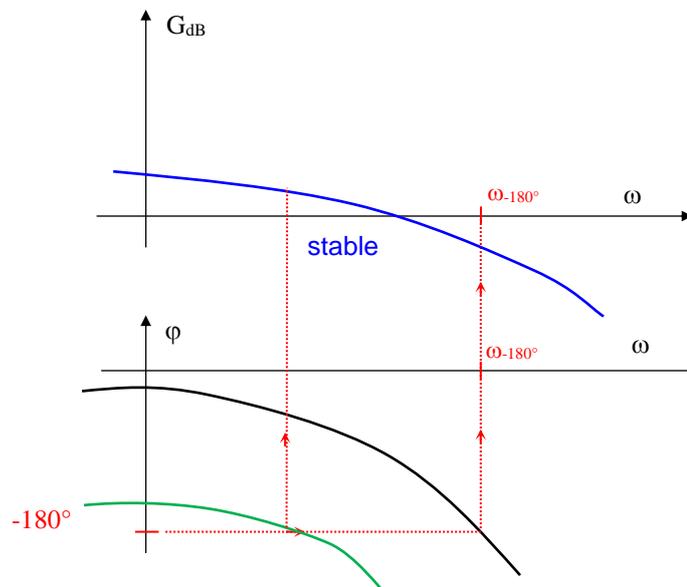
Q11 –Influence de K_i sur les performances du système : **En ajoutant le correcteur proportionnel, on rend le système précis mais le système devient instable à partir de $K_i = 40$. A partir de $K_i = 5$, le dépassement reste le même : il y a saturation et les valeurs ne sont plus significatives.**

Q12 –justification sur l'intérêt de l'action intégrale :

- $\alpha = 0 : \epsilon_s = \frac{e_0}{1+K}$ donc la précision augmente si le gain de la **FTBO** augmente.
- $\alpha > 0 : \epsilon_s = 0$ donc, si on a au moins un intégrateur dans la **FTBO**, le système est précis en position.

Q13 –justification sur l'inconvénient de l'action intégrale :

L'action intégrale amène de la phase négative. Elle peut rapidement provoquer de l'instabilité en donnant des marges (ici celle de Gain) négatives.



MODÉLISATION Moto

Q1 : Le PFD projeté sur l'axe vertical donne :

$$M \cdot \ddot{y}_s = -M \cdot g - k \cdot (Y_{s0} + y_s - Y_{e0} - y_e - Y_{sv} + Y_{ev}) - \mu \cdot (\dot{y}_s - \dot{y}_e)$$

A l'équilibre cette équation s'écrit :

$$0 = -M \cdot g - k \cdot (Y_{s0} - Y_{e0} - Y_{sv} + Y_{ev})$$

Ainsi ces 2 équations donnent :

$$M \cdot \ddot{y}_s = -k \cdot (y_s - y_e) - \mu \cdot (\dot{y}_s - \dot{y}_e)$$

Q2 : En exprimant l'équation précédente dans le domaine symbolique et en supposant les CI nulles, on trouve :

$$H_1(p) = \frac{p^2 Y_s(p)}{p^2 Y_e(p)} = \frac{Y_s(p)}{Y_e(p)} = \frac{(k + \mu p)}{(Mp^2 + \mu p + k)}$$

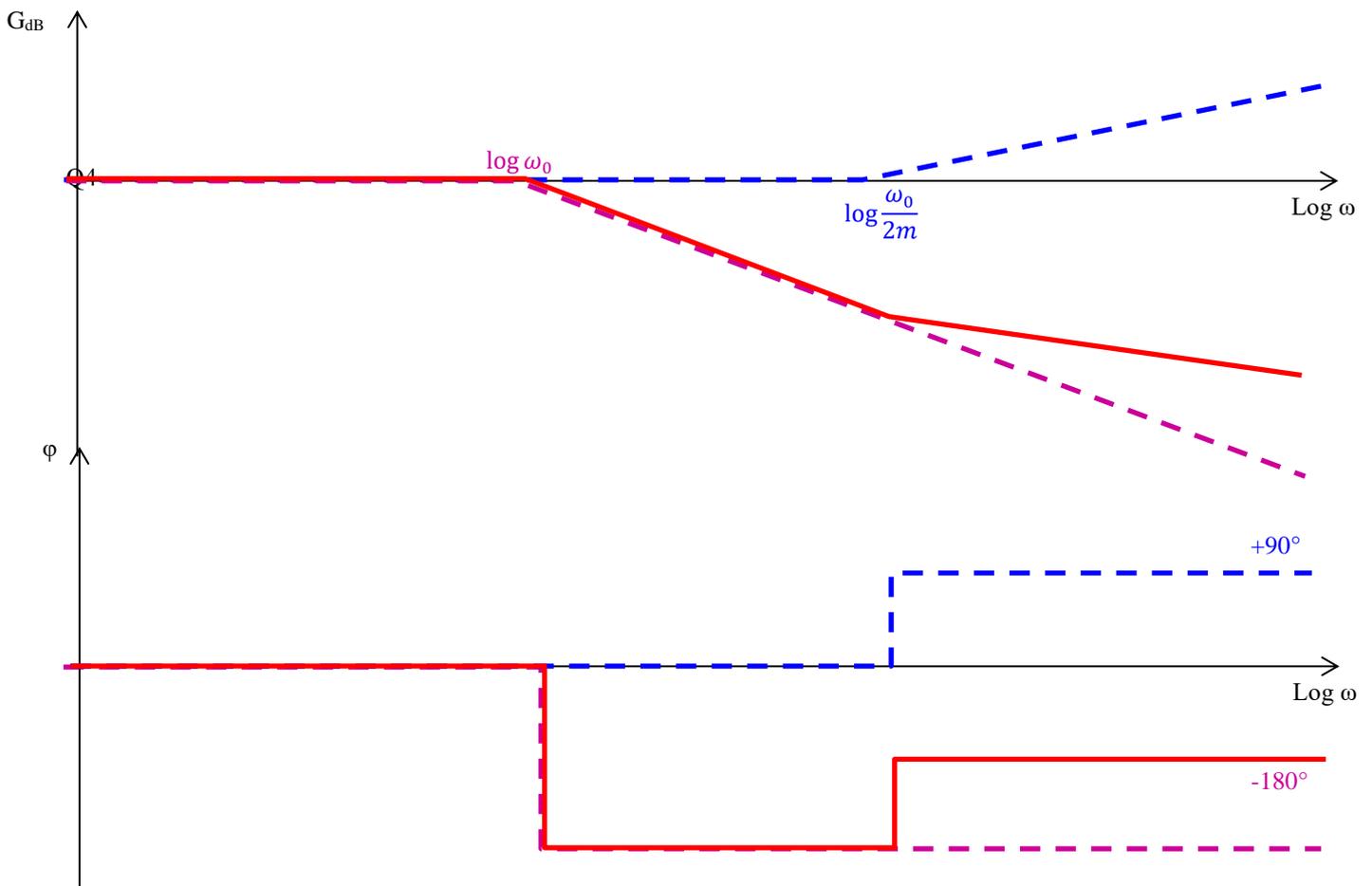
En posant $\omega_0^2 = \frac{k}{M}$ et $m = \frac{\mu}{2M\omega_0}$:

$$H_1 = \frac{1 + \frac{2m}{\omega_0} p}{1 + \frac{2m}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

Q3 : En supposant le coefficient d'amortissement m faible (inférieur à 0,5), la pulsation de cassure du numérateur est plus grande que la pulsation propre du dénominateur : $m < 0.5 \Rightarrow 2m/\omega_0 < 1/\omega_0 \Rightarrow \omega_c > \omega_0$

Ainsi le tracé asymptotique dans le plan de Bode donne :

Q4 :



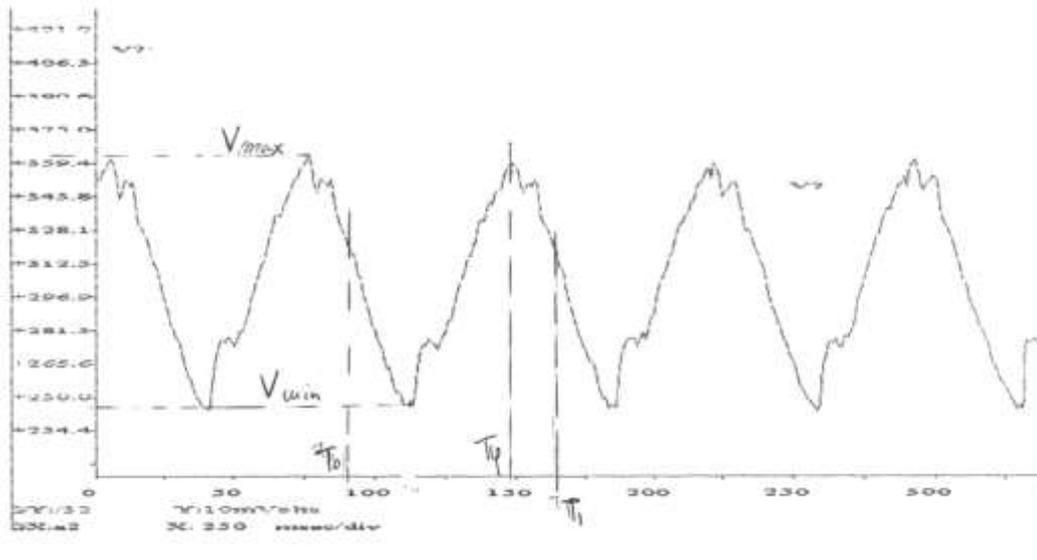
Q5 : En augmentant la pulsation (vitesse de rotation du moteur plus élevée), on constate une augmentation de la phase (en valeur absolue, c'est-à-dire un déphasage qui augmente) et une diminution de l'amplitude du châssis ce qui signifie une diminution du gain (gain qui est d'ailleurs négatif).

Si ω_{moteur} faible la suspension se comporte comme un solide rigide donc pas de retard de $y_s/y_e(\varphi = 0)$ et module de H égal à 1 ($G_{dB} = 0$). Si $\omega_{\text{moteur}} \text{ max}$, la suspension amortit les oscillations donc retard de $y_s/y_e(\varphi < 0)$ et module de $H < 1$ ($G_{dB} < 0$). En diminuant ω_{moteur} on voit de la résonance : module de $H > 1$ ($G_{dB} > 0$).

Q6 :

- $T = T_0 - T_1$ et $\omega = \frac{2\pi}{T_0 - T_1}$
- $\ddot{y}_s(t) = -Y_s(\omega)\omega^2 \sin(\omega t + \varphi)$ est en retard d'une demi période par rapport à $y_s(t) = Y_s(\omega)\sin(\omega t + \varphi)$ donc déphasé de $-180^\circ \Rightarrow \varphi = -\frac{T_1 - T_0}{T_0 - T_1} \cdot 360$
- $G_{dB} = 20 \log \frac{Y_s(\omega)}{Y_{e0}}$.

On mesure Y_{e0} en réglant ω_{moteur} faible et en utilisant la règle graduée : $Y_{e0} = 2.5/2 = 1.25 \text{ cm}$. On mesure V_{max} . Ce qui donne $\omega^2 Y_s(\omega) = \frac{9.81 \cdot V_{\text{max}}}{2870}$ d'où $G_{dB} = 20 \log \frac{9.81 \cdot V_{\text{max}}}{2870 \cdot \omega^2} - 20 \log Y_{e0}$



Q7 :

- influence de l'amortissement : si $m \uparrow$, le gain \downarrow (à la résonance) et $\omega_r \uparrow$.
Pb par rapport à un 2^{ème} ordre : $\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - 2m^2}$. Donc si $m \uparrow$, $\omega_r \downarrow$.
- Influence de la charge :

- si charge \uparrow , Gain maxi \uparrow
- Si charge \downarrow , $\omega_r \downarrow$:

Or $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{M}}$ et $m = \frac{\mu}{2\sqrt{Mk}}$ donc $\omega_r^2 = \frac{k}{M} \left(\frac{2Mk - \mu^2}{2Mk} \right) \downarrow$ si $M \uparrow$.

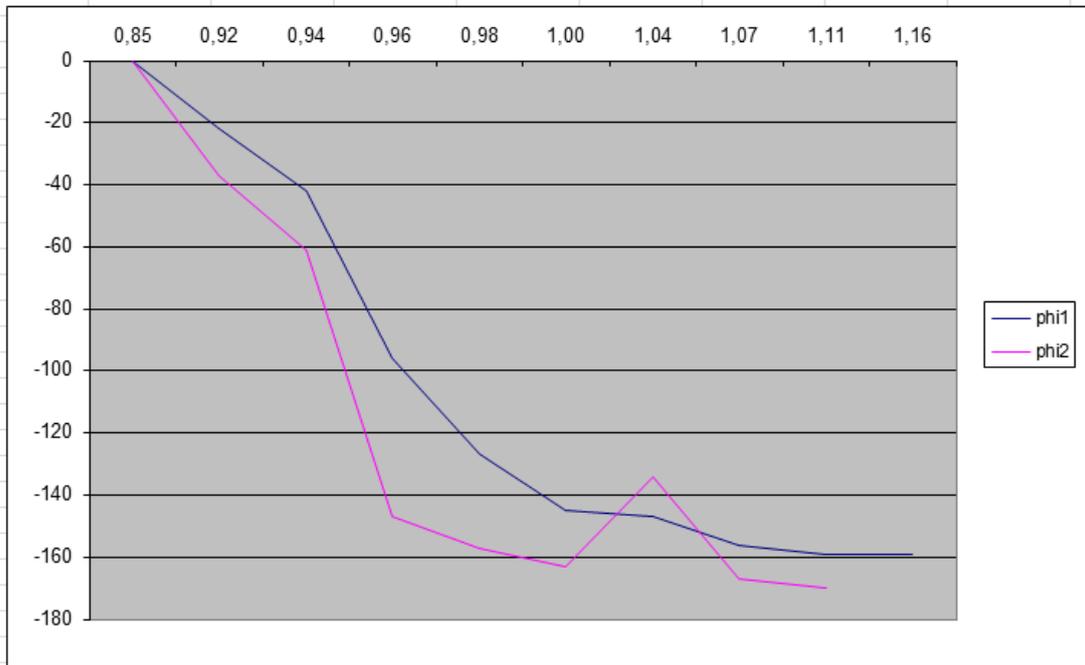
Q8 : Gain max = 3.5 dB = $20 \log \frac{K}{2m\sqrt{1-m^2}} = 20 \log \frac{1}{2m\sqrt{1-m^2}}$

Soit $m\sqrt{1-m^2} = 0.67$ d'où $m = 0.93$ (impossible car $m < 0.707$) ou $m = 0.36$

$\omega_0 = \frac{\omega_r}{\sqrt{1-2m^2}} = \frac{9.3}{\sqrt{1-2 \cdot 0.36^2}} = 10.8 \text{ rad/s}$

D'où : $H_2(p) = \frac{1}{1+67.10^{-3}p+8.61.10^{-3}p^2}$ et $H_1(p) = \frac{1+67.10^{-3}p}{1+67.10^{-3}p+8.61.10^{-3}p^2}$

Ces fonctions de transfert sont équivalentes à basse fréquence.



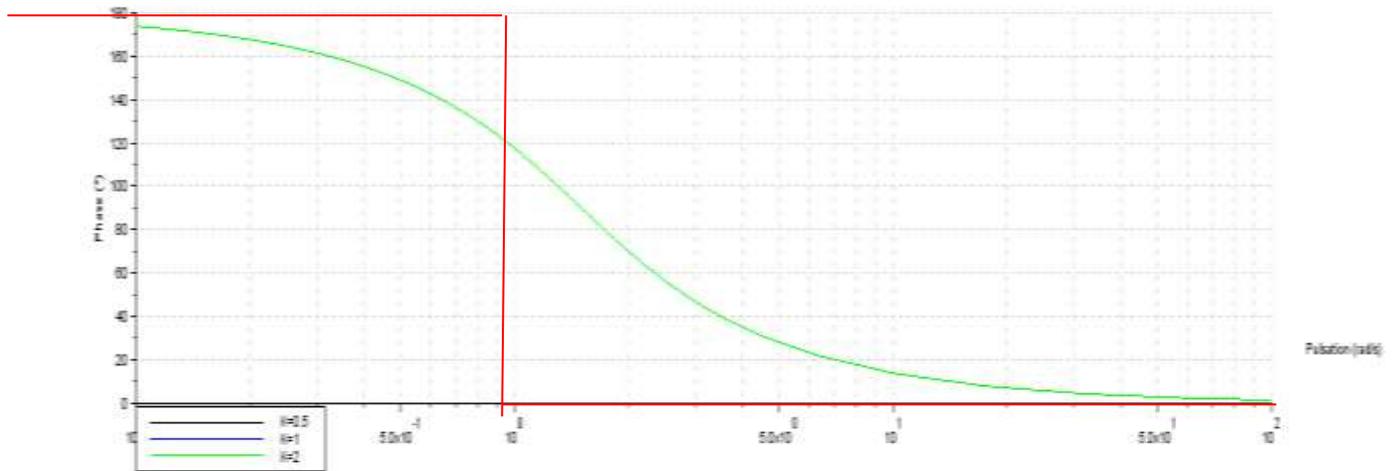
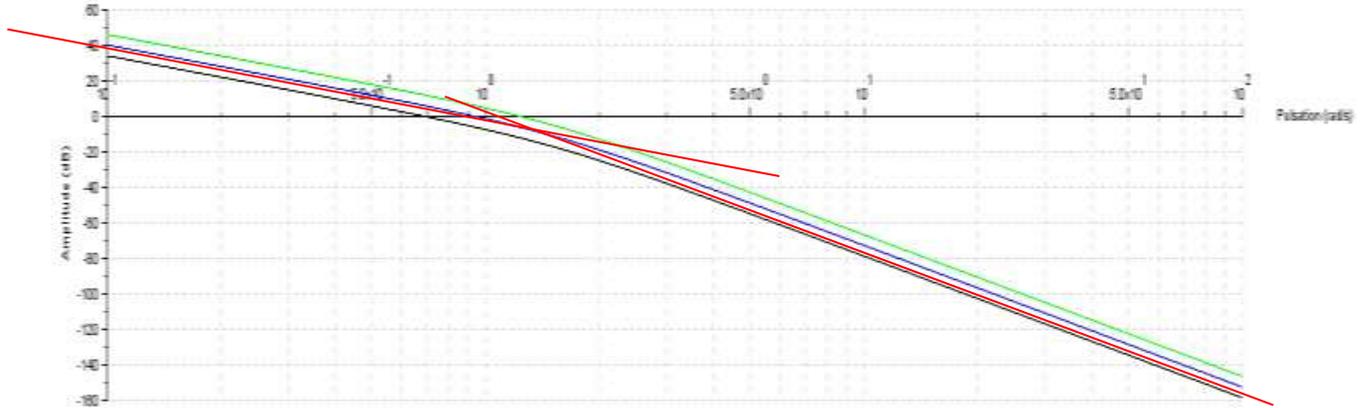
w	7,07	8,27	8,75	9,21	9,58	10,07	10,87	11,72	12,77	14,48
log1w	0,85	0,92	0,94	0,96	0,98	1,00	1,04	1,07	1,11	1,16
G1	0,66	1	1,7	3,5	3,1	2,3	1,6	1,4	1,3	1,1
phi1	0	-22	-42	-96	-127	-145	-147	-156	-159	-159
w	5,75	7,4	8	8,9	9,38	9,73	10,6	12,1	14,1	
log2w	0,76	0,87	0,90	0,95	0,97	0,99	1,03	1,08	1,15	
phi2	0	-37	-61	-147	-157	-163	-134	-167	-170	
G2	0,51	0,99	2,81	2,36	1,93	1,4	1,18	1,04	0,97	

SYNTHÈSE ASSERVISSEMENT

Q1 : $\omega_0 = 1.5 \text{ rad/s}$ et $m = 0.8$

Q2 : tracé asymptotique :

- Gain : pente de -40dB/dec à cause du double intégrateur puis -80dB/dec à partir de ω_0 . La pente de -40dB/dec du 2^{ème} ordre s'ajoute à celle du double intégrateur. Pas de résonance car $m > 0.707$ donc tracé asymptotique et réel très proches.
- Phase : -180° à cause du double intégrateur puis -360° à partir de ω_0 puisque le 2^{ème} ordre donne -180° après la cassure.



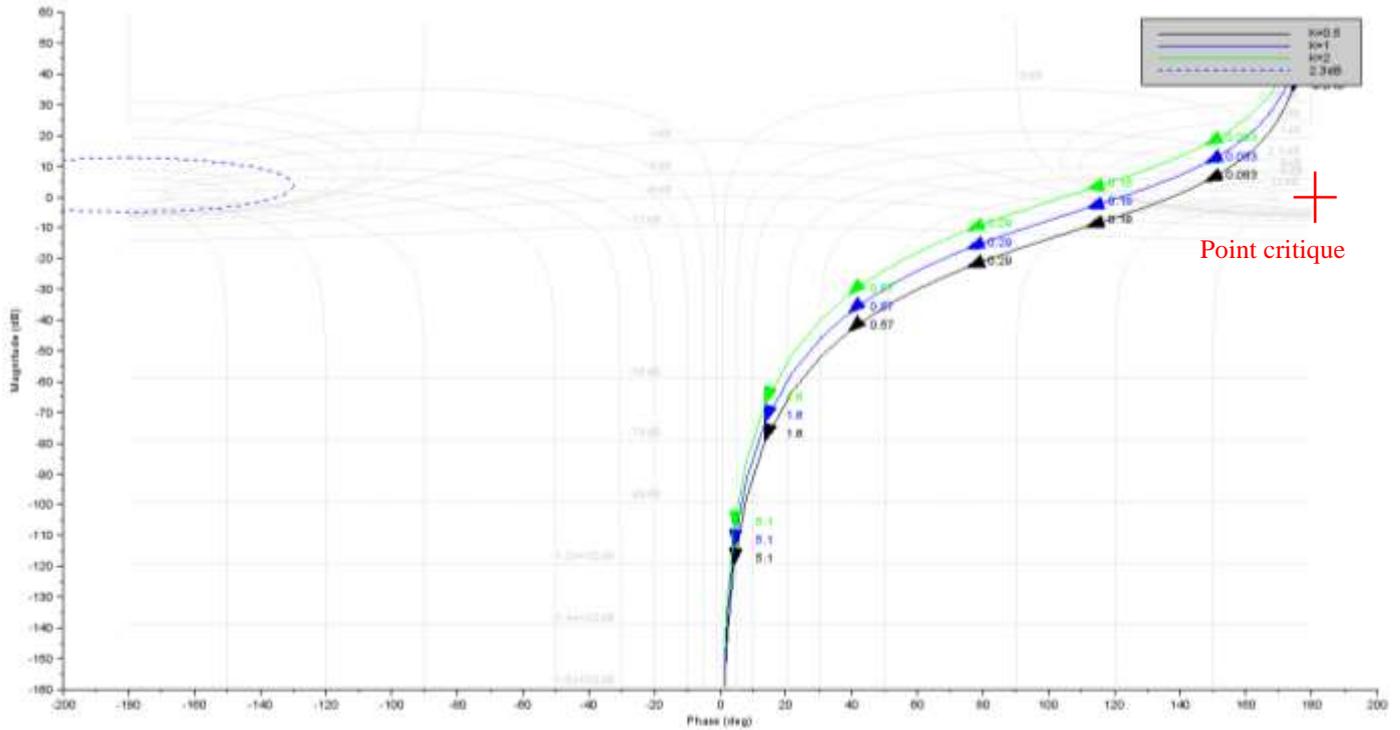
Q3 : valeur de la translation verticale du diagramme de gain : $20\log 2 = 6 \text{ dB}$. Le gain est multiplié par 2 entre chaque courbe.

Q4 : les courbes de phase sont les mêmes puisque l'argument d'un réel est nul.

Q5 : application du critère de Revers dans Bode : La phase se rapproche de -180° lorsque ω tend vers 0. Ce qui correspond à un gain qui tend vers $+\infty$. Le critère de Revers donne un système instable qui est d'autant plus instable que le gain K est grand.

Q6 : l'augmentation du gain K se traduit par une translation verticale de la même valeur que précédemment c'est-à-dire 6 dB.

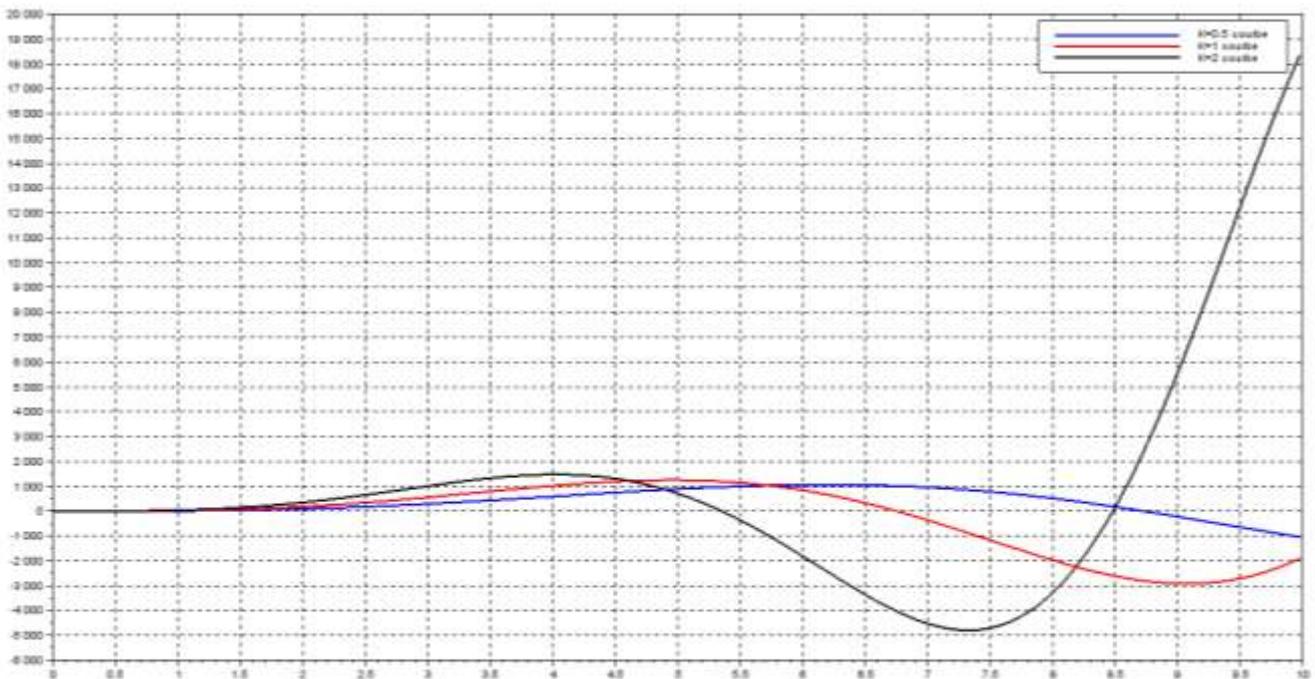
Q7 : d'après le critère de Revers le système est bien instable. On laisse le point critique à gauche en parcourant dans le sens des ω croissants le tracé de Black. Plus K est grand plus on est loin du point critique. Ce qui est cohérent avec les résultats trouvés à partir du tracé de Bode.



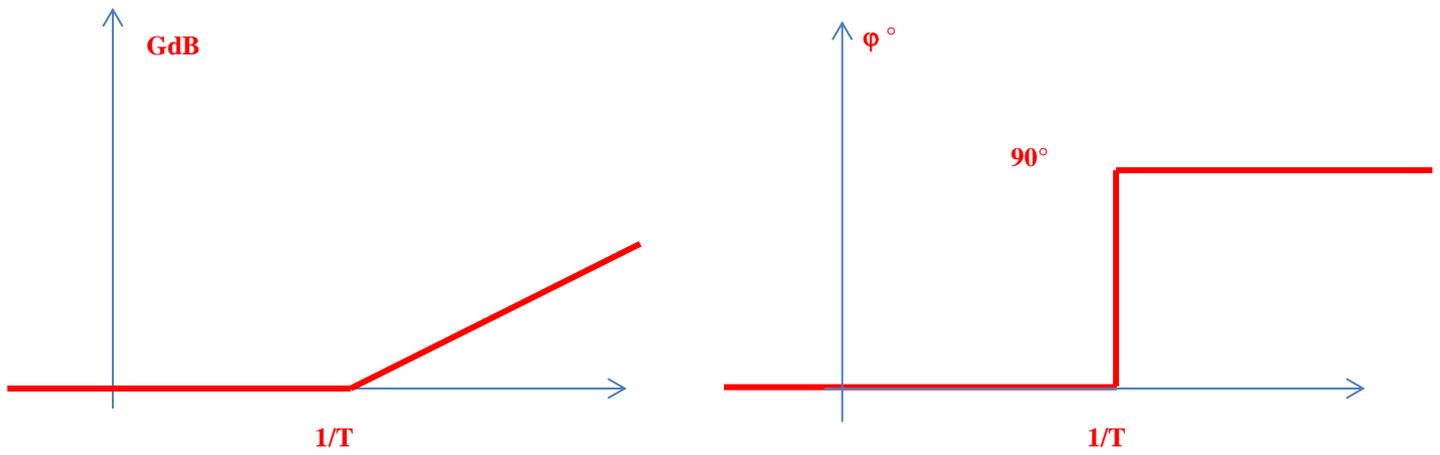
Q8 : La déformation doit permettre de passer du bon côté du point critique. On doit donc localement apporter de la phase positive à notre système. C'est le rôle du correcteur.

Q9 : Le correcteur proportionnel ne permet pas de rendre le système stable puisqu'en translatant verticalement le tracé de Black, on ne parviendra pas à contourner le point critique de manière adéquate (asymptote verticale à -180°). Le correcteur proportionnel intégral produit l'effet contraire à celui recherché. Il diminue encore plus la phase déjà trop négative. On choisit le proportionnel dérivé qui va nous permettre d'apporter de la phase positive.

Q10 : Le comportement de l'avion n'est pas satisfaisant en réponse à un échelon de consigne verticale de 300m. l'altitude de l'avion oscille avec des amplitudes de plus en plus grandes. Cohérent avec l'étude fréquentielle puisque plus K est grand plus l'altitude de l'avion présente des oscillations importantes.

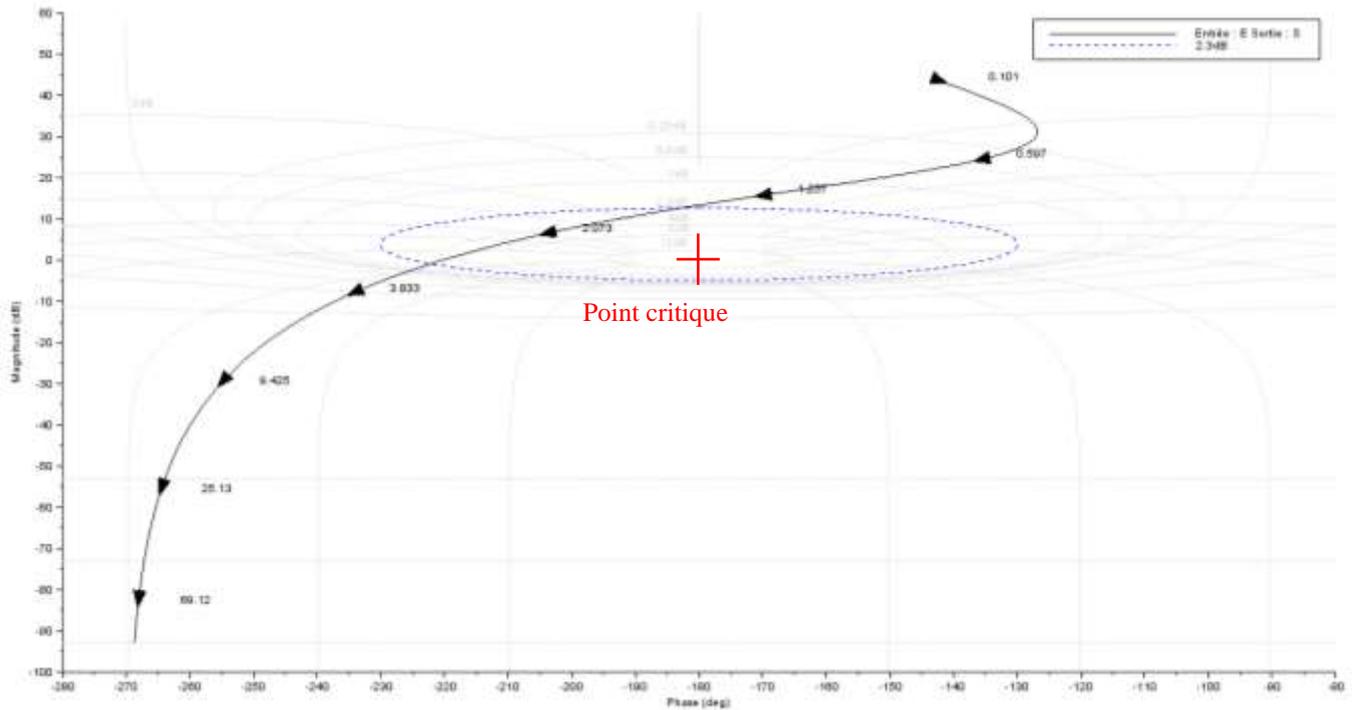


Q11 : avance de $+90^\circ$ au maximum ($\omega \rightarrow \infty$)



Q12 : à $\omega_{c0} = 0.92 \text{ rad/s}$. la phase vaut -238° . On veut une marge de phase de $+30^\circ$, il faut donc amener grâce au correcteur une avance de phase de $+88^\circ$ pour passer d'une phase actuelle de -238° à la phase voulue de $-150^\circ = -180^\circ + 30^\circ$. Il faut donc choisir la pulsation de cassure du correcteur très grande par rapport à la pulsation ω_{c0} .

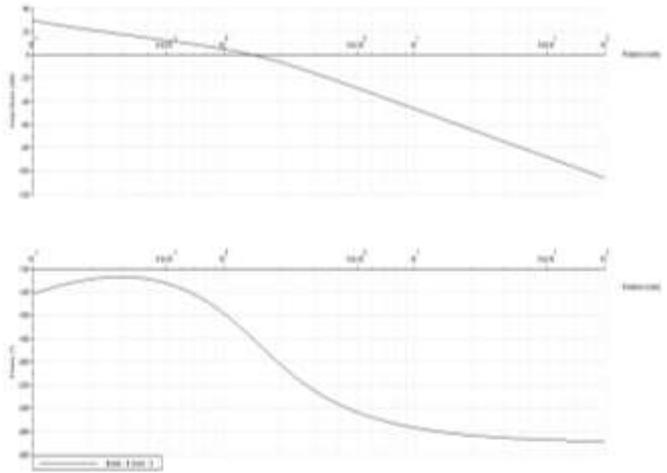
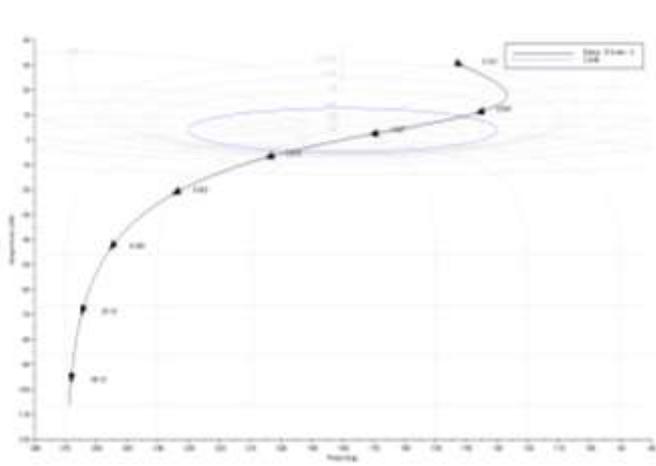
Q13 : le système n'est pas stable. La déformation voulue est placée trop haut dans Black.



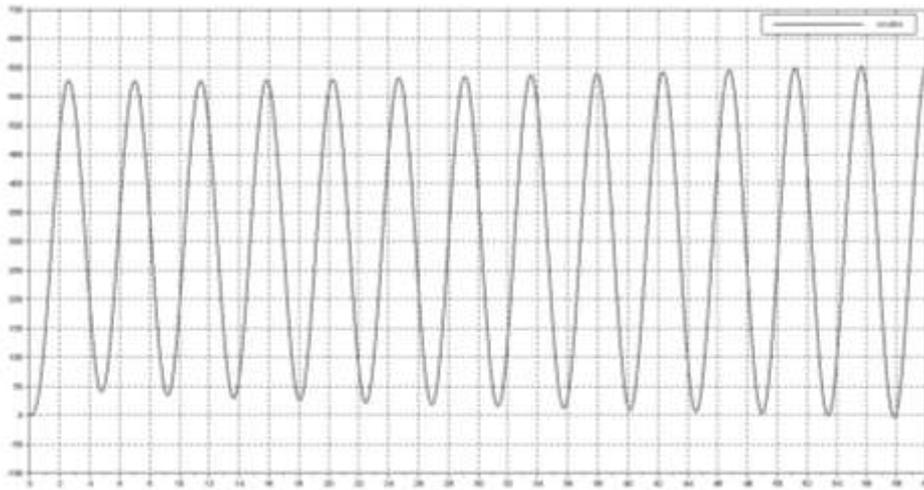
Q14 : Il va falloir diminuer le gain pour que la déformation permette de contourner le point critique.

Q15 : Limite de stabilité : on veut que le tracé de Black passe par le point critique. On mesure le gain à la phase de -180° . $G_{dB} = 13.3$ à $\varphi = -180^\circ$. Il faut donc translater la courbe de Black de -13.3 dB pour la faire passer par le point critique.

D'où $20 \log K_1 = -13.3 \text{ dB}$ ce qui donne $K_1 = 0.216$.

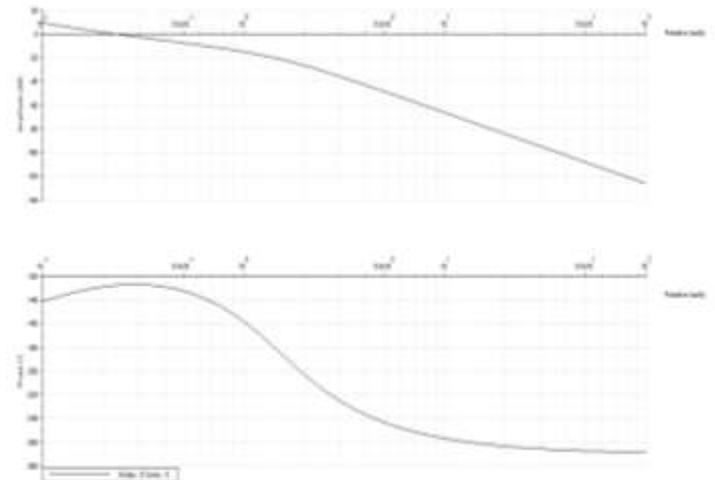
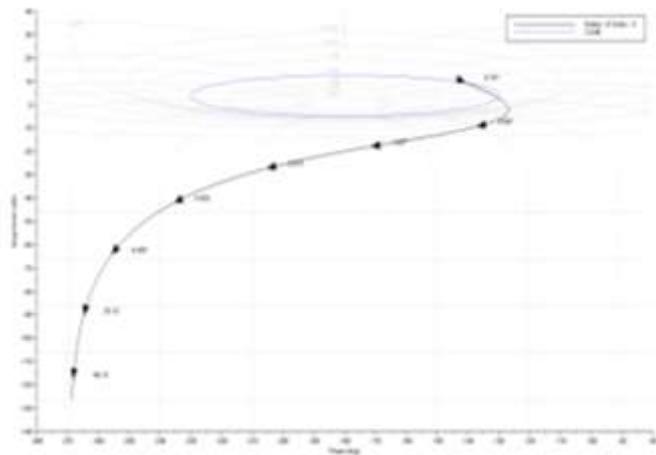


A la limite de la stabilité la réponse est purement oscillante. $Z_{max} = 600 \text{ m}$ et $Z_{moy} = 300 \text{ m}$



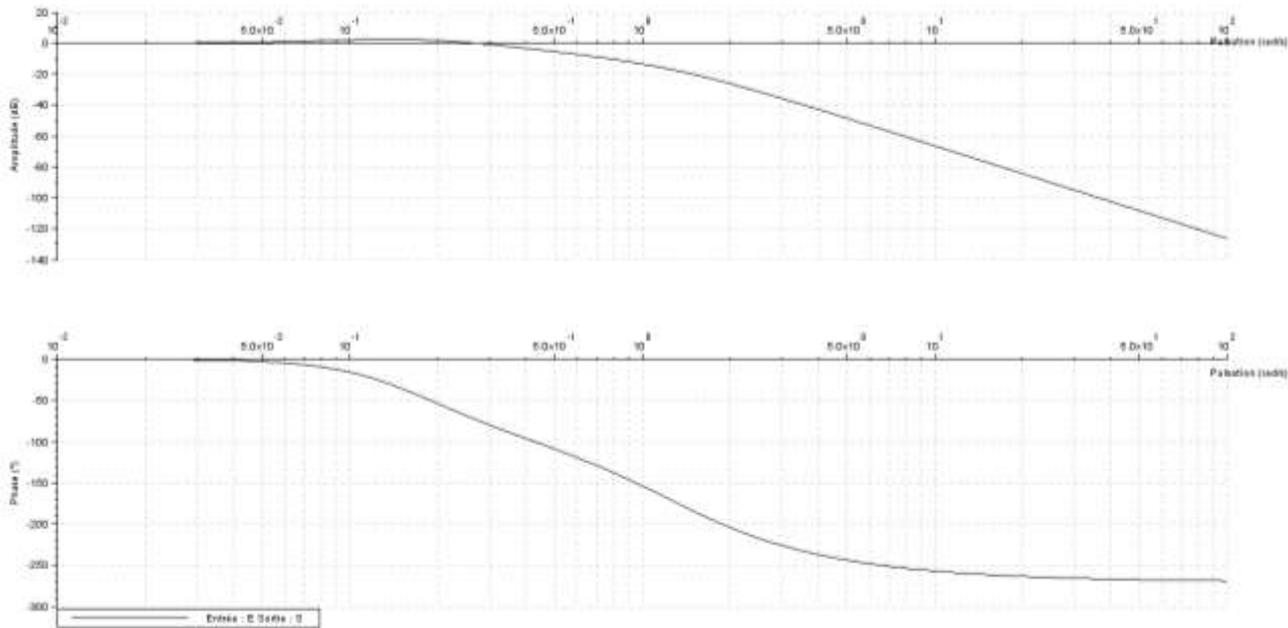
Q16 : On veut une marge de gain de 20dB. Il faut donc translater la courbe de Black ou celle de gain de Bode de -20 dB.

D'où : $20 \log K_2 = -33.3 \text{ dB}$ ce qui donne $K_1 = 0.0216$.

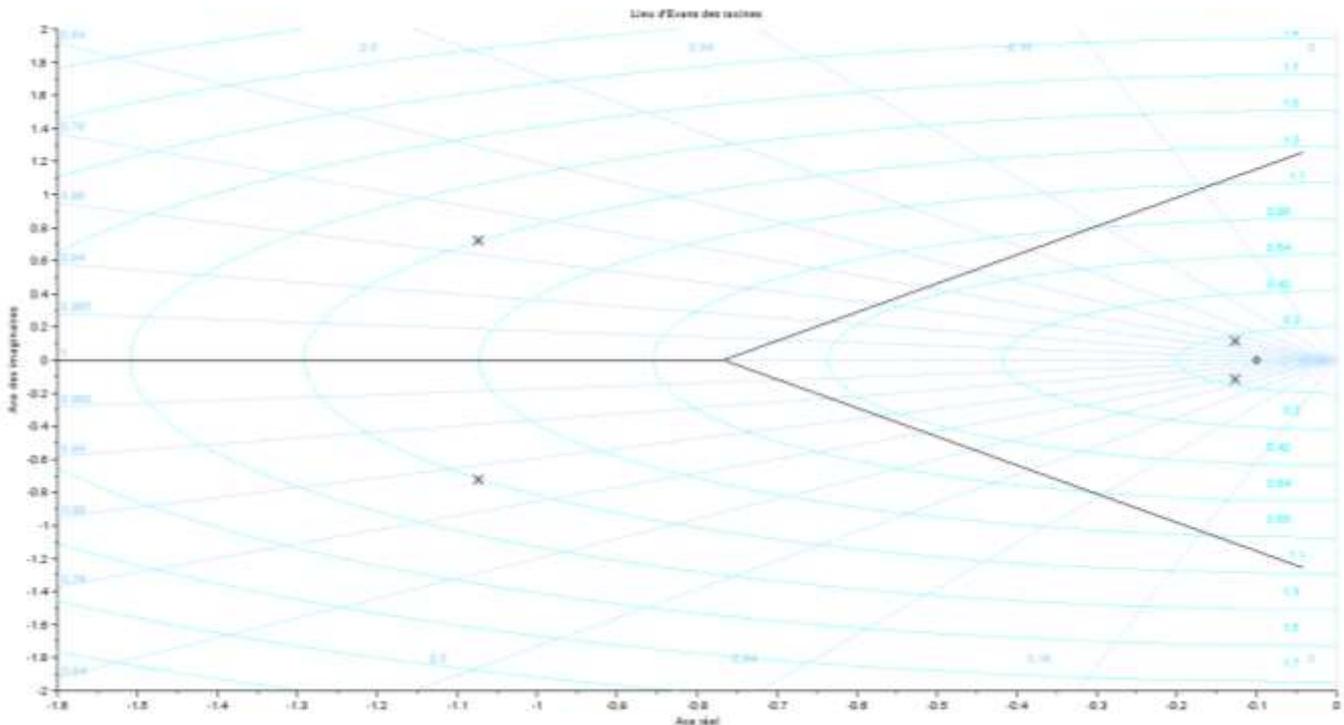


M8 : on mesure $M_\varphi = 53^\circ$ et $MG = 20 \text{ dB}$

Q17 : Le tracé de Bode présente une résonance. $\omega_r = 0.14 \text{ rad/s}$ et $20\log Q = 2.64 \text{ dB}$.



Lieu d’Evans : La FTBF d’ordre 4 a 4 racines complexes. Les pôles dominants sont ceux qui sont les plus proches de l’origine. L’écart suivant l’axe des réels entre ces couples de pôles étant important, le comportement du système est très proche de celui d’un deuxième ordre dont les pôles seraient les deux pôles dominants de notre FTBF d’ordre 4.

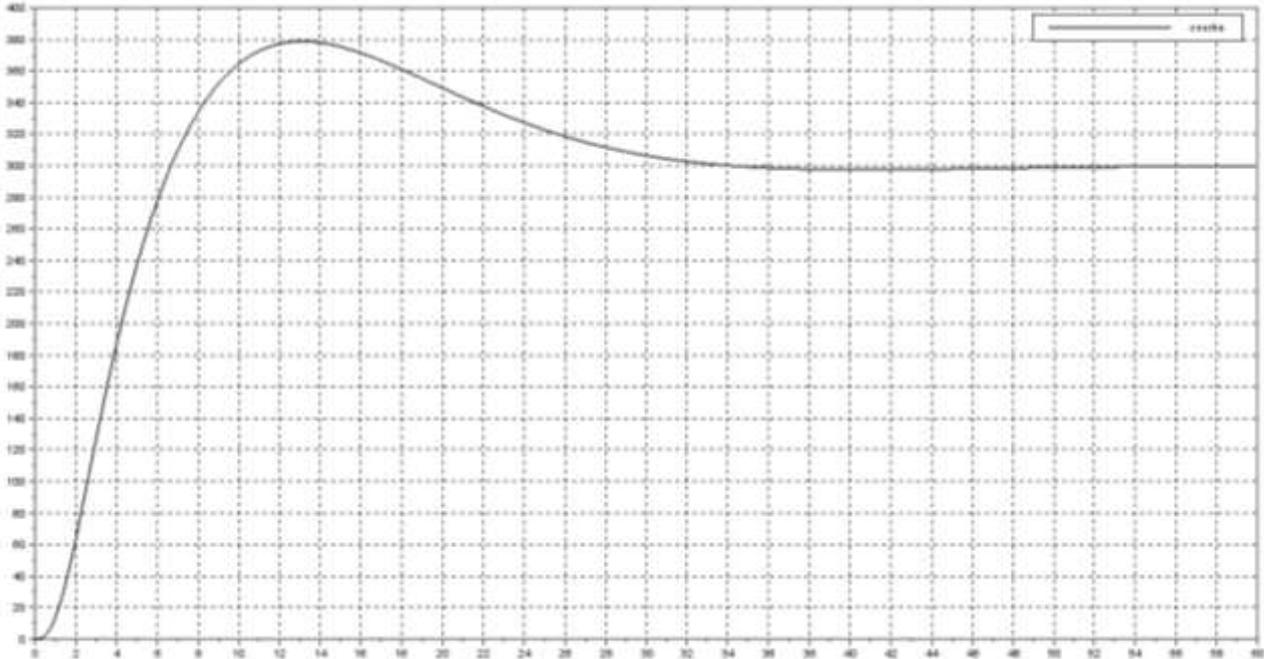


Q18 : $\omega r = \omega_0 \sqrt{1 - 2m_1^2}$ et $Q = \frac{1}{2m_1 \sqrt{1 - m_1^2}}$ d’où : $m_1 = 0.405$ et $\omega_n = 0.16$ rad/s

Q19 : Réponse indicielle d’un 2 ème ordre avec $m_1 = 0.405$.

Cela donne un premier dépassement relatif de $d1 (\%) = e^{-\frac{\pi m_1}{\sqrt{1 - m_1^2}}} = 0.25$ d’où $Z_{max} = 300 + 76$ m .
 Tracé de la réponse du système (ordre 4) corrigé. On relève un écart statique nul et $Z_{max} = 379$ m . l’allure de la

réponse indicielle ressemble bien à celle d'un deuxième ordre avec un dépassement très proche.



Q20 : L'écart statique en position est nul puisque la classe de la FTBO est > 0 .

Q21 : L'écart statique en vitesse est nul puisque la classe de la FTBO est > 1 .

Q22: L'écart d'altitude est non nul (28 m)puisque'il s'agit d'une perturbation en accélération. Il faudrait une FTBO de classe au moins égal à 3 pour que cet écart soit nul.

Calcul de l'écart en accélération : $\ddot{Z}_c = a u(t) \Rightarrow Z_c(p) = \frac{a}{p^3}$

$$\varepsilon_a(p) = Z_c(p) - Z_s(p) = Z_c(p) \left(\frac{1}{1 + FTBO} \right) = \frac{a}{p^3} \left(\frac{1}{1 + \frac{K(10p + 1)}{p^2(0.444p^2 + 1.066p + 1)}} \right)$$

$$\varepsilon_a(p) = \frac{a}{p^3} \left(\frac{p^2(0.444p^2 + 1.066p + 1)}{p^2(0.444p^2 + 1.066p + 1) + K(10p + 1)} \right)$$

D'où

$$\varepsilon_a(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon_a(p) = \frac{a}{K} = \frac{1}{0.0216} = 46m \text{ ce qui est conforme au résultat suivant.}$$

