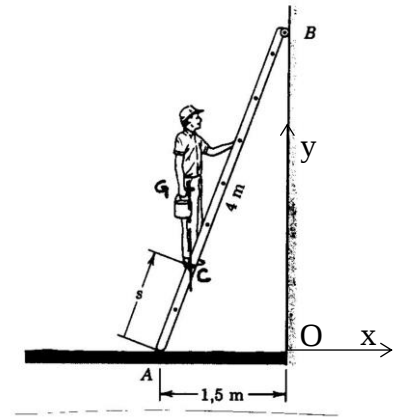


Exercice :

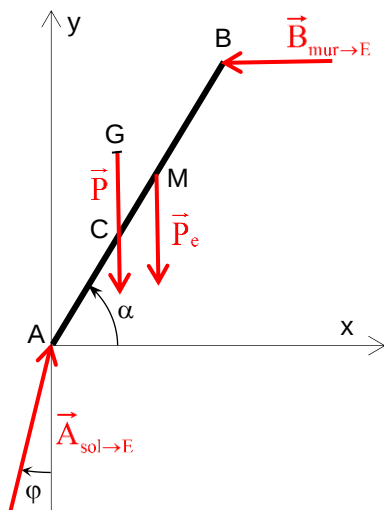
Déterminer analytiquement la distance $AC = s$ (en fonction de P , P_e , f , l et a) à laquelle le peintre peut monter sans provoquer le glissement à l'extrémité inférieure A de l'échelle.

Données:

- poids de l'échelle: $P_e = 15$ daN au centre D de l'échelle
- longueur de l'échelle: $l = 4$ m
- $OA = a = 1,5$ m
- coefficient de frottement en A: $f = 0,25$
- frottement négligé en B (roulette)
- poids du peintre: $P_p = 90$ daN en G à la verticale de ses pieds passant par C
- problème plan.



Bilan des actions mécaniques sur l'ensemble $E = \{\text{échelle, peintre}\}$:



- le glisseur $\vec{A}_{\text{sol} \rightarrow E}$ (contact ponctuel en A) est incliné de φ par rapport à la normale $\vec{y}$ au plan tangent commun en A au sol et à l'échelle et la composante tangentielle (suivant $\vec{x}$) s'oppose à $\vec{V}(A \in E / \text{sol})$.
- le glisseur $\vec{B}_{\text{mur} \rightarrow E}$ (contact ponctuel en B sans frottement) est perpendiculaire au plan tangent commun en B au mur et à l'échelle donc dirigé suivant $\vec{x}$
- le poids du peintre, glisseur vertical de norme P passant par G (et C)
- le poids de l'échelle, glisseur vertical de norme P_e passant par M

Théorème de la résultante appliqué à E :

$$\vec{A} + \vec{B} + \vec{P} + \vec{P}_e = \vec{0}$$

$$\text{en projection sur } \vec{x} : A \sin \varphi - B = 0 \quad (1)$$

$$\text{en projection sur } \vec{y} : A \cos \varphi - P - P_e = 0 \quad (2)$$

Théorème du moment appliqué à E en A en projection sur $\vec{z}$:

$$B l \sin \alpha - P s \cos \alpha - P_e \frac{l}{2} \cos \alpha = 0 \quad (3)$$

$$\text{de (1) et (2) : } \tan \varphi = f = \frac{B}{P + P_e} \quad \text{soit} \quad B = f (P + P_e)$$

$$\text{de (3) : } f (P + P_e) l \sin \alpha - P_e \frac{l}{2} \cos \alpha = P s \cos \alpha$$

$$\Rightarrow s = \frac{1}{P} [f l \tan \alpha (P + P_e) - P_e \frac{l}{2}] \quad \text{avec} \quad \tan \alpha = \frac{OB}{OA} = \frac{\sqrt{l^2 - a^2}}{a^2} \Rightarrow \boxed{s = \frac{1}{P} [f l \frac{\sqrt{l^2 - a^2}}{a^2} (P + P_e) - P_e \frac{l}{2}]}$$

$$\text{A.N. : } \boxed{s = 2,5 \text{ m}}$$