Exercice 1 : Simplification de fonction

$$f = \left(a\bar{a} + b\bar{a} + a\bar{b} + b\bar{b} + a\bar{c} + b\bar{c}\right)(a + c) = \left(b\bar{a} + a\bar{b} + a\bar{c} + b\bar{c}\right)(a + c)$$

$$f = b\bar{a}a + aa\bar{b} + aa\bar{c} + ab\bar{c} + b\bar{a}c + a\bar{b}c + a\bar{c}c + b\bar{c}c$$

$$f = a\bar{b} + a\bar{c} + ab\bar{c} + b\bar{a}c + a\bar{b}c = a\bar{b}(1 + c) + a\bar{c}(1 + b) + b\bar{a}c = a\bar{b} + a\bar{c} + b\bar{a}c$$

Exercice 2 : Simplification de fonction

$$S_1 = \overline{(\overline{a\bar{\bar{b}}c} + \overline{d + \bar{b}})\,b} + \overline{(d + a + \overline{b(c + \bar{a})})}$$

$$= \overline{a\bar{b}}c(d + \bar{b}) + \bar{b} + \bar{d}\bar{a}b(c + \bar{a}) = (\bar{a} + b)c(d + \bar{b}) + \bar{b} + \bar{a}\bar{d}bc + \bar{a}\bar{d}b\cancel{\bar{a}}$$

$$= \bar{a}cd + \cancel{\bar{a}c\bar{b}} + \underline{bcd} + \cancel{bc\bar{b}} + \underline{\bar{b}} + \cancel{\bar{a}\bar{d}bc} + \underline{\bar{a}\bar{d}b} = \bar{a}cd + cd + \bar{b} + \bar{a}\bar{d} = cd + \bar{b} + \bar{a}\bar{d}$$

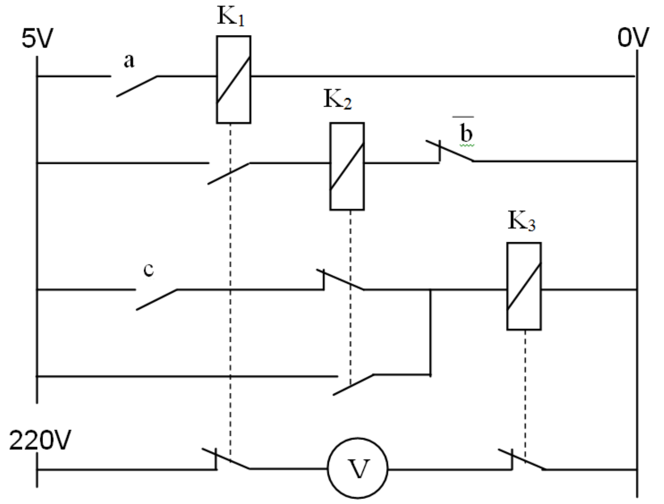
Exercice 3 : Tableau de Karnaugh

$$F = b\bar{d} + \bar{b}d + a\bar{b}\bar{c}$$

$$\bar{F} = bd + \bar{a}\bar{b}\bar{d} + \bar{b}c\bar{d}$$

cd \ ab	00	01	11	10
00	0	1	1	1
01	1	0	0	1
11	1	0	0	1
10	0	1	1	0

Exercice 4 : schéma à contact



Q1 : Des rélais. Ils permettent de séparer le circuit de commande (0-5v) et le circuit de puissance (0-220V)

Q2 : $V = \overline{K_1}.\overline{K_3}$ avec $K_1 = a$ et $K_3 = c.\overline{K_2} + K_2$

Or $K_2 = \bar{b}.K_1 = \bar{b}.a$ donc

$K_3 = c.\overline{\bar{b}.a} + \bar{b}.a = cb + c\bar{a} + \bar{b}a$

Ce qui donne : $V = \overline{K_1}.\overline{K_3} = \bar{a}.\overline{cb + c\bar{a} + \bar{b}a}$

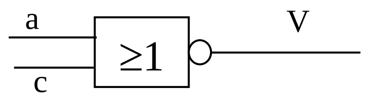
$V = \bar{a}\left(\bar{c} + \bar{b}\right)(\bar{c} + a)(b + \bar{a})$

$V = \bar{a}\left(\bar{c} + \bar{b}\bar{c} + a\bar{c} + a\bar{b}\right)(b + \bar{a})$

$V = \bar{a}\left(\bar{c} + a\bar{b}\right)(b + \bar{a})$

$V = \bar{a}\,(b\bar{c} + \bar{a}\,\bar{c}) = \bar{a}b\bar{c} + \bar{a}\,\bar{c} = \bar{a}\,\bar{c} = \overline{a + c}$

Q3 :



Exercice 5 : contrôle de pièces

Q1 : Tableaux de Karnaugh et équations des voyants

Voyant vert V

cd \ ab	00	01	11	10
00	1	0	X	0
01	0	0	X	0
11	X	X	X	X
10	0	0	X	0

$V = \bar{a}\,\bar{b}\,\bar{c}\,\bar{d}$

voyant bleu B

cd \ ab	00	01	11	10
00	0	1	X	0
01	0	0	X	0
11	X	X	X	X
10	1	1	X	0

$B = \bar{a}\,c + b\,\bar{d}$

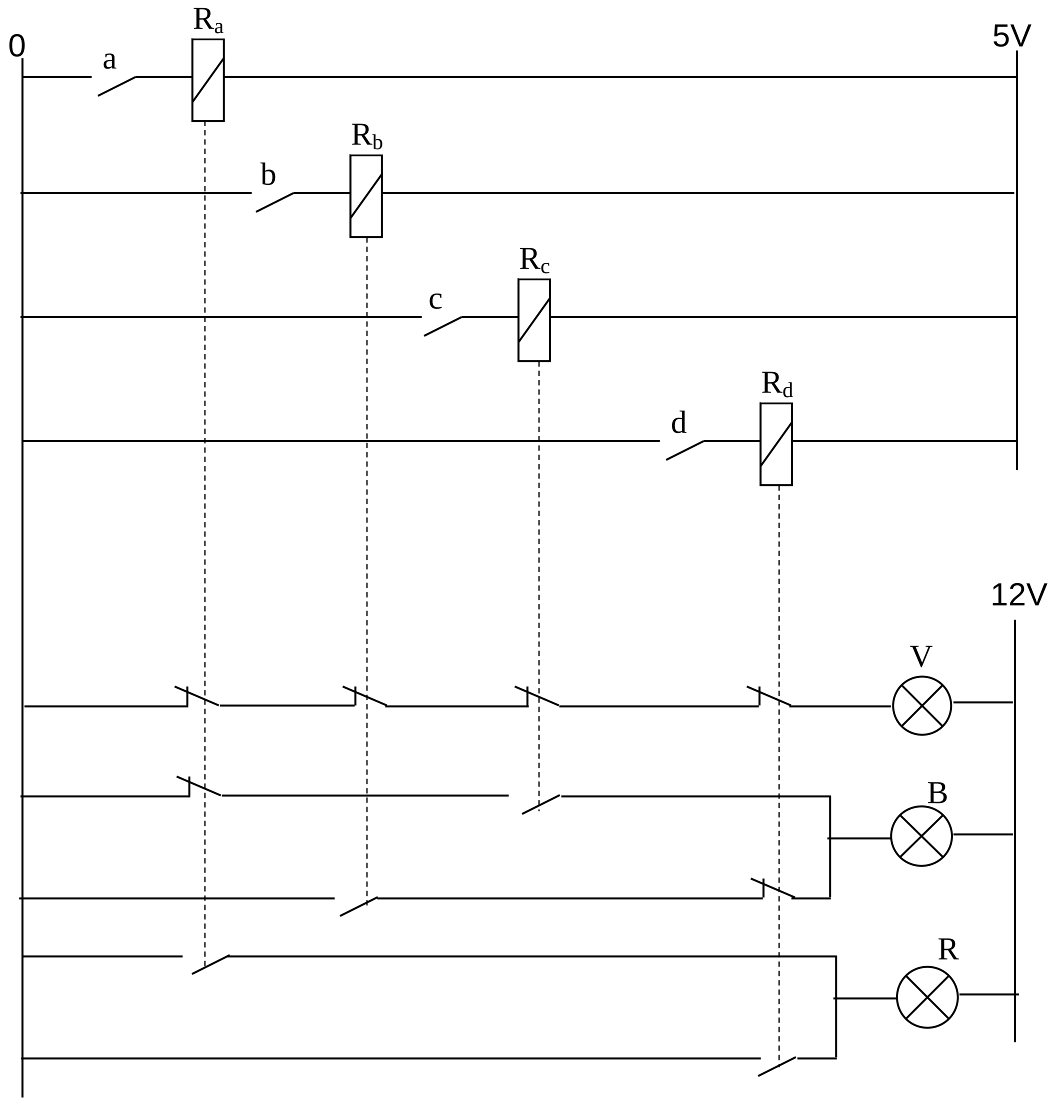
voyant rouge R

cd \ ab	00	01	11	10
00	0	0	X	1
01	1	1	X	1
11	X	X	X	X
10	0	0	X	1

$R = a + d$

Le voyant vert s'allume (pièce bonne) si aucun des capteurs n'est activé.
Le voyant bleu s'allume (pièce à ré-usiner) si l'une des deux cotes est trop forte (c = 1 ou b = 1) mais aucune n'est trop faible (a = 0 et d = 0).
Le voyant rouge s'allume (pièce mauvaise) si l'une des deux cotes est trop faible (a = 0 ou d = 0).

Q2 : Schéma à contacts



Exercice 6 : Codeur absolu

Q1 :

Binaire naturel : + codage simple.

Binaire réfléchi : + un changement d'état d'une variable gi entre chaque position. Cela évite les erreurs de lecture lorsque les cellules photosensibles ne sont pas parfaitement alignées. Ce code est très souvent utilisé.

- Nécessite un transcodeur

Q2 : Sur 4 bits on code les nombres de 0 à 2^4-1, donc de 0 à 15. ⇒ résolution : $\frac{2\pi}{16}$

Sur 12 bits : résolution : $\frac{2\pi}{4096}$

Q3 : $B = \frac{N}{\theta} = \frac{16}{2\pi}$ c'est l'inverse de la résolution.

Q4 : variable à 0 si transparent et à 1 si opaque

position	b1=2^0	b2=2^1	b3=2^2	b4=2^3	g1	g2	g3	g4
0	0	0	0	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	1	1	0	0
2	0	1	0	0	1	0	0	0
3	1	1	0	0	0	0	0	0
4	0	0	1	0	0	0	0	1
5	1	0	1	0	1	0	0	1
6	0	1	1	0	1	1	0	1
7	1	1	1	0	0	1	0	1
8	0	0	0	1	0	1	1	1
9	1	0	0	1	1	1	1	1
10	0	1	0	1	1	0	1	1
11	1	1	0	1	0	0	1	1
12	0	0	1	1	0	0	1	0
13	1	0	1	1	1	0	1	0
14	0	1	1	1	1	1	1	0
15	1	1	1	1	0	1	1	0

Q5 :

$$b_4 = g_3$$

g3g4 g1g2	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	0	0	1	1
11	0	0	1	1
10	0	0	1	1

$$b_3 = \overline{g_3}.g_4 + \overline{g_4}.g_3$$

g3g4 g1g2	00	01	11	10
00	0	1	0	1
01	0	1	0	1
11	0	1	0	1
10	0	1	0	1

$$b_2 = (\overline{g_3}.\overline{g_4} + g_3.g_4)\overline{g_2} + (\overline{g_3}.g_4 + \overline{g_4}.g_3)g_2$$

g3g4 / g1g2	00	01	11	10
00	1	0	1	0
01	0	1	0	1
11	0	1	0	1
10	1	0	1	0

$$b_1 = (\overline{g_3}.\overline{g_4} + g_3.g_4)(\overline{g_1}.\overline{g_2} + g_1.g_2) + (\overline{g_3}.g_4 + g_3.\overline{g_4})(\overline{g_1}.g_2 + g_1.\overline{g_2})$$

Pas de regroupement

g3g4 / g1g2	00	01	11	10
00	1		1	
01		1		1
11	1		1	
10		1		1

Q6 :

$$b_3 = \overline{g_3}.g_4 + \overline{g_4}.g_3 = g_3 \oplus g_4$$

$$b_2 = (\overline{g_3}.\overline{g_4} + g_3.g_4)\overline{g_2} + (\overline{g_3}.g_4 + \overline{g_4}.g_3)g_2 = \overline{g_3 \oplus g_4} \oplus g_2$$