

DS N°6

Aucun document autorisé

Calculatrices autorisées

Le devoir comporte 2 problèmes (le deuxième est très court) extraits de sujets de concours

Durée 4 heures

Problème N°1 : Contrôle d'une machine de forage (extrait CCinp MP 2023)

Dans le domaine du génie civil, toute structure architecturale a besoin d'une fondation faisant office de liaison entre celle-ci et le sol. Elle permet d'assurer la transmission des charges et leur répartition dans le sol. Lorsque le sol résistant se trouve à une très grande profondeur, ou dans le cas d'une structure très importante, il est nécessaire de créer une fondation profonde composée de pieux en béton armé. L'excavation des terres se réalise alors grâce à un engin appelé foreuse (ou machine de forage).

Comme l'illustre la **figure 1**, ces pieux de fondation profonde sont réalisés en plusieurs étapes :

- étape 1 : positionnement de la foreuse et de l'outil au-dessus du point d'implantation du pieu ;
- étape 2 : forage profond jusqu'au sol résistant ;
- étape 3 : mise en place de l'armature (treillis de fer) du pieu ;
- étape 4 : coulée du béton ;
- étape 5 : retrait de la machine et séchage du pieu.

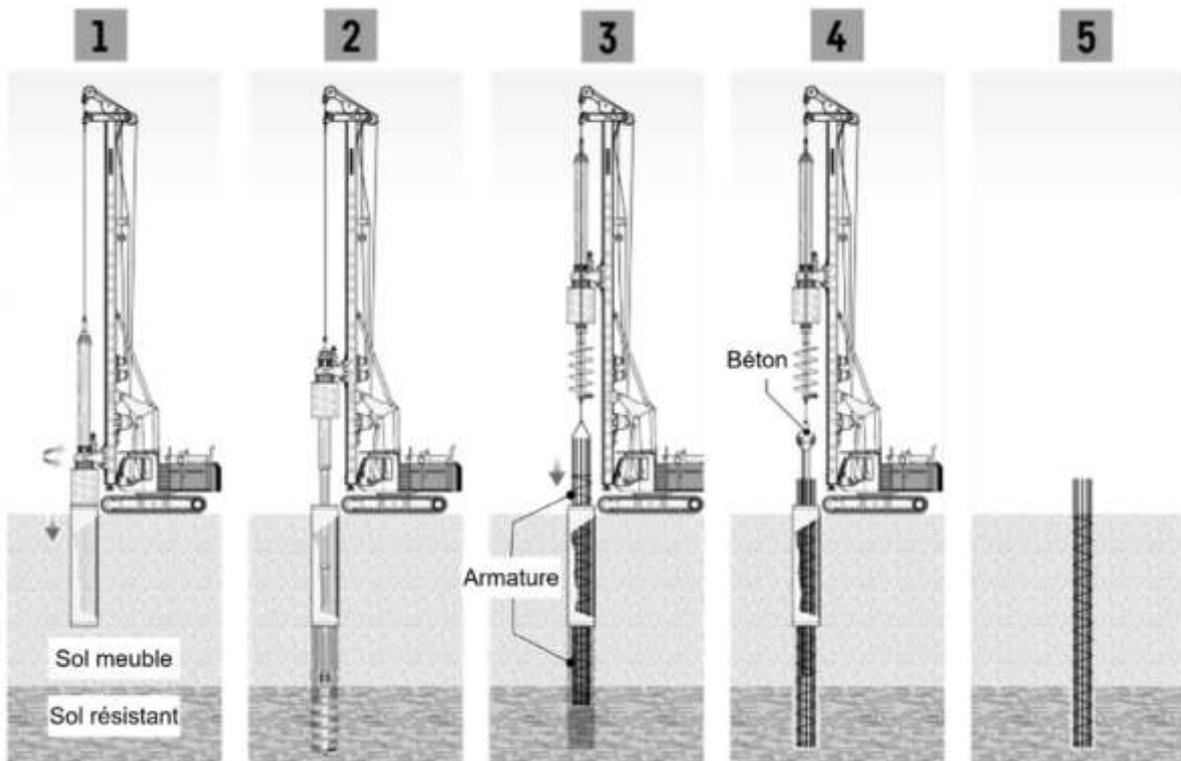


Figure 1 : Réalisation d'un pieu de forage profond

Une machine de forage est un système riche en sous-systèmes. Une description fonctionnelle partielle est donnée **figure 2** et une description structurale, simplifiée, se situe en **figure 3**.

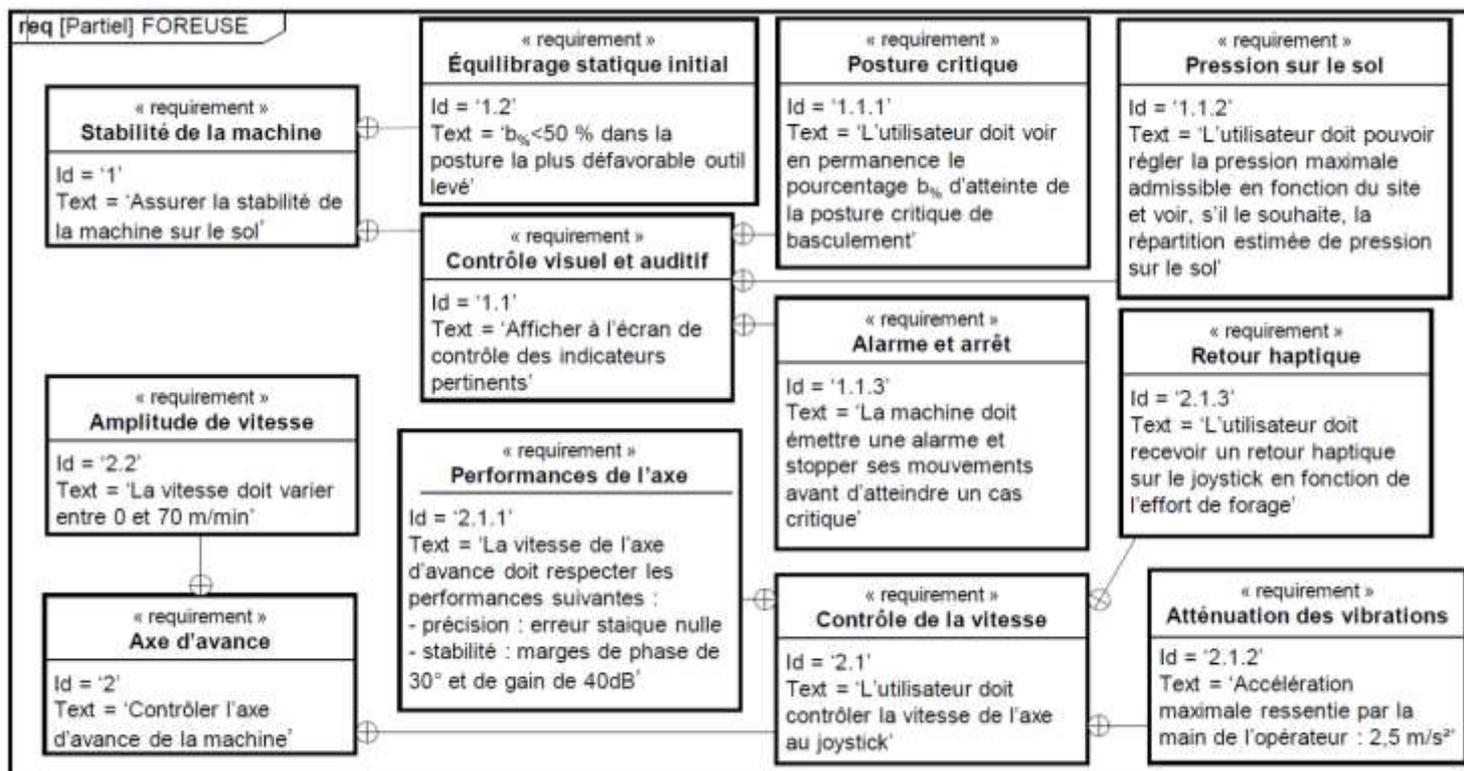


Figure 2 : Diagramme des exigences partiel

Une tourelle, comportant la cabine de pilotage, les différents moteurs de la foreuse et des contrepoids à l'arrière, est montée sur un châssis équipé de chenilles. La tourelle est orientable autour d'un axe vertical à 360° par rapport au châssis et porte un mât de levage. Ce mât, dont la portée et la verticalité par rapport à la tourelle sont réglables à l'aide de vérins, guide une table de forage en translation grâce à un câble d'avance lui-même actionné par un treuil d'avance. En phase de forage, pendant que la table de forage descend, celle-ci actionne en rotation la tige Kelly au bout de laquelle est montée l'outil, généralement une tarière (vis sans fin). Le mouvement d'avance combiné au mouvement de rotation de l'outil permet le forage. De plus, on note que la table de forage est équipée d'un système de suspension permettant d'amortir, pour le reste de la machine, les vibrations dues aux efforts de forage.

Dans ce sujet, il ne sera étudié que la stabilité globale de la machine (**Partie I**) et l'axe d'avance (**Partie II**). Le contrôle de ces fonctionnalités est soumis aux exigences présentes dans le diagramme des exigences partiel de la **figure 2**.

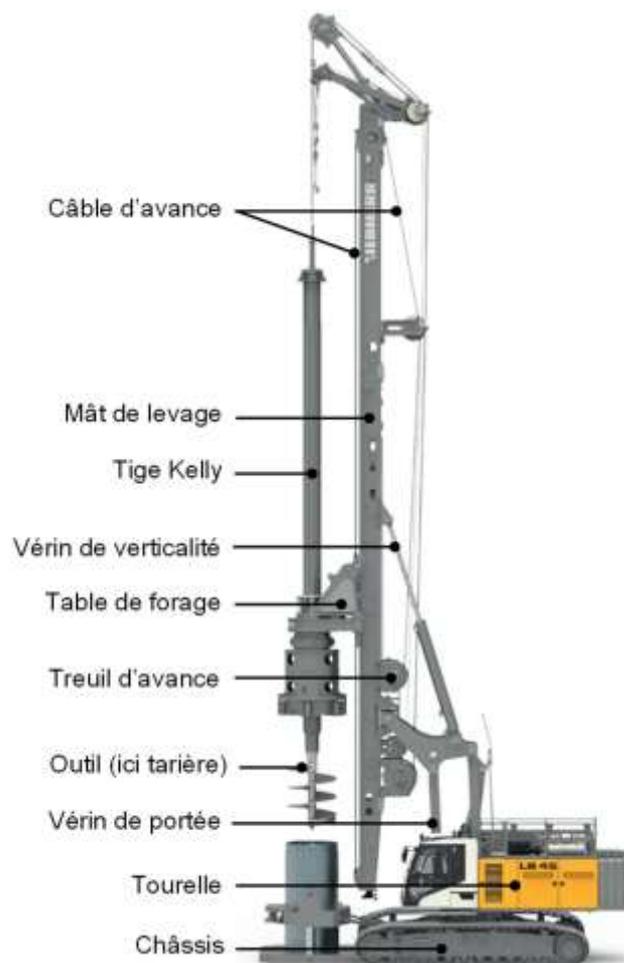


Figure 3 : Principaux constituants d'une foreuse

Partie I - Contrôle de la stabilité de la machine de forage

Les objectifs de cette partie sont de valider l'exigence 1.2 et d'étudier ce que propose le constructeur face à l'exigence 1.1.

I.1 - Condition de basculement statique

En fonction de l'orientation de la tourelle par rapport au châssis et des efforts mis en jeu, il est possible que la machine de forage bascule. Ceci doit légitimement être évité. Pour cela, la connaissance de la position estimée du centre de gravité de la machine permet à l'ordinateur de bord d'afficher à tout instant sur l'écran de contrôle la marge de manœuvre possible avant basculement de la machine. La **figure 4** ci-contre illustre ce que l'opérateur peut observer dans un coin de son écran : le pourcentage $b\%$ d'atteinte de la posture critique de basculement pour une orientation de tourelle donnée. On se propose dans cette sous-partie de retrouver comment l'ordinateur de bord génère ce résultat. Pour cela, on se base sur le paramétrage n° 1 de la machine, avec efforts ponctuels entre le sol et les chenilles, présent en **annexe 1**.

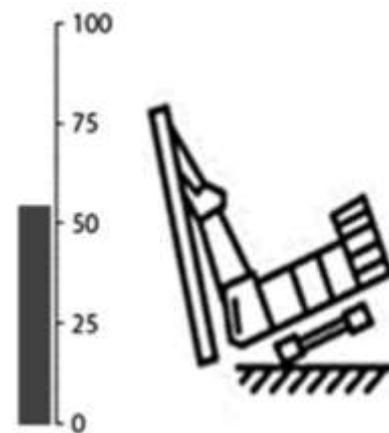


Figure 4 : Aperçu du contrôle de $b\%$

Q1 : Expliquer par un raisonnement simple mais détaillé pourquoi mesurer l'effort F_w dans le câble d'avance permet au constructeur, en quasi-statique, de connaître l'effort de forage F_{sol} sans mesurer ce dernier. Vous préciserez le(s) solide(s) isolé(s), le(s) théorème(s) ou principe(s) utilisé(s) ainsi que les hypothèses nécessaires.

On suppose désormais que F_{sol} est estimé par l'expression $F_{sol} = m \cdot g - 2 F_w$. Sauf indications contraires, on néglige également les effets dynamiques (accélérations faibles).

Q2 : En appliquant le principe fondamental de la statique en O à l'isolement de votre choix, donner l'expression de F_g et de F_d en fonction des données connues du système, de θ et de F_{sol} .

Le problème étant symétrique pour $\theta \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ (tourelle orientée à droite) et $\theta \in \left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ (tourelle orientée à gauche), on n'étudie par la suite que le basculement statique à droite.

Q3 : Donner la condition en effort pour laquelle il y a basculement statique à droite. En absence d'effort de forage, en déduire la condition sur la position (r, θ) du centre de gravité G pour laquelle le basculement à droite est alors évité. Interpréter physiquement ce résultat et montrer que $b\%$ peut être, dans ce cas, approximé par :

$$b\% = 100 \frac{|r \cdot \cos\theta|}{a}$$

On désire dimensionner le nombre de contrepoids de 8 tonnes à placer à l'arrière de la tourelle pour que, en l'absence de forage et en extension maximale, l'exigence 1.2 d'équilibrage statique initial soit respectée même dans le pire des cas où la tourelle est pleinement orientée à droite ($\theta = 0$). Dans cette posture, le schéma de la **figure 5** illustre où se situent, dans le même plan, les centres de gravité des différents éléments de la machine :

- G_t est le centre de gravité de la tourelle et du châssis. La masse de cet ensemble S_t est notée $m_t = 44,7$ tonnes.

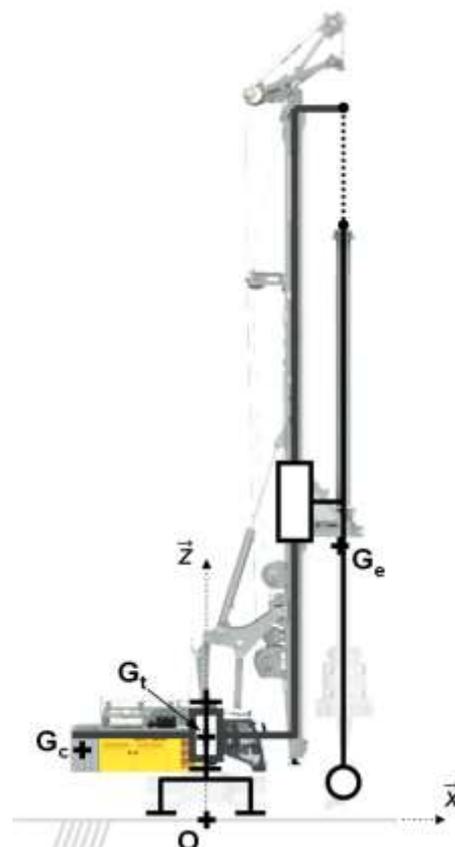


Figure 5 : Position des centres de gravité des différents solides

- G_e est le centre de gravité de tous les équipements mobiles (tige Kelly, potences, vérins, mât, table de forage, outillage, terre à évacuer), positionnés dans la configuration la plus défavorable. La masse de cet ensemble S_e est notée $m_e = 48,8$ tonnes.
- G_c est le centre de gravité des contrepoids. Il y a n_{cp} contrepoids de masse totale $m_c = n_{cp} \cdot m_1$, où $m_1 = 8$ tonnes est la masse d'un seul contrepoids.
- L'accélération de la pesanteur est notée : $g = -g \vec{z} = -9,8 \vec{z}$ (en m/s^2).

On note (en mètres) : $\overrightarrow{OG_t} = 2,2 \vec{z}$; $\overrightarrow{OG_e} = 4,4 \vec{x} + 13 \vec{z}$; $\overrightarrow{OG_c} = -4,3 \vec{x} + 2,3 \vec{z}$. On fait l'hypothèse que $\overrightarrow{OG_c}$ reste identique, indépendamment du nombre de contrepoids.

Q4 : Exprimer la coordonnée sur \vec{x} , notée r , du centre de gravité G total de la machine en fonction des paramètres connus et de n_{cp} . En déduire le nombre n_{cp} minimum de contrepoids pour respecter l'exigence 1.2.

I.2 - Contrôle de la pression du sol

I.2.1 - Modélisation des actions mécaniques

Le basculement de la machine n'est pas toujours dû à un déport trop important du centre de gravité de la machine, comme étudié dans la partie précédente, ou à un effort F_{sol} (estimé via F_w) trop important. En effet, une fondation profonde a particulièrement du sens si le sol de surface n'est pas très résistant. Ainsi, si la foreuse exerce trop de pression sur ce sol, celui-ci peut s'affaisser, ce qui peut déstabiliser de manière critique la machine. La foreuse doit donc contrôler à tout instant, par estimation, la pression qu'elle exerce sur le sol (et donc que le sol exerce sur elle).

Le **tableau 1** récapitule les niveaux de pression que les sols peuvent supporter avant de risquer de s'affaisser.

Type de sol	Rocher	Schiste argileux	Gravier compact	Asphalte	Sable compacté	Sable en vrac	Argile humide
Pression maximale admissible (kPa)	2 000	800	400	200	200	100	<100

Tableau 1: Pressions admissibles par le sol selon le type de sol

D'après les normes européennes, les efforts entre le sol et les chenilles ne doivent pas être modélisés comme ponctuels au centre de leur surface de contact comme cela a été supposé dans la partie précédente (avec F_d et F_g). La répartition de pression du sol sur chaque chenille doit être modélisée comme trapézoïdale sur sa longueur et constante sur sa largeur. Un exemple de représentations 3D, 2D et "aplatie" (comme vue sur l'écran de contrôle dans la cabine) de telles répartitions est donné sur la **figure 6**. Sur la vue "aplatie", la machine est vue de dessus et la visualisation de l'allure des pressions sous les chenilles est ramenée dans le plan de l'écran.

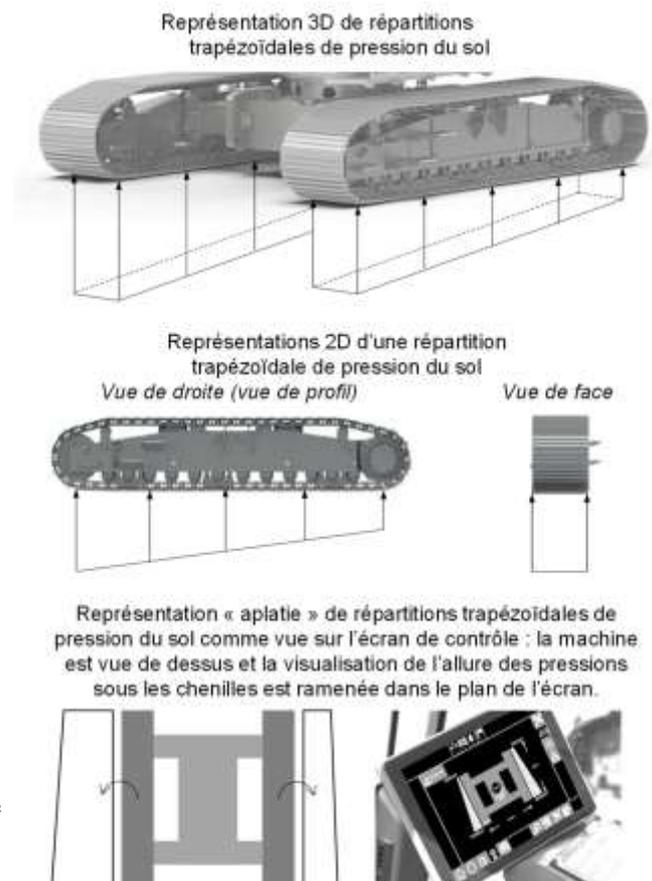


Figure 6 ci-contre : Modèles de répartitions trapézoïdales de pression du sol sur les chenilles

La **figure 8** permet de remarquer que B (respectivement D), toujours positive, est la pression moyenne de la répartition trapézoïdale gauche (respectivement droite) et que A (respectivement C), positive ou négative, en est l'écart entre sa pression avant et arrière. Ainsi, la pression maximale du sol sur la chenille gauche vaut toujours $B + \left| \frac{A}{2} \right|$ (respectivement $D + \left| \frac{C}{2} \right|$ à droite).

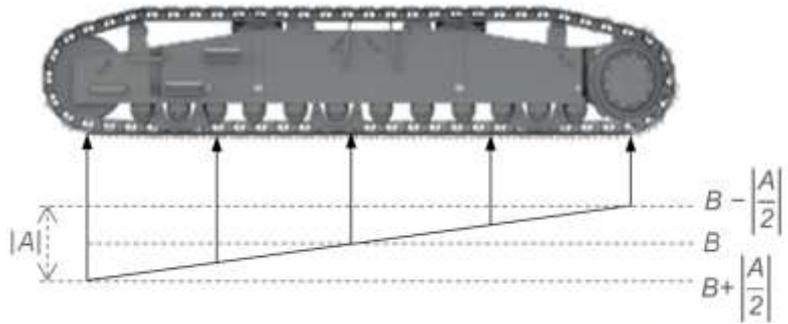


Figure 8 : Aperçu des expressions des pressions minimale, maximale et moyenne

Ainsi, pour estimer la pression maximale exercée au sol, l'ordinateur de bord estime d'abord la position de E et la valeur de F_{eq} en fonction des données renvoyées à tout instant par les capteurs présents sur les différents axes de la foreuse. Ensuite, il détermine les valeurs des pressions A , B , C et D grâce aux équations précédentes **avec l'hypothèse assez réaliste où $C = A$** et en déduit la pression maximale. Enfin, il renvoie à l'écran la visualisation "aplatie" des distributions de pression et sonne l'alarme en cas d'approche de la pression maximale autorisée rentrée par l'utilisateur.

Q9 : Après avoir précisé l'expression des paramètres A , B , C et D , donner l'expression de la pression maximale de chacune des répartitions estimées (gauche et droite) en fonction des données connues par la machine (L , l , a , e , θ et F_{eq} uniquement). En déduire que l'expression unique de la pression maximale sous la foreuse s'écrit :

$$p_{max} = \frac{-F_{eq}}{2 \cdot L \cdot l} \left(1 + \frac{e \cdot |\cos\theta|}{a} + \frac{6 \cdot e \cdot |\sin\theta|}{L} \right)$$

Toutefois, il est important de nuancer que la pression du sol sur la foreuse ne peut physiquement pas être négative. C'est pourquoi, lorsque la pression minimale calculée d'une répartition trapézoïdale devient négative ($B - \left| \frac{A}{2} \right|$ pour la chenille gauche ou $D - \left| \frac{C}{2} \right|$ pour la droite), l'ordinateur de bord se doit de changer son modèle de répartition de pression trapézoïdale pour une répartition triangulaire où la pression minimale est imposée à 0 Pa. Dans ces moments-là, l'hypothèse où $C = A$ est rompue pour continuer à respecter le système d'équation précédent. On peut alors montrer dans ce cas que la pression maximale s'exprime de la façon suivante :

$$p_{max} = \frac{-e \cdot F_{eq}}{L \cdot l} \left(\frac{|\cos\theta|}{a} + \frac{6|\sin\theta|}{L} \right)$$

I.2.2 - Étude séquentielle

En résumé, pour évaluer la pression du sol sous la foreuse, l'ordinateur de bord réalise en permanence (les variables sont calculées continuellement), les étapes suivantes présentées sous la forme d'un diagramme d'états.

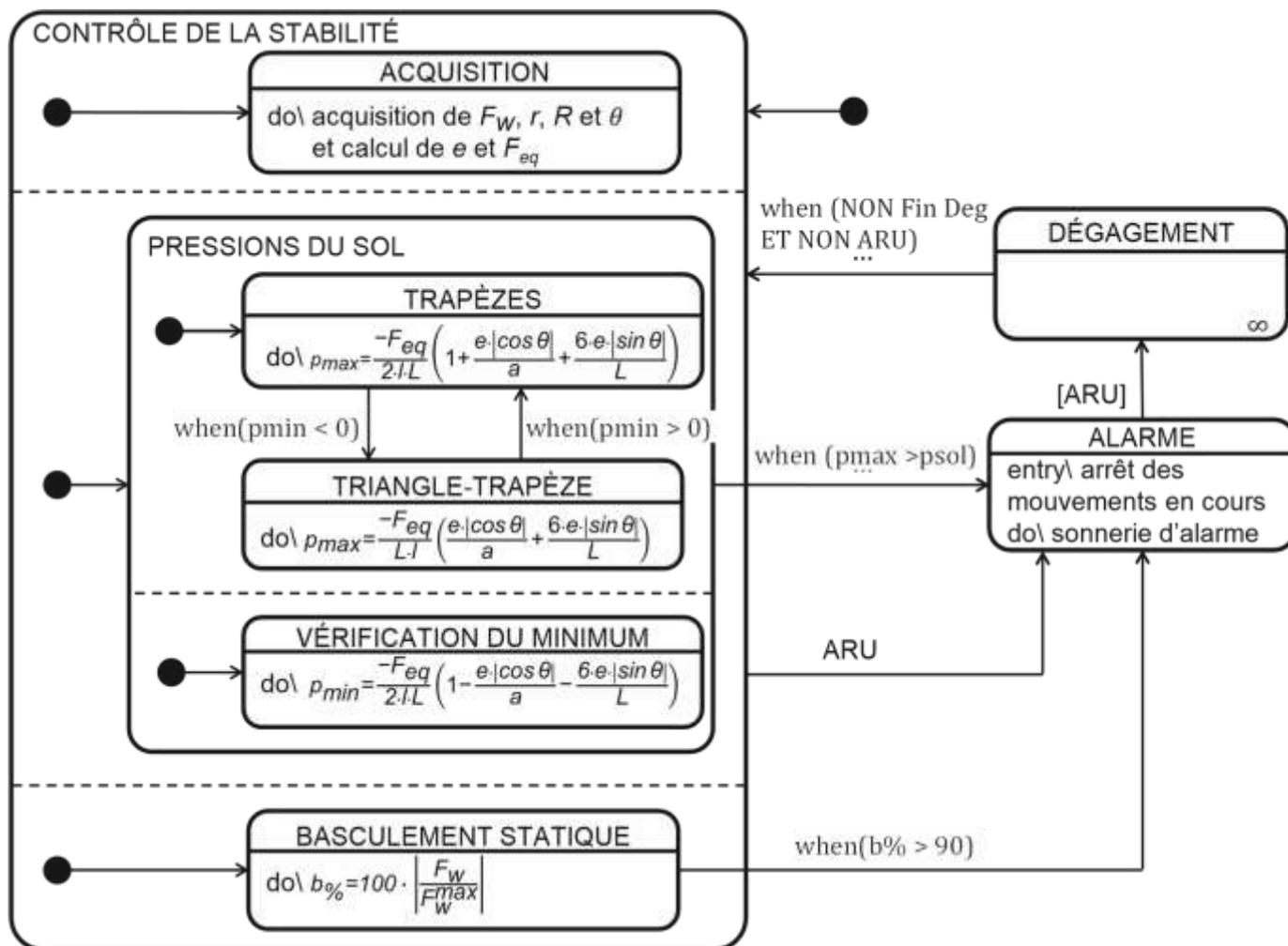


Figure 9 : Diagramme d'états du contrôle de la stabilité

Après comparaison de p_{max} avec la valeur p_{sol} maximale autorisée :

- dans le cas où la valeur de p_{max} dépasse la valeur de p_{sol} , ou si $b\%$ dépasse 90 %, sonnerie de l'alarme et blocage des mouvements en cours de la foreuse jusqu'à ce que l'opérateur appuie sur l'arrêt d'urgence donnant accès à un mode de dégagement non-détaillé ici. La variable booléenne traduisant l'arrêt d'urgence est notée **ARU** et vaut 1 si l'arrêt est enclenché, 0 sinon
- redémarrage du travail normal de la foreuse et du contrôle de sa stabilité une fois le dégagement terminé et l'arrêt d'urgence désenclenché. La variable booléenne de la fin de dégagement est notée **FinDeg** et vaut 1 si la demande de fin est enclenchée, 0 sinon.

On propose une chronologie d'événements sur le **document réponse** : déploiement, orientation puis positionnement de la tourelle. L'évolution théorique des pressions estimées par l'ordinateur et du pourcentage d'atteinte de la posture critique de basculement qui découle de ces événements est aussi donnée.

Q10 : Grâce au diagramme d'états, surligner sur le **document réponse** l'évolution de p_{max} retenue par l'ordinateur de bord au cours du temps. Indiquer sur le **document réponse** l'instant où l'alarme se déclenchera sachant que ces opérations se déroulent sur du gravier compact (voir **tableau 1**) et que l'opérateur a réglé p_{sol} à la limite maximale de ce matériau sans coefficient de sécurité.

Q11 : Résumer en quoi les estimations de $b\%$ et de p_{sol} par la machine sont des indicateurs pertinents et complémentaires pour le contrôle de la stabilité, afin de satisfaire l'exigence 1.1.

Partie II - Contrôle de la vitesse de la table de forage

La qualité d'un forage dépend énormément de la vitesse de rotation de l'outil ainsi que de sa vitesse d'avance. On souhaite maîtriser cette dernière par un asservissement en vitesse de la table de forage le long du mât de levage.

L'objectif sera, dans cette partie, de valider les exigences de performances de l'axe (id. 2.1.1).

Le schéma-bloc de l'**annexe 2** modélise toutes les parties du système à étudier pour obtenir un modèle de connaissance de cet asservissement.

II.1 - Sous ensemble " Mécanisme " : étude cinématique de la table de forage

On s'intéresse ici à la partie " Mécanisme " du schéma-bloc. Pour cela, il est nécessaire d'établir tout d'abord le lien entre la vitesse de rotation ω_w du treuil d'avance ("crowd winch") et la vitesse V de déplacement de la table de forage. Ainsi, on travaillera désormais sur la modélisation proposée **figure 10**. Le schéma de gauche modélise notamment le système complet en trois dimensions.

Le système est constitué :

- d'un moteur hydraulique, suivi d'un réducteur à engrenages non représenté mettant en rotation le winch **1**. Ce dernier est en liaison pivot d'axe (A, \vec{x}) avec le châssis **0** (immobile par rapport au sol). Le tambour de ce winch permet de tracter un câble qui s'enroule autour de celui-ci. Le rayon d'enroulement, noté R_1 , est supposé constant. La vitesse de rotation du tambour du winch autour de son axe est notée $\omega_w = \omega_1 = \omega_{1/0}$;
- de trois poulies **2**, **2'** et **2''** chacune en liaison pivot avec le châssis d'axes respectifs (B, \vec{x}) , (B', \vec{x}) , (B'', \vec{x}) . Elles ont toutes trois un rayon R_2 ;
- de deux poulies mobiles **3** et **3'** en liaison pivot avec la table de forage **4**, d'axes respectifs (C, \vec{y}) et (C', \vec{y}) . Elles sont de même rayon R_3 et on note $\omega_3 = \omega_{3/4}$ leur vitesse de rotation autour de leur axe ;
- de la table de forage **4**, mise en mouvement grâce au câble et par l'intermédiaire des poulies **3** et **3'**, qui est en liaison glissière de direction \vec{z} avec le châssis **0**. On note V la vitesse d'avance de la table de forage telle que $\overrightarrow{V(D, 4/0)} = V\vec{z}$;
- du câble, supposé inextensible, qui est attaché à ses extrémités au châssis au niveau des points O et O' . On suppose de plus que le câble s'enroule sans glisser autour de toutes les poulies et du tambour du winch d'avance.

Remarque : l'ensemble noté **5** avec le système d'amortisseur sera étudié ultérieurement.

Le schéma de droite de la **figure 10** (schéma cinématique dans le plan (\vec{x}, \vec{z})) représente uniquement la partie du système constitué du châssis **0**, de la table de forage **4** et des deux poulies **3** et **3'**. On introduit deux points mobiles I et J , marquant le début et la fin de l'enroulement du câble autour de la poulie **3**. Par analogie, on a les points I' et J' pour la poulie **3'**.

On a alors : $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{C'I'} = \overrightarrow{JC} = \overrightarrow{J'C'} = R_3\vec{x}$

La condition de roulement sans glissement du câble sur la poulie **3** et sur le tambour **1**, associée à la composition du mouvement au point I , permettent de trouver l'équation suivante :

$$\overrightarrow{V(J, 4/0)} \cdot \vec{z} = (\overrightarrow{V(J, 4/3)} + \overrightarrow{V(J, 3/câble)} + \overrightarrow{V(J, câble/0)}) \cdot \vec{z} = V = -R_3\omega_3 + R_1\omega_1$$

Q12 : De la même manière, en utilisant la composition des vitesses au point I et en exprimant une condition de roulement sans glissement, montrer que : $\overrightarrow{V(I, 4/0)} \cdot \vec{z} = V = R_3\omega_3$

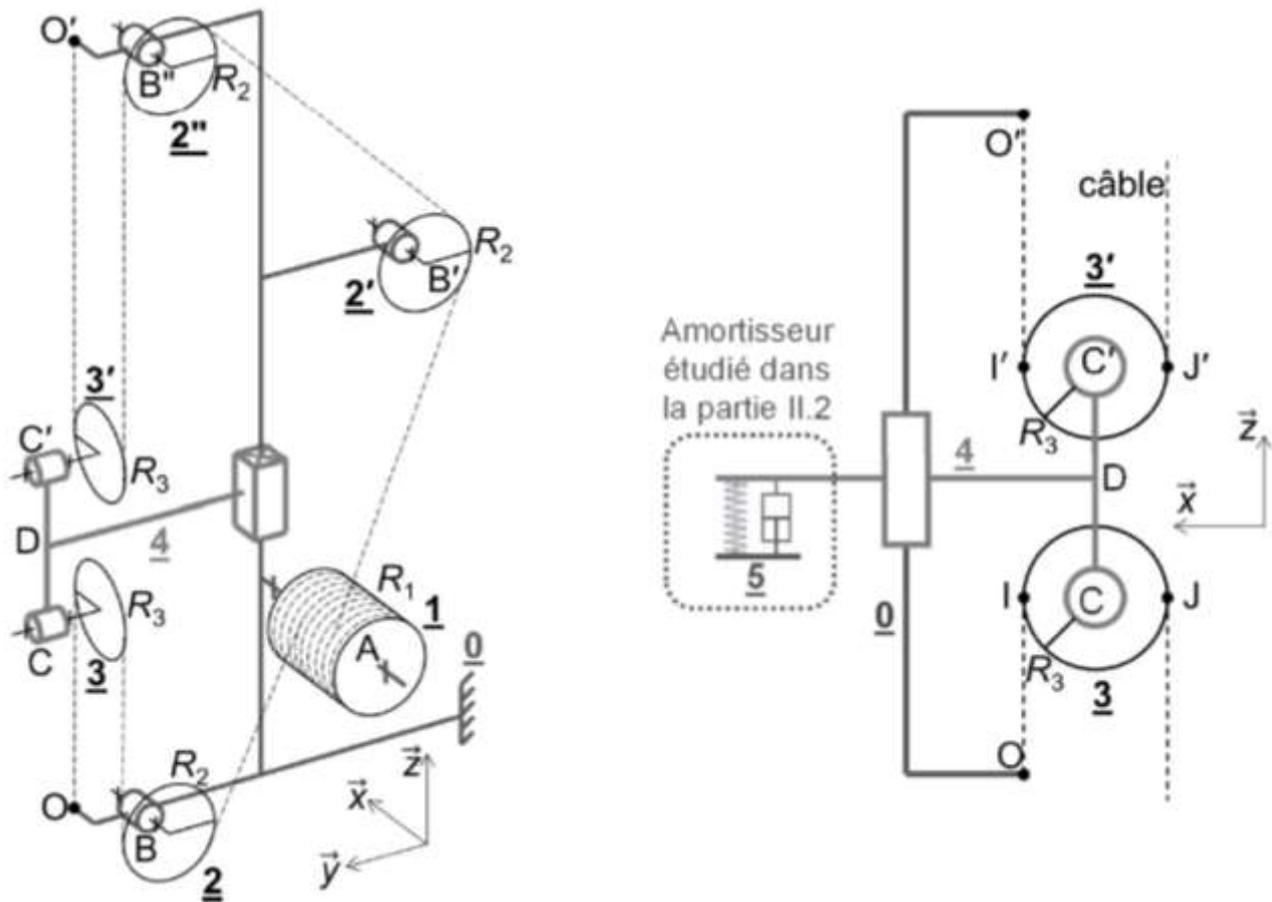


Figure 10 : Schéma cinématique 3D du système d'entraînement de la table de forage (à gauche) ; vue 2D simplifiée (à droite)

Q13 : Dédire de la question précédente l'expression du rayon équivalent, noté R_{eq} , dans le sous-système " Mécanisme " du schéma-bloc fourni en **annexe 2**, en fonction de R_1 seulement.

Un réducteur à engrenages de rapport de réduction k_r permet d'adapter la vitesse de rotation du moteur hydraulique $\omega_m(t)$, tel que : $\omega_w(t) = k_r \cdot \omega_m(t)$

Une génératrice tachymétrique (mesurant la vitesse de rotation de la poulie 2 de rayon R_2), de gain K_{gen} permet le retour d'information de l'asservissement en vitesse : $U_{mes}(t) = K_{gen} \omega_2(t)$. Cette poulie tourne à une vitesse de rotation proportionnelle à V (non glissement) telle que : $V = \frac{R_2}{2} \omega_2(t)$.

Q14 : Donner les expressions des fonctions de transfert H_9, H_{10} et H_{11} du schéma bloc de l'annexe 2, partie « mécanismes ». (bonus : justifier la loi précédemment écrite : $V = \frac{R_2}{2} \omega_2(t)$)

II.2 - Partie " Amortisseur " : étude dynamique de la table de forage

Afin de modéliser l'asservissement en vitesse de la table de forage, il est possible de prendre en compte que, lors de l'étape de forage, un système d'" amortisseurs Kelly " (suspensions) permet d'amortir les chocs et vibrations. Chaque suspension est composée d'un ressort de raideur k et d'un amortisseur de coefficient de frottement visqueux λ . Il y a n suspensions équiréparties autour de l'axe de la tige Kelly (soient n ressorts et n amortisseurs) disposées en parallèle, comme l'indique le schéma de la **figure 11**. On précise que le guidage entre la table 4 et l'ensemble 5 est réalisé par une liaison glissière parfaite, non représentée.

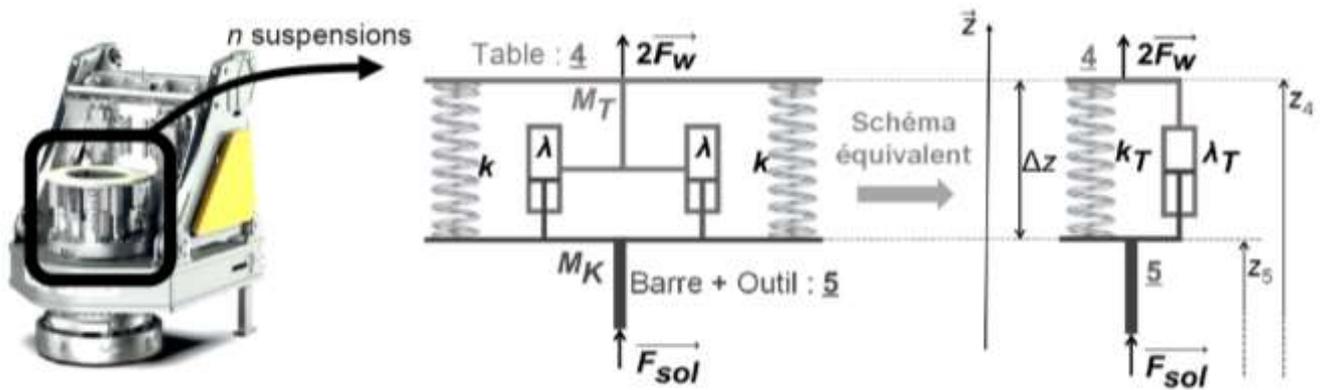


Figure 11 : Modélisation de liaison entre la table et la barre Kelly lors du forage

On note z_4 la position verticale de la table **4** de masse M_T et z_5 la position verticale de l'ensemble **5** {barre + outil} de masse M_K . Elles sont toutes deux établies par rapport à une référence fixe, liée au châssis de la foreuse.

L'allongement instantané du ressort est noté $\Delta z = z_4 - z_5$. De plus, on note :

- Δz_0 : la valeur de l'allongement du ressort à vide ;
- Δz_e : la valeur de l'allongement du ressort à l'équilibre (**5** suspendu sans action du sol sur lui).

Précision sur les actions mécaniques :

- action de traction du câble sur la table **4**, modélisée par une force verticale $2F_w \vec{z}$. Cette force de traction s'écrit $2F_w$, sachant que : $2F_w = 2F_{we} + \delta F_w$ où :
 - F_{we} est la force de maintien à l'équilibre de l'ensemble **{4+5}** (sans autre action supplémentaire),
 - δF_w est la variation de cette force autour de la force F_{we} de maintien à l'équilibre ;
- action du sol sur l'ensemble **5**, modélisée par une force verticale $F_{sol} \vec{z}$;
- action de la pesanteur : l'accélération de la pesanteur sera notée $\vec{g} = -g \vec{z}$;
- action d'un ressort de raideur k sur la table **4** : $\vec{F}_r = k(\Delta z_0 - \Delta z) \vec{z}$;
- action d'un amortisseur (modèle de frottement visqueux) sur la table **4** : $\vec{F}_a = -\lambda (\dot{z}_4 - \dot{z}_5) \vec{z} = -\lambda (\Delta \dot{z}) \vec{z}$

On souhaite simplifier la modélisation en retenant le schéma équivalent de droite sur la **figure 11**. Dans ce cas, l'action de l'ensemble des n ressorts et des n amortisseurs s'exprime par :

- $\vec{F}_{nr} = k_T (\Delta z_0 - \Delta z) \vec{z}$
- $\vec{F}_{na} = -\lambda_T (\Delta \dot{z}) \vec{z} = -\lambda_T \frac{d\Delta z}{dt} \vec{z}$

Toutes les suspensions (ressorts et amortisseurs) ont une masse négligeable devant les autres actions mécaniques mises en jeu.

Q15 : Exprimer k_T et λ_T en fonction de n , k et de λ

Q16 : À l'équilibre, système suspendu, proposer et mettre en œuvre une stratégie de résolution en appliquant le principe fondamental de la statique (préciser solide(s) isolé(s), théorème(s) utilisé(s), vecteur de projection et hypothèses nécessaires) afin d'établir une première équation, liant k_T , Δz_e , Δz_0 , M_K et g et une deuxième, liant F_{we} , M_K , M_T et g .

Q17 : En fonctionnement, isoler la table **4** et déterminer son équation du mouvement vertical $\ddot{z}_4(t)$ en fonction des paramètres du problème. Utiliser pour cela l'équation de résultante issue du principe fondamental de la dynamique : $\sum \vec{R}_{\bar{4} \rightarrow 4} \cdot \vec{z} = M_T \ddot{z}_4$

Par analogie, l'équation du mouvement vertical de l'ensemble **5** {barre + outil} s'écrit :

$$M_K \ddot{z}_5(t) = F_{sol} - k_T (\Delta z_0 - \Delta z(t)) + -\lambda_T \Delta \dot{z} - M_K g$$

On pose le changement de variables suivant : $z_5(t) = \hat{z}_5(t) - \frac{\Delta z_e}{2}$ et $z_4(t) = \hat{z}_4(t) + \frac{\Delta z_e}{2}$, permettant de s'affranchir des actions de la pesanteur. On rappelle que Δz_e est constant.

Q18 : En utilisant les résultats précédents et le changement de variables précédent, montrer que l'on obtient le système d'équations suivant :

$$\begin{aligned} M_T \frac{d^2 \hat{z}_4(t)}{dt^2} + \lambda_T \frac{d \hat{z}_4(t)}{dt} + k_T \hat{z}_4(t) &= \lambda_T \frac{d \hat{z}_5(t)}{dt} + k_T \hat{z}_5(t) + \delta F_w \\ M_K \frac{d^2 \hat{z}_5(t)}{dt^2} + \lambda_T \frac{d \hat{z}_5(t)}{dt} + k_T \hat{z}_5(t) &= \lambda_T \frac{d \hat{z}_4(t)}{dt} + k_T \hat{z}_4(t) + F_{sol} \end{aligned}$$

Pour une fonction temporelle $f(t)$ ou $F(t)$, on note sa transformée de Laplace $F(p) = L[f(t)]$. Les conditions initiales sont considérées être toutes nulles dans tout le sujet.

Q19 : Traduire le système de deux équations différentielles précédent dans le domaine de Laplace, puis justifier les expressions suivantes des trois fonctions de transfert $H_6(p)$, $H_7(p)$ et $H_8(p)$ présentes sur l'annexe 2 (zone encadrée notée " Amortisseur ", schéma pour lequel $L(\dot{\hat{z}}_4) = L(\dot{z}_4) = V(p)$). On notera $L(\delta F_w) = \Delta F_w$ et $L(\hat{z}_i(t)) = Z_i(p)$.

$$H_6(p) = \frac{k_T + \lambda_T p}{p} \quad H_7(p) = \frac{k_T + \lambda_T p}{k_T + \lambda_T p + M_K p^2} \quad H_8(p) = \frac{k_T + \lambda_T p + M_T p^2}{p}$$

II.3 - Sous-systèmes Servo-pompe, Circuit hydraulique et Moteur hydraulique

Ces sous-systèmes sont représentés sur le schéma-bloc de l'annexe 2.

Le dispositif de positionnement de la table de forage et de son outil utilisent de l'énergie hydraulique. Les modèles de connaissance pour ces systèmes hydrauliques sont donnés ci-dessous :

- Le dispositif est contrôlé par une électrovanne proportionnelle de gain K_s . Le débit disponible est noté q_p , la tension délivrée par la partie commande est notée U_s et on a :

$$q_p(t) = K_s \cdot U_s(t) \quad (i)$$

- Les équations de mécanique des fluides dans un circuit fermé permettent d'écrire :

$$\frac{V_0}{B} \frac{d\Delta p(t)}{dt} = q_p(t) - q_m(t) \quad (ii)$$

V_0 désigne le volume dans le circuit et B est le coefficient de compressibilité du fluide. Δp désigne une différence de pression dans le circuit et q_m un débit retour.

- Les lois de comportement hydromécanique permettent d'introduire le lien entre la vitesse de rotation du moteur hydraulique ω_m et le débit q_m d'une part et entre le couple moteur et le différentiel de pression Δp d'autre part. On note C_Y la cylindrée du moteur et on a :

$$q_m(t) = C_Y \omega_m(t) \quad (iii) \quad \text{et} \quad C_m(t) = C_Y \Delta p(t) \quad (iv)$$

- L'équation du mouvement du mécanisme s'écrit :

$$J_{eq} \frac{d\omega_m(t)}{dt} + a\omega_m(t) = C_m(t) - C_r(t) \quad (v)$$

où J_{eq} est l'inertie équivalente des solides en mouvement ramenée sur l'axe de rotation du moteur, a un coefficient de frottement visqueux équivalent et C_r modélisant les couples résistants autres que ceux dus au frottement visqueux.

Q20 : Traduire les cinq équations (i), (ii), (iii), (iv) et (v) dans le domaine de Laplace et expliciter les cinq fonctions de transfert $H_1(p)$, $H_2(p)$, $H_3(p)$, $H_4(p)$ et $H_5(p)$ du schéma bloc de l'annexe 2.

Q21 : Préciser le rôle du gain K_{ihm} de la partie " Chaîne d'information " de l'annexe 2 et donner son expression en fonction des transmittances figurant dans le schéma-bloc pour que le système soit correctement asservi (ε_V doit être nul lorsque $V = V_c$).

II.4 - Étude de l'asservissement de la vitesse d'avance de la table de forage

On décide dans la suite de ne pas prendre en compte l'amortisseur en considérant la tige Kelly en liaison complète rigide avec la table de forage, afin de valider les performances de l'asservissement en poursuite. Cette hypothèse sera validée en fin de sujet et permet pour l'instant de travailler sur le schéma-bloc simplifié de la **figure 12**

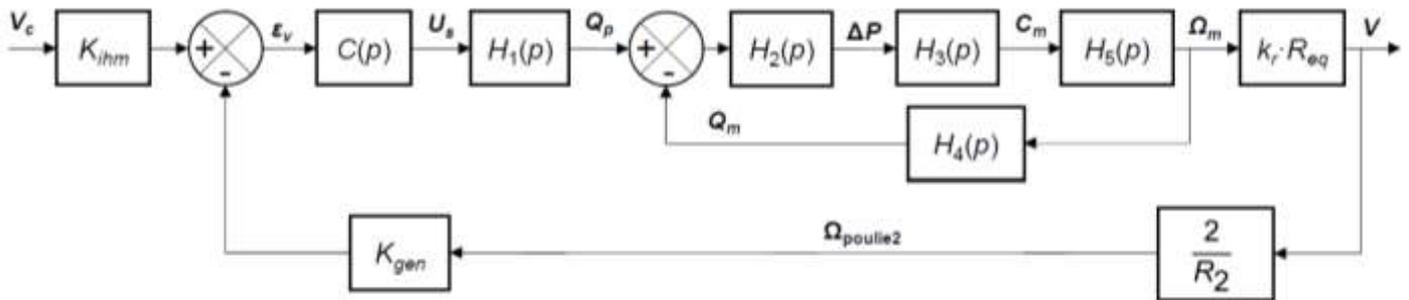


Figure 12 : Schéma-bloc pour l'étude en poursuite de l'asservissement en vitesse

Q22 : A partir de la figure 12, exprimer la fonction de transfert $\frac{\Omega_m(p)}{U_S(p)}$, notée $H(p)$, en fonction des fonctions de transfert $H_i(p)$, où $i \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

Quels que soient les résultats trouvés précédemment, on travaille désormais avec le schéma-bloc simplifié de la **figure 13** où K_0 est un gain d'adaptation fixe.

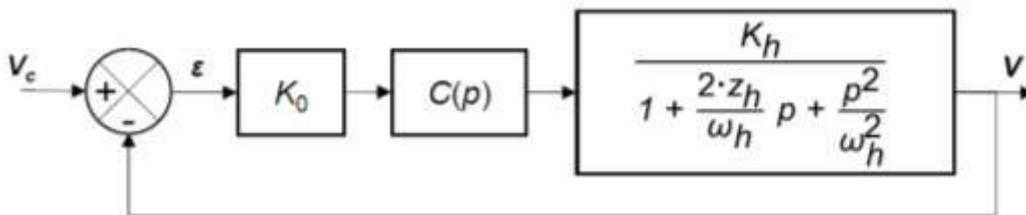


Figure 13 : Schéma-bloc de l'asservissement en vitesse simplifié

On prend dans un premier temps un correcteur $C(p)$ proportionnel : $C(p) = K_p$.

Q23 : Exprimer la fonction de transfert en boucle ouverte $G_{BO}(p) = \frac{V(p)}{\varepsilon(p)}$

Q24 : Avec un correcteur proportionnel, peut-on satisfaire l'exigence de précision de vitesse indiquée à l'exigence 2.1.1. ? Justifier.

On utilise dans un second temps un correcteur proportionnel intégral : $C(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot p} \right)$

Q25 : L'exigence de précision sur la vitesse est-elle satisfaite ? Justifier.

Ce correcteur est initialement réglé avec les valeurs suivantes : $K_p = 1$ et $T_i = 10$ s.

Q26 : *Tracer les diagrammes de Bode asymptotique et réel de ce correcteur sur le document réponse. Détailler les constructions.*

Pour le réglage de la question précédente, on donne le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte ainsi corrigée sur le document réponse.

Q27 : *Affiner le réglage du correcteur (sans modifier la valeur de T_i) en proposant une valeur de K_p permettant de garantir la marge de phase spécifiée dans l'exigence 2.1.1. Effectuer les tracés nécessaires à la réponse sur le document réponse.*

Enfin, on souhaite valider ou invalider l'hypothèse faite en début de cette sous-partie concernant la non-influence de l'amortisseur sur les performances d'asservissement en vitesse d'avance de la table de forage. Les diagrammes de Bode donnés en fin de document réponse, illustrent la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée sans (en train plein) et avec amortisseur (en pointillés).

Q28 : *Sur quelle(s) performance(s) la présence de l'amortisseur peut-elle influencer ? Justifier que le correcteur choisi permet de répondre aux exigences 2.1.1 en présence de l'amortisseur.*

ANNEXE 1 - Paramétrage mécanique

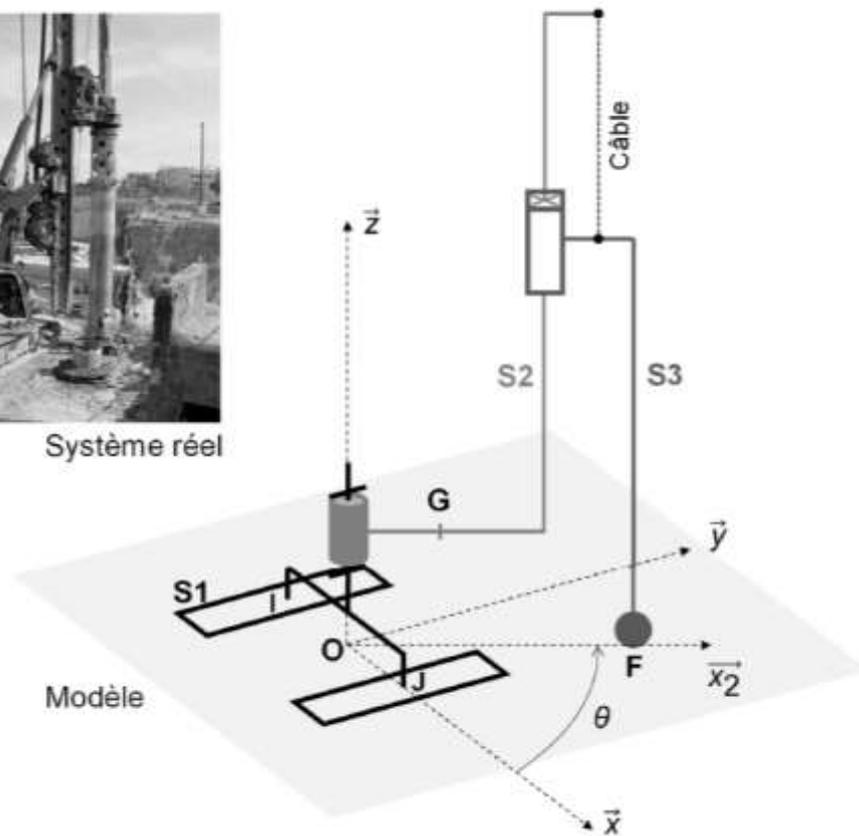
Paramètres généraux :

Soient :

- 0 le sol, **S1** le châssis de la foreuse, **S2** sa tourelle et son mât et **S3** l'ensemble {table de forage + outil} ;
- $\mathfrak{R}_0 = (O; \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ le repère attaché aux solides **S0** et **S1** ;
- $B_2 = (\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z})$ la base attachée aux solides **S2** et **S3** telle que $(\vec{x}, \vec{x}_2) = \theta$ où θ est connu ;
- $\Sigma = \{\mathbf{S1}, \mathbf{S2}, \mathbf{S3}\}$ l'ensemble de la foreuse, de centre de gravité G tel que $\overline{OG} = r \vec{x}_2 + z_G \vec{z}$;
- $M = 186,5$ tonnes la masse de l'ensemble Σ et $m = 18$ tonnes la masse de **S3** seul ;
- $2F_w \vec{z}$, connu, l'effort du câble d'avance sur **S3**. La masse du câble est négligée dans la suite ;
- $F_{sol} \vec{z}$, inconnu, l'effort de forage du sol 0 sur l'outil de forage **S3** au point F , connu, défini par $\overline{OF} = R \vec{x}_2$;
- $-g \vec{z}$ où $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$, l'accélération de la pesanteur terrestre.



Système réel



Modèle

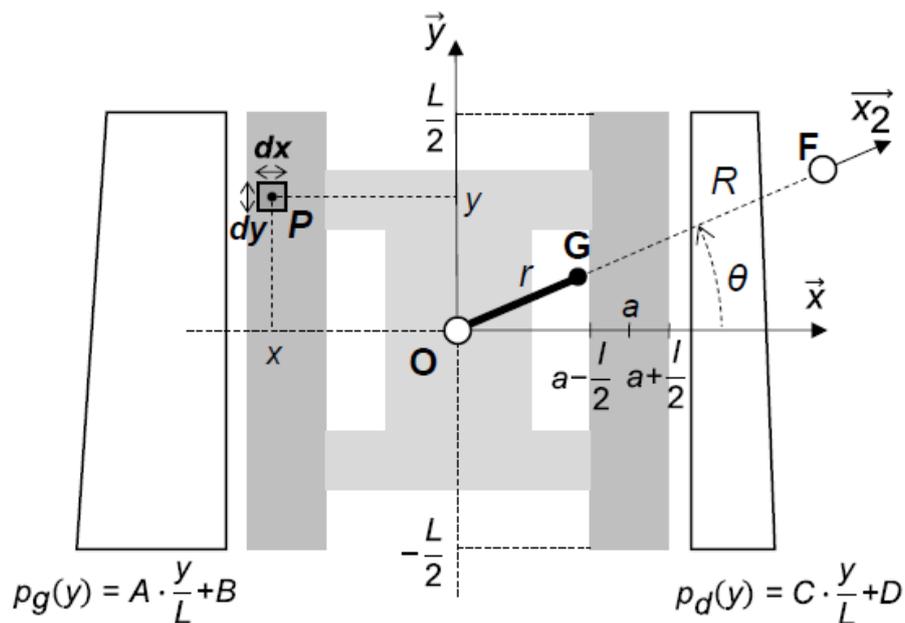
Paramétrage n° 1 : modèle avec efforts ponctuels entre le sol et la foreuse

- $F_g \vec{z}$, inconnu, l'effort du sol 0 sur **S1**, supposé ponctuel au centre I de la surface de contact entre la chenille gauche cg et le sol tel que $\|\overline{OI}\| = a = 2,1 \text{ m}$;
- $F_d \vec{z}$, inconnu, l'effort du sol 0 sur **S1**, supposé ponctuel au centre J de la surface de contact entre la chenille droite cd et le sol tel que $\|\overline{OJ}\| = a = 2,1 \text{ m}$.

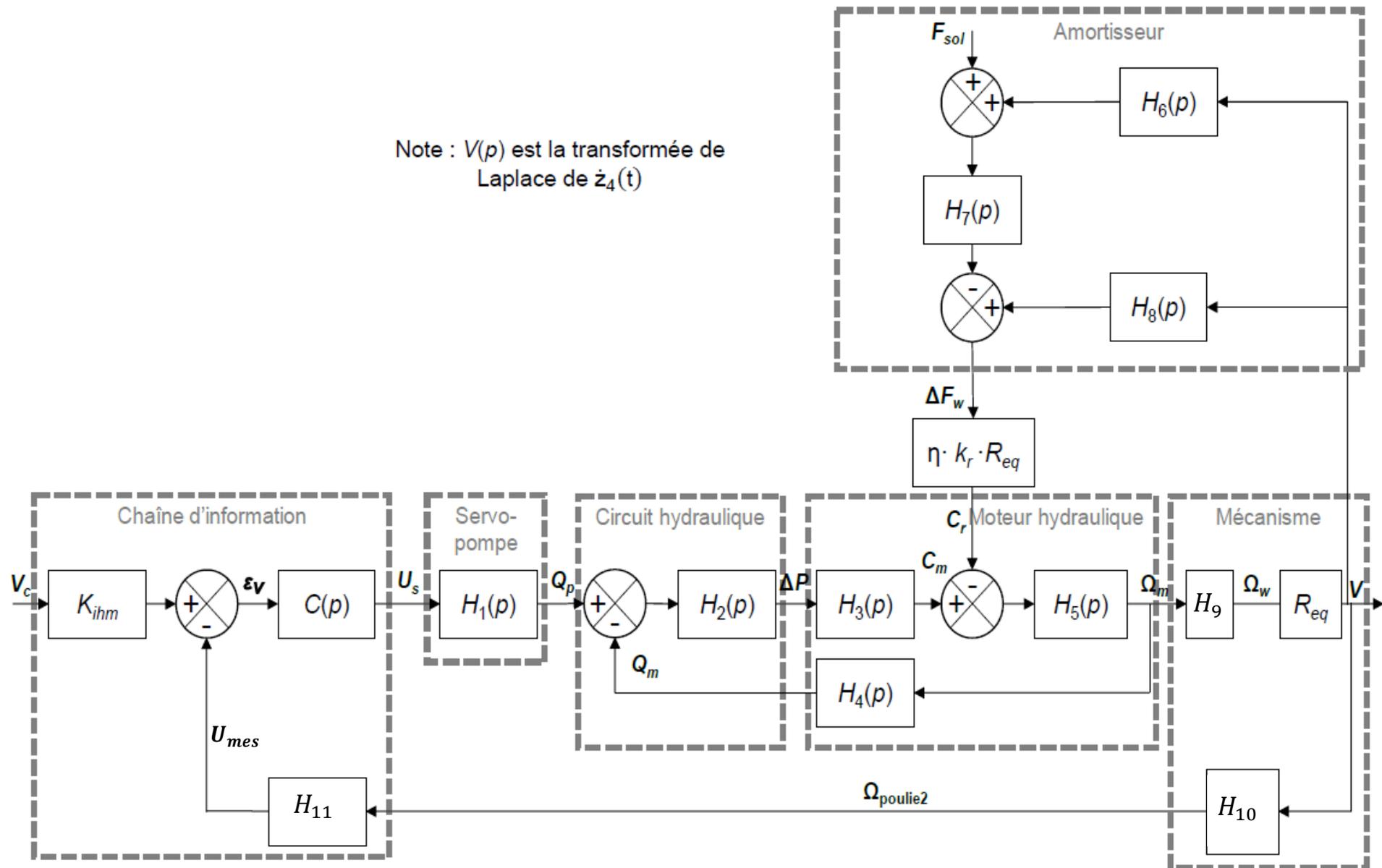
Paramétrage n° 2 : modèle avec répartition de pression entre le sol et la foreuse

On note :

- $P(x,y,0)$, un point courant de contact entre le sol et les chenilles. Attention, x est négatif sur la figure ci-dessous. Les grandeurs dx et dy sont les dimensions du domaine surfacique élémentaire autour du point P entre le sol et les chenilles ;
- $p_g(y) = A \cdot \frac{y}{L} + B$, la pression du sol 0 sur la chenille gauche cg au point $P(x,y,0)$ où A et B , homogènes à des pressions, sont inconnues et à déterminer ;
- $p_d(y) = C \cdot \frac{y}{L} + D$, la pression du sol 0 sur la chenille droite cd au point $P(x,y,0)$ où C et D , homogènes à des pressions, sont inconnues et à déterminer ;
- $L = 5,4 \text{ m}$, la longueur et $l = 1 \text{ m}$ la largeur de chaque chenille ;
- $a = 2,1 \text{ m}$, la distance moyenne sur l'axe \bar{x} d'une chenille au centre O de la machine.



ANNEXE 2 - Schéma-bloc : modélisation de l'asservissement



Problème N°2 : Roue Ez-wheel (extrait de CCImp MP 2014)

I. La roue autonome

Ez-Wheel SAS est une entreprise française de technologie innovante fondée en 2009. Elle propose une gamme de roues électriques "clé en main", 100% intégrées. La roue autonome ez-Wheel (prononcer "easy-wheel") propose une solution simple pour tracter des équipements de manutention et de transport de charges, des véhicules légers et matériels médicaux (figure1). Le stator de la roue ez-Wheel est fixé sur le châssis de l'engin à déplacer et son rotor est assemblé directement sur sa roue.

La solution intègre, au sein d'une roue, tous les composants nécessaires à la traction : la motorisation électrique, des batteries haute énergie de très longue durée de vie, un contrôleur de puissance assurant un pilotage optimal et la gestion de la batterie ainsi qu'une interface de commande sans fil. La transmission de l'énergie est réalisée par un variateur (incorporé à la carte de commande), un moteur brushless, puis un réducteur (figure1).



Figure 1 : Principaux éléments d'une roue ez-Wheel



Figure 2 : Prototype de fauteuil roulant équipé de deux ez-Wheel

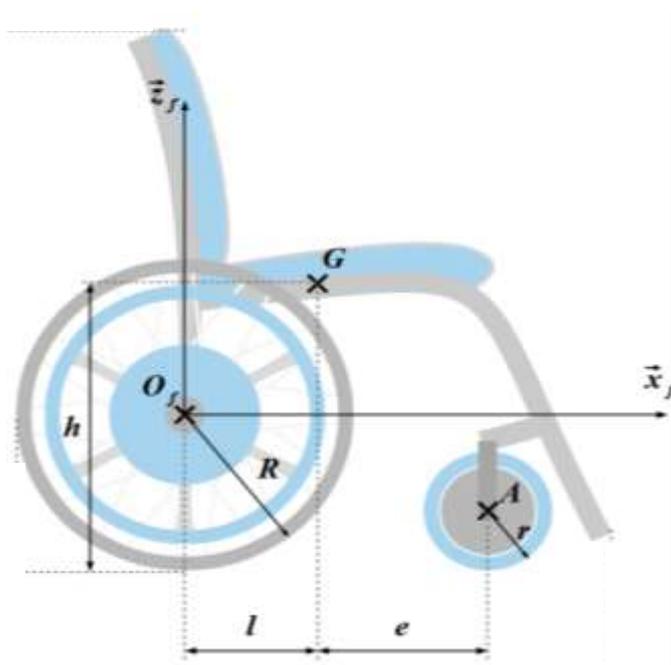
II. Etude du franchissement d'un obstacle

Le stator de la roue Ez-Wheel est fixé sur le châssis de l'engin et son rotor est assemblé directement sur la roue de l'engin.

Nous allons étudier cette roue autonome montée sur un fauteuil roulant. La figure ci-dessous modélise la géométrie du fauteuil :

$$h = 800 \text{ mm} \quad l = 200 \text{ mm} \quad e = 400 \text{ mm}$$

$$R = 400 \text{ mm} \quad r = 150 \text{ mm}$$



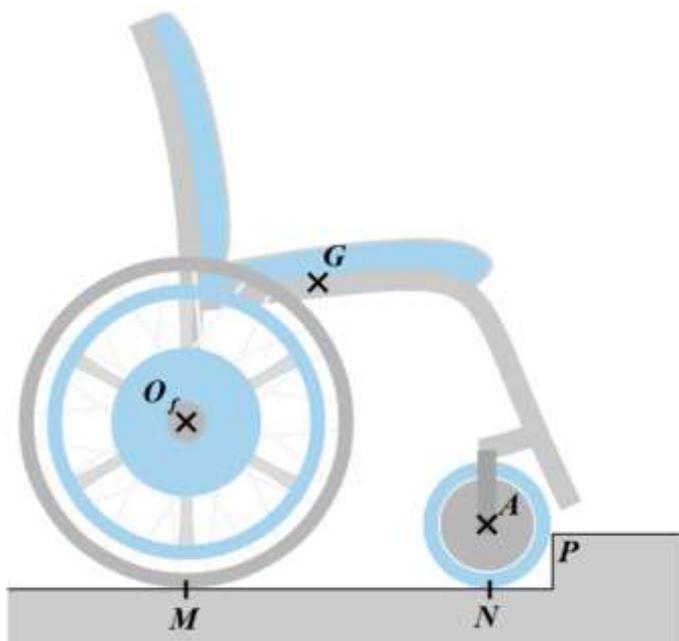
Lors de ses déplacements en extérieur, la personne sera amenée à franchir différents obstacles, notamment des bordures au niveau des passages piétons. Même si de nombreuses communes adoptent de plus en plus de passages abaissés pour faciliter le passage des fauteuils roulants, de nombreux passages restent encore réalisés avec des bordures classiques qui ont une hauteur d'environ 10 cm par rapport au niveau de la route.

La figure ci-contre représente le fauteuil en position de franchissement d'obstacle.

Les hypothèses d'étude de cette partie sont :

- le problème est plan ce qui revient à prendre en compte une seule roue avant et une seule roue arrière ;
- la roue avant est décollée du sol (pas de contact en N) et sont en contact avec le trottoir en P avec :

$$\vec{NP} = r' \vec{x}_f + d\vec{z}_f \quad d = 100 \text{ mm et } r' = \sqrt{r^2 - (r - d)^2} \approx 141 \text{ mm}$$
- les liaisons entre le sol et les roues en M et P sont modélisées par des liaisons sphère-plan avec frottement ;
- les frottements en M et P sont caractérisés par un coefficient de frottement constant $f = 0,8$;
- l'ensemble étudié $S = \{\text{Fauteuil motorisé} + \text{Utilisateur}\}$ a une masse notée $M = 150 \text{ kg}$;
- la roue arrière est en liaison pivot d'axe (O_f, \vec{y}_f) par rapport au châssis du fauteuil ;
- la roue avant est en liaison pivot d'axe (A, \vec{y}_f) par rapport au châssis du fauteuil ;
- les liaisons autres que les liaisons roue/sol sont considérées comme étant parfaites ;
- étant donné les faibles accélérations lors de cette phase de franchissement, une étude statique sera menée.



- Q1. Sur le document réponse, représenter toutes les actions mécaniques qui s'exercent sur S par des vecteurs. Quel est le nombre d'inconnues, peut-on résoudre en isolant seulement le fauteuil ?
- Q2. En isolant la roue avant, écrire l'équation du PFS qui relie les composantes de l'action en P et les paramètres géométriques.
- Q3. En isolant S, écrire les deux équations du théorème de la résultante statique. En utilisant l'équation de la question précédente, donner une équation reliant les actions mécaniques en M, le poids et les paramètres géométriques.
- Q4. En isolant S, écrire l'équation du PFS qui relie les composantes de l'action en M, le poids et les paramètres géométriques.
- Q5. A partir des deux équations des deux questions précédentes, montrer que le franchissement de l'obstacle est possible.
- Q6. Donner numériquement le couple moteur transmis à une roue, permettant de franchir l'obstacle. Expliciter la démarche.