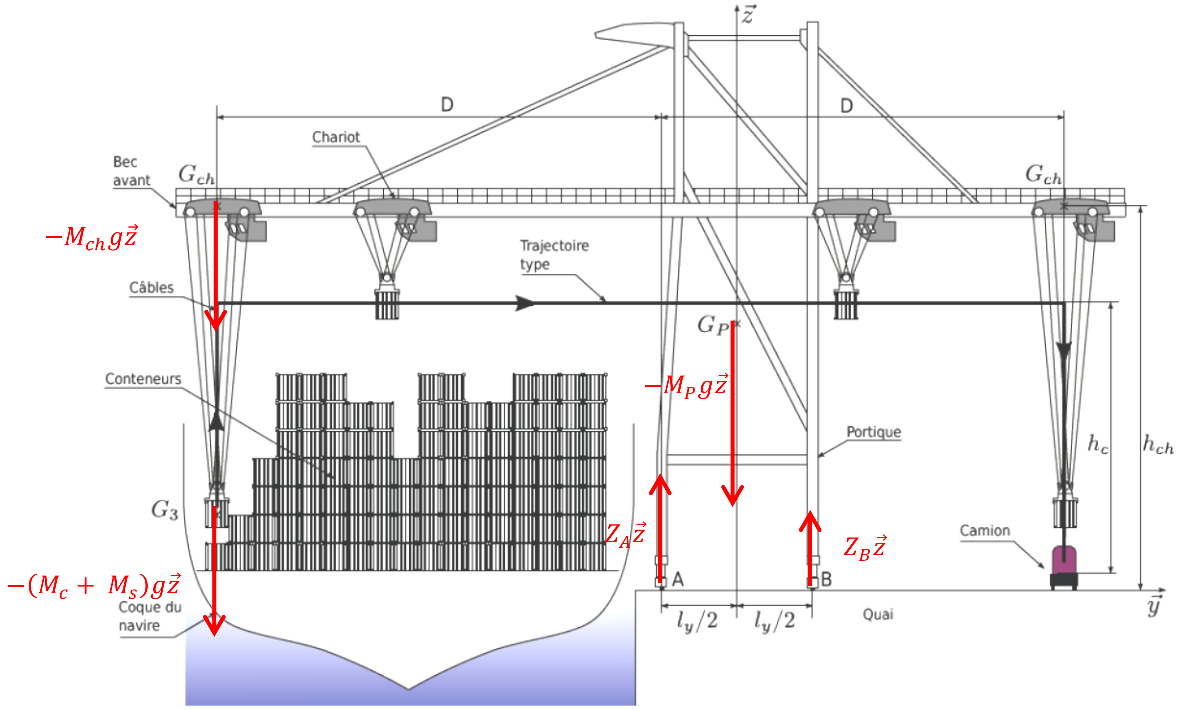
Problème 3 : Chargement/déchargement de cargos porte-conteneurs (extrait Centrale PSI 13)

Problème de basculement d'une structure élancée sous l'effet de la pesanteur et du vent latéral. C'est donc l'application du TMS qui donnera les équations nécessaires.
Le traitement ne nécessite pas l'utilisation des torseurs. Les 2 études sont menées dans des plans de projection $(\vec{y},\vec{z})$ puis $(\vec{x},\vec{z})$. Inutile de faire un graphe de liaisons avec les acttions extérieures représentées. Les détails des liaisons entre les différents composants dy système ne sont pas données. Cela sous entend qu'on va isoler l'ensemble des composants du système.



Q1 : Soit S={Portique+Chariot+Spreader+Conteneur}
Bilan des Actions Mécaniques Extérieures :

- Poids ($M_c + M_s$ en G_3, M_{ch} en G_{ch} et M_p en G_P) : glisseurs verticaux aux CDG
- Action du rail en A : ponctuelle sans frottement $\Rightarrow T_{sol\to S} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_A & 0 \end{Bmatrix}_A$ + Pb plan $\Rightarrow \begin{Bmatrix} - & 0 \\ 0 & - \\ Z_A & - \end{Bmatrix}_A \Rightarrow \vec{A} =$ $Z_A\vec{z} \Rightarrow$ glisseur en A
- Action du rail en B : glisseur en B

S'il y a basculement, il aura lieu lors du début de la phase de levage de la charge maxi (portique et chariot immobiles). On applique le TMS en A selon la direction $\vec{x}$ (Si le basculement a lieu il se traduira par une rotation autour de A.

$$\overrightarrow{M_A}(poids/Rg).\vec{x} = -\left[\overrightarrow{AG_3} \wedge (\mathrm{M_c} + \mathrm{M_s}).g.\vec{z} + \overrightarrow{AG_{ch}} \wedge \mathrm{M_{ch}}.g.\vec{z} + \overrightarrow{AG_p} \wedge \mathrm{M_p}.g.\vec{z}\right].\vec{x}$$
$$\Rightarrow \overrightarrow{M_A}(poids/Rg).\vec{x} = \left[(\mathrm{M_c} + \mathrm{M_s}).D + \mathrm{M_{ch}}.D - \mathrm{M_p}.\frac{l_y}{2}\right].g$$
$$\overrightarrow{M_A}(\vec{A}/Rg).\vec{x} = 0$$
$$\overrightarrow{M_A}(\vec{B}/Rg).\vec{x} = \overrightarrow{AB} \wedge Z_B\vec{z}.\vec{x} = l_y.Z_B$$

Ainsi on obtient l'équation suivante :

$$0 = \left[(\mathrm{M_c} + \mathrm{M_s}).D + \mathrm{M_{ch}}.D - \mathrm{M_p}.\frac{l_y}{2}\right].g + l_y.Z_B$$

les produits vectoriels ne sont pas indispensables pour écrire cette équation. On retrouve moment = force * bras de levier…

Soit $Z_B = \frac{(\mathrm{M_p}.\frac{l_y}{2} - (M_c + M_s).D - \mathrm{M_{ch}}.D.)g}{l_y} = 3347\ kN$

On écrit ensuite le TRS projeté sur l'axe verticale $\Rightarrow$ $Z_A = (\mathrm{M_p} + M_c + M_s + \mathrm{M_{ch.}})g - Z_B = 8223\ kN$

Le non basculement de la grue consiste à considérer $Z_B \geq 0$. Si le basculement se produit, on perd le contact en B. A la limite de basculement on a $Z_B = 0$.
La condition de non basculement est vérifiée.

Q1 bis : Dans le cas de la levée de la charge maxi à l'accélération maxi : à l'action de la pesanteur sur le conteneur et le spreader s'ajoute les effets dynamiques $(M_c + M_s).\gamma_{lm}$ (c'est le PFD ($\sum F = Ma$)). Cette force d'inertie contribue au basculement (s'il a lieu) du portique. On peut interpréter comme cela. En accélérant la montée du conteneur et du spreader, on augmente la tension des câbles (appelés moufle) de la valeur de la force d'inertie ($(M_c + M_s).\gamma_{lm}$). Vis-à-vis du portique, c'est une augmentation de la force incitant à basculer l'ensemble. Le PFD est au programme de $2^{\text{ième}}$ année en SII…

De manière propre : On applique le TRD ($\sum \vec{F} = M\vec{a}$) en projection sur $\vec{z}$ à l'ensemble conteneur + spreader : il subit l'action de la pesanteur et du moufle (tension des câbles modélisable par un glisseur).
Puis on applique le TMS en A à l'ensemble portique + chariot : il subit l'action de la pesanteur, du sol et du moufle (action réciproque de la précédente)

D'où $0 = \left[(\mathrm{M_c} + \mathrm{M_s}).D + \mathrm{M_{ch}}.D - \mathrm{M_p}.\frac{l_y}{2}\right].g + l_y.Z_B + (M_c + M_s).D.\gamma_{lm}$

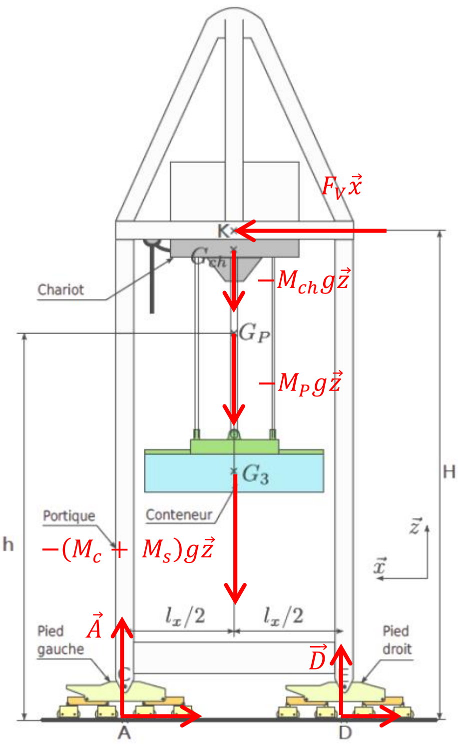
$(M_c + M_s).\gamma_{lm}$ est la tension supplémentaire dans les câbles de levage.

D'où $Z_B = \frac{1}{l_y}(\mathrm{M_p}.\frac{l_y}{2}.g - (M_c + M_s).D.(g + \gamma_{lm}) - \mathrm{M_{ch}}.D.g) = 3216\ kN > 0$. Il ya toujours non basculement.

L'accélération maxi conduisant au basculement est : $\gamma_{lm} = g\left[\frac{-\mathrm{M_{ch}}.D + \mathrm{M_p}.\frac{l_y}{2}}{(M_c + M_s).D} - 1\right] = 24.7 m/s^2 \gg 0.5\ m/s^2$

Il faudrait une très forte accélération du conteneur ($24.7 m/s^2$) pour avoir basculement…

Q2 : mêmes remarques que précédemment. Toutes les actions sont modélisables par des glisseurs. Attention en A et D, les actions prennent en compte le frottement. C'est un problème de basculement donc TMS avec des moments calculables sans produits vectoriels…



Par hypothèse :

- Tous les éléments sont immobiles
- Les masses des poutres supérieures, inférieures et des supports de galets sont négligeables devant *Mp*.
- Le problème est supposé plan $(\vec{x}, \vec{z})$.

Ainsi on se place dans le cadre d'une étude de statique :

- Système isolé : {portique + poutres inf & sup + supports de galets + galets + chariot + spreader + conteneur}
- Bilan des Actions Mécaniques Extérieures :
  - Poids : $M_c + M_s$ en G_3 ; M_{ch} en G_{ch} et M_p en G_P
  - Action du rail en A : ponctuelle de normale $(\boldsymbol{A}, \vec{\boldsymbol{z}})$ avec frottement $(\boldsymbol{Z_{fA}}\vec{\boldsymbol{z}} - \boldsymbol{X_{fA}}\vec{\boldsymbol{x}})$ la vitesse de glissement est suivant $\vec{x}$ donc la composante due au frottement dans la même direction et de sens opposé à la vitesse (déplacement suivant $+\vec{x}$ à cause du vent)

- Action du rail en D : ponctuelle de normale $(\boldsymbol{D}, \vec{\boldsymbol{z}})$ avec frottement $(\boldsymbol{Z_{fD}}\vec{\boldsymbol{z}} - \boldsymbol{X_{fD}}\vec{\boldsymbol{x}})$ idem
- Force du vent en K : $\overrightarrow{F_V} = \frac{1}{2}.\lambda.V^2.\vec{x}$ Force proportionnelle au carré de la vitesse. Modèle classique pour le frottement de l'air (exemple : effet du vent sur une voiture)

- Théorème du moment statique en A projeté sur $\vec{y}$ permet de déterminer Z_{fD} :

$$-\left[\overrightarrow{AG_3} \wedge (\mathrm{M_c} + \mathrm{M_s}).g.\vec{z} + \overrightarrow{AG_{ch}} \wedge \mathrm{M_{ch}}.g.\vec{z} + \overrightarrow{AG_p} \wedge \mathrm{M_p}.g.\vec{z}\right].\vec{y} + \overrightarrow{AK} \wedge \overrightarrow{F_V}.\vec{x} + \overrightarrow{AD} \wedge \left(Z_{fD}\vec{z} + X_{fD}\vec{x}\right).\vec{y}$$

$$\overrightarrow{AD} = -l_x\vec{x} \; ; \; \overrightarrow{AG_3} = -\frac{l_x}{2}\vec{x} + ???\vec{z} \; ; \; \overrightarrow{AG_{ch}} = -\frac{l_x}{2}\vec{x} + ???\vec{z} \; ; \; \overrightarrow{AG_p} = -\frac{l_x}{2}\vec{x} + h\vec{z} \; ; \; \overrightarrow{AK} = -\frac{l_x}{2}\vec{x} + H\vec{z}$$

Toutes les dimensions selon $\vec{z}$ n'intervenant pas dans le résultat final, il importe peu que certaines ne soient pas définies. Ainsi nous obtenons l'équation suivante :

$$-\left(\mathrm{M_c} + \mathrm{M_s} + \mathrm{M_{ch}} + \mathrm{M_p}\right).g.\frac{l_x}{2} + H.F_V + l_x.Z_{fD} = 0$$

Les produits vectoriels ne sont pas indispensables pour écrire cette équation. On retrouve moment = force * bras de levier…

On en déduit alors $Z_{fD} = \frac{1}{2}.\left(\mathrm{M_c} + \mathrm{M_s} + \mathrm{M_{ch}} + \mathrm{M_p}\right).g - H.\frac{F_V}{l_x}$

- Théorème de la résultante statique selon $\vec{z}$:

$Z_{fA} + Z_{fD} - \left(\mathrm{M_c} + \mathrm{M_s} + \mathrm{M_{ch}} + \mathrm{M_p}\right).g = 0$ Soit : $Z_{fA} = \frac{1}{2}.\left(\mathrm{M_c} + \mathrm{M_s} + \mathrm{M_{ch}} + \mathrm{M_p}\right).g + H.\frac{F_V}{l_x}$

Q3 :

- Il y a basculement ssi, $Z_{fD} = 0 = \frac{1}{2}.\left(\mathrm{M_c} + \mathrm{M_s} + \mathrm{M_{ch}} + \mathrm{M_p}\right).g - H.\frac{F_V}{l_x}$, car d'après le sens du vent le basculement s'effectuera autour de A.

  Soit la vitesse du vent minimale causant le basculement :

$$V^2 = \frac{l_x.\left(\mathrm{M_c} + \mathrm{M_s} + \mathrm{M_{ch}} + \mathrm{M_p}\right).g}{H.\lambda} \Rightarrow V = 312\ km/h\ (> 300\ km/h\ Cdcf)$$

  NB : En observant l'équation de Z_{fD} on peut remarquer que le cas le plus défavorable est celui sans conteneur (la structure est plus légère). Dans ce cas la vitesse du vent vaudra :

$$V = 307\ km/h\ (> 300\ km/h\ Cdcf)$$

- Pour étudier le glissement on se place à l'équilibre à la limite du glissement : $X_{fA} = f.Z_{fA}$

  D'après le Th. de la résultante selon $\vec{x}$ on trouve :

$$-X_{fA} - X_{fD} + F_V = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}.\lambda.{V_2}^2 - f.\left(\mathrm{M_c} + \mathrm{M_s} + \mathrm{M_{ch}} + \mathrm{M_p}\right).g = 0$$

  Comme précédemment, on peut remarquer que le cas le plus défavorable est celui sans conteneur. Dans ce cas la vitesse du vent vaudra :

$${V_2}^2 = \frac{2}{\lambda}.f.\left(\mathrm{M_c} + \mathrm{M_s} + \mathrm{M_{ch}} + \mathrm{M_p}\right).g \; soit \; V_2 = 266\ km/h\ \ (> 120\ km/h\ Cdcf)$$

  Le cahier des charges n'est pas respecté. Il existe un risque de glissement en cas de vent violent mais pas de basculement. Il faudra donc prévoir un système de blocage des roues (freins).

Moralité : C'est un Pb de basculement donc TMS. Les actions sont modélisables par des glisseurs (modèles ponctuelles au contact avec le sol) et la géométrie est simple. On peut donc écrire les TMS directement sous forme scalaire et utilisant moment = force * bras de levier (dessinez les forces au brouillon). Il faut savoir aller vite au résultat.