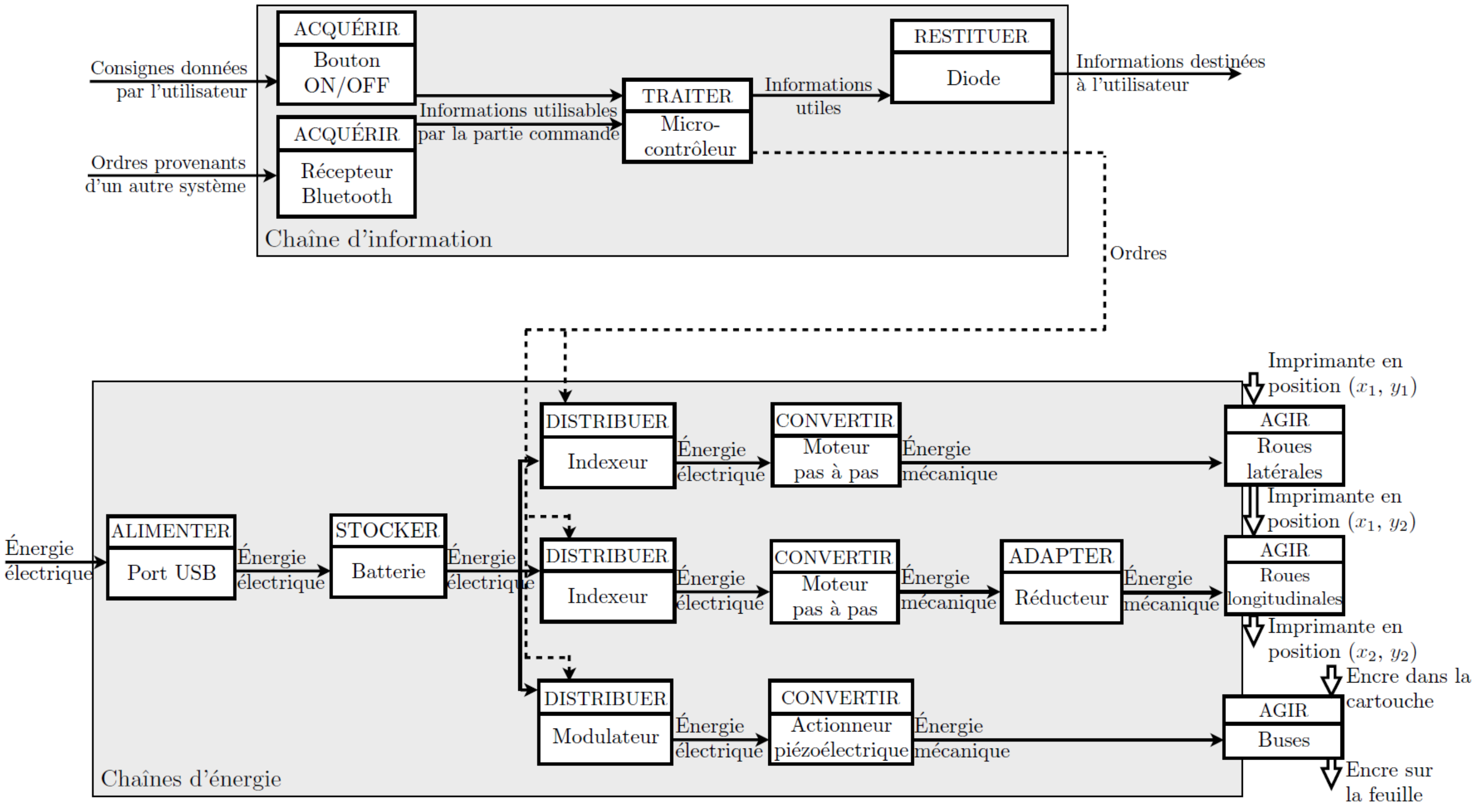
Q1 :



Q2 :

. On relève une précision latérale de $\boxed{96dpi}$.

. D'après le BDD, chaque tête d'impression possède 96 buses : $\boxed{n_b = 96}$.

Q3 : Si l'espace inter-buses est égale à e, on a donc une longueur $n_b.\phi_b + (n_b - 1)e$ d'impression latérale. Pour que cela rentre dans un pouce $(2,54cm)$ et qu'on obtienne ainsi la résolution cherchée, il faut donc :

$$n_b.\phi_b + (n_b-1)e \leq 2,54.10^{-2} \quad \Longrightarrow \quad \phi_b \leq \frac{2,54.10^{-2} - (n_b-1)e}{n_b}$$

On en déduit le diamètre maximum : $\boxed{\phi_{bmax} = \frac{2,54.10^{-2} - (n_b-1)e}{n_b}}$. A.N. : $\boxed{\phi_{bmax} \simeq 254,69\mu m}$.

. Les buses choisies possèdent un diamètre inférieur : $\boxed{250 < \phi_{bmax}}$. Ce choix permet donc de respecter la résolution annoncée de $96dpi$.

Q4 :

. Puisqu'on imprime 2 lignes à la fois et qu'il y a 50 lignes à imprimer, il faudra effectuer $\boxed{\text{25 déplacements longitudinaux}}$. Cela implique de réaliser 24 déplacements latéraux : $\boxed{n_{lat} = 24}$.

. Si un déplacement latéral prend $0,3s$, l'ensemble des déplacements latéraux prendra 24 fois ce temps : $\boxed{t_{lat} = 7,2s}$.

Q5 :

. Lors de la première phase, l'accélération est constante ($a(t) = a$) et la vitesse est donc linéaire (la vitesse est la primitive de l'accélération) : $v(t) = at + v(t_0)$. Puisqu'on a considéré les conditions initiales nulles, on a $v(t_0) = 0$. D'où l'expression temporelle de la vitesse lors de la première phase : $\boxed{v(t) = at}$.

Alors, à l'instant t_1, on a en particulier : $v(t_1) = at_1$. Or, à cet instant, on a atteint la vitesse maximale : $v(t_1) = v_{max}$. D'où une expression de cette vitesse maximale : $\boxed{v_{max} = a.t_1}$.

Q6 : . Par intégration de l'expression de la vitesse, on obtient : $x(t) = \frac{1}{2}at^2 + x(t_0)$. Les CI étant nulles, on a finalement : $\boxed{x(t) = \dfrac{1}{2}at^2}$.

. À l'instant particulier t_1, on écrit : $x(t_1) = \frac{1}{2}at_1^2$. En remplaçant t_1 par l'expression trouvée , on obtient : $x(t_1) = \dfrac{1}{2}a\left(\dfrac{v_{max}}{a}\right)^2$. D'où une expression de l'accélération : $\boxed{a = \dfrac{v_{max}^2}{2x(t_1)}}$.

Q7 :

. Puisque la tête est située à $1cm$ du bord et que la marge est de $2,5cm$, il faut atteindre la vitesse maximale au plus tard pour $\boxed{x(t_1)_{max} = 1,5cm}$.

. Dans ce cas, on obtient : $\boxed{a_{min} \simeq 0,48m.s^{-2}}$.

Q8 :

La durée mise pour parcourir le déplacement longitudinal peut se décomposer ainsi : $t_{long} = t_3 - t_0 = (t_3 - t_2) + (t_2 - t_1) + (t_1 - t_0)$. Puisque la décélération de la phase 3 est égale, en valeur absolue, à l'accélération de la phase 1, alors $t_3 - t_2 = t_1 - t_0 = t_1 = \dfrac{v_{max}}{a} = \dfrac{2x(t_1)}{v_{max}}$. De plus, la phase 2 est une phase à vitesse constante : la vitesse instantanée est égale à la vitesse moyenne et s'écrit

$v_{max} = \dfrac{x(t_2 - t_1)}{t_2 - t_1}$ avec $x(t_2 - t_1) = d_{long}$ pour respecter les marges. D'où : $\boxed{t_{long} = \dfrac{4x(t_1) + d_{long}}{v_{max}}}$.

A.N. dans le cas limite : $\boxed{t_{long} \simeq 1,83s}$.

Q9 :

. Puisque le robot-imprimeur devra effectuer 25 déplacements longitudinaux, le temps associé à ces déplacements vaut : $25t_{long} \simeq 45,83s$. Il faut ajouter à cela le temps correspondant aux déplacements latéraux, déterminé en Q8 : $t_{lat} = 7,2s$. On obtient ainsi la durée totale d'impression du document de référence A4 présenté : $\boxed{t_{tot} \simeq 53s}$. Cette valeur satisfait le cahier des charges, qui annonce une capacité de 1 page par minute (53<60).

Q10 :

$$\xrightarrow[(m/s)]{v_c(t)} \boxed{\text{Indexeur}} \xrightarrow[(V)]{u_m(t)} \boxed{\text{Moteur}} \xrightarrow[(rad/s)]{\omega_m(t)} \boxed{\text{Réducteur}} \xrightarrow[(rad/s)]{\omega_r(t)} \boxed{\text{Roues}} \xrightarrow[(m/s)]{v(t)}$$

. Ce système est bien un système automatisé, mais il n'y a pas d'asservissement : aucune boucle de retour n'existe (il n'y a pas de capteur) donc aucune comparaison et aucun écart entre la consigne et la sortie (ou leurs images respectives).

Q11 :

- τ_m est la constante de temps du système ; elle caractérise le régime transitoire.
- K_m est le gain statique du système ; il caractérise le régime permanent.

Q12 : Pour un échelon unitaire d'amplitude v_0, la sortie ω_m possède le comportement temporel suivant : $\boxed{\omega_m(t) = K_m v_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_m}}\right) u(t)}$. En effet, on a :

$$\Omega_m(p) = H_m(p)V_c(p) = \frac{K_m}{1+\tau_m p}\frac{v_0}{p}$$

On effectue une décomposition en éléments simples :

$$\Omega_m(p) = K_m v_0 \left(-\frac{\tau_m}{1+\tau_m p} + \frac{1}{p}\right) = K_m v_0 \left(-\frac{1}{1/\tau_m + p} + \frac{1}{p}\right)$$

Par transformée inverse (voir tableau), on obtient :

$$\omega_m(t) = K_m v_0 \left(-e^{-t/\tau_m}u(t) + u(t)\right)$$

Q13 : TVF : $\omega_{m\infty} = \lim\limits_{t\to\infty} \omega_m(t) = \lim\limits_{p\to 0} p\Omega_m(p) = \lim\limits_{p\to 0} pH_m(p)V(p) = \lim\limits_{p\to 0} pH_m(p)\frac{v_0}{p}$

$$\omega_{m\infty} = \lim_{p\to 0} p\frac{K_m}{1+\tau_m\, p}\frac{v_0}{p} = K_m\, v_0$$

ou : En régime permanent, on écrit :

$$\omega_{m\infty} = \lim_{t\to+\infty} \omega_m(t) = \lim_{t\to+\infty} K_m v_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_m}}\right) u(t)$$

Or, $u(t)$ est l'échelon unitaire et vaut donc 1 dans les temps positifs. De plus, l'exponentielle tend vers 0. Reste donc : $\boxed{\omega_{m\infty} = K_m v_0}$.

Q14 : Le temps de réponse à 5%, $t_{5\%}$, est le temps à partir duquel on atteint 95% de la valeur finale $\omega_{m\infty}$. On cherche donc $t_{5\%}$ tel que : $\omega_m(t_{5\%}) = 0,95.\omega_{m\infty}$.

Ici, $\omega_{m\infty} = K_m v_0$ et $\omega_m(t_{5\%}) = K_m v_0.\left(1 - e^{-\frac{t_{5\%}}{\tau_m}}\right)$. On résout ainsi :

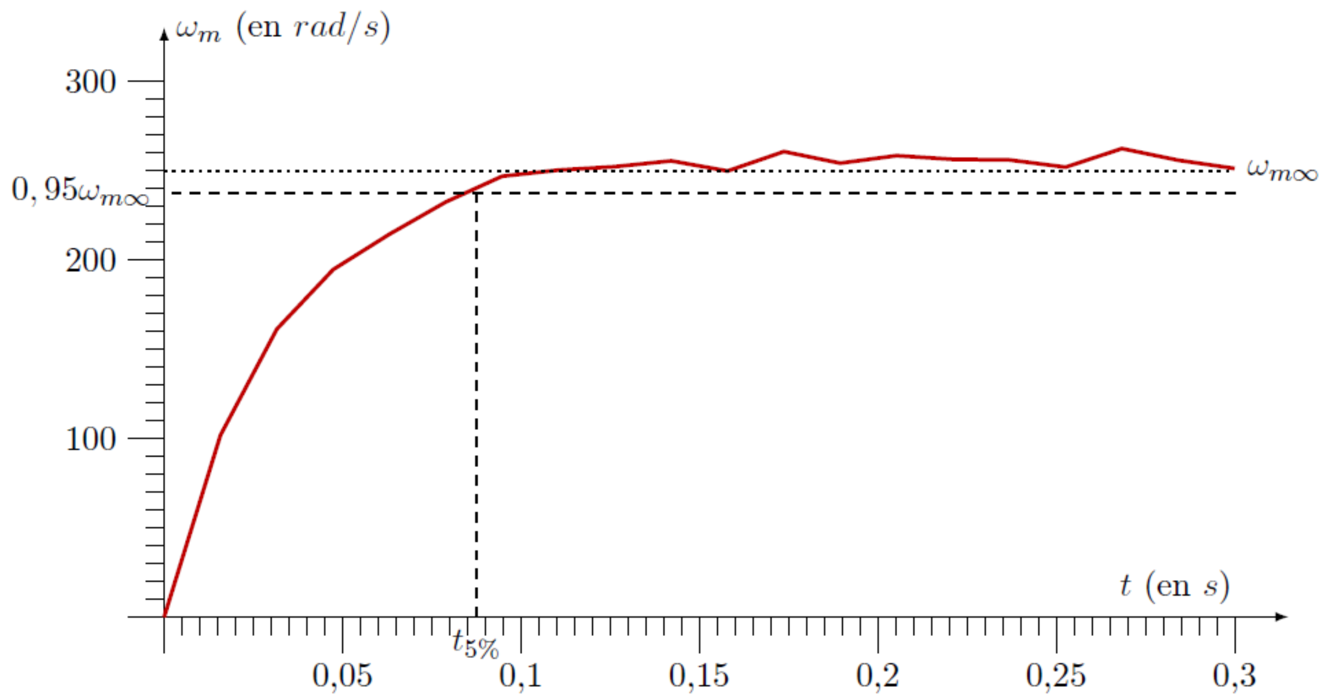
$$1 - e^{-\frac{t_{5\%}}{\tau_m}} = 0,95 \quad\Longrightarrow\quad e^{-\frac{t_{5\%}}{\tau_m}} = 0,05 \quad\Longrightarrow\quad \frac{t_{5\%}}{\tau_m} = -ln(0,05)$$

$$\Longrightarrow \quad \boxed{t_{5\%} = -ln(0,05).\tau_m}$$

N.B. : $-ln(0,05) \simeq 2,9957... \simeq 3$!! On retient $\boxed{t_{5\%} \simeq 3\tau_m}$.

Q15 : Pour déterminer $K_m = \frac{\omega_{m\infty}}{v_0}$, on relève la valeur à convergence : $\omega_{m\infty} \simeq 250 rad/s$. Alors : $\boxed{K_m \simeq 500 rad.m^{-1}}$.

Pour déterminer $\tau_m = \frac{t_{5\%}}{3}$, on cherche le temps de réponse à 5% de la valeur finale en traçant les bandes à $\pm 5\%$ (se résumant à l'horizontale à $0,95 \times 250 = 237,5$ puisque pas de dépassement : ordre 1) de $\omega_{m\infty}$: $t_{5\%} \simeq 0,08$. Alors : $\boxed{\tau_m \simeq 0,027 s}$.



Q16 :

. On relève dans le BDD : $\boxed{K_r = 1/10 = 0,1}$.

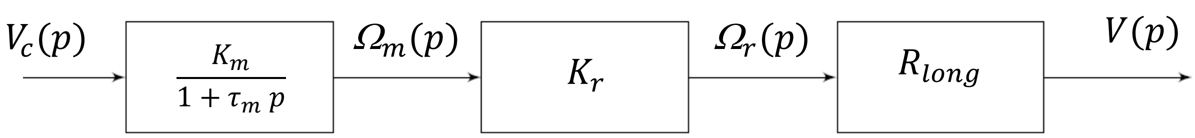
. On relève dans le BDD le diamètre : $4cm$. Alors $\boxed{R_{long} = 2cm}$.

Q17 : Lorsque les roues tournent d'un tour ($2\pi rad$), le robot avance alors du périmètre : $2\pi R_{long}$ mètres. Pour un demi-tour (πrad), de πR_{long}. Pour un quart de tour ($\frac{\pi}{2} rad$), de $\frac{\pi}{2} R_{long}$.

. On généralise ces résultats : pour un angle quelconque $\theta_r(t)$, la distance $x(t)$ parcourue vaut $\boxed{x(t) = \theta_r(t).R_{long}}$.

. Par dérivation de cette relation, on obtient : $\boxed{v(t) = \omega_r(t).R_{long}}$.

Q18 :
Le schéma bloc complété par les différentes fonctions de transfert donne :

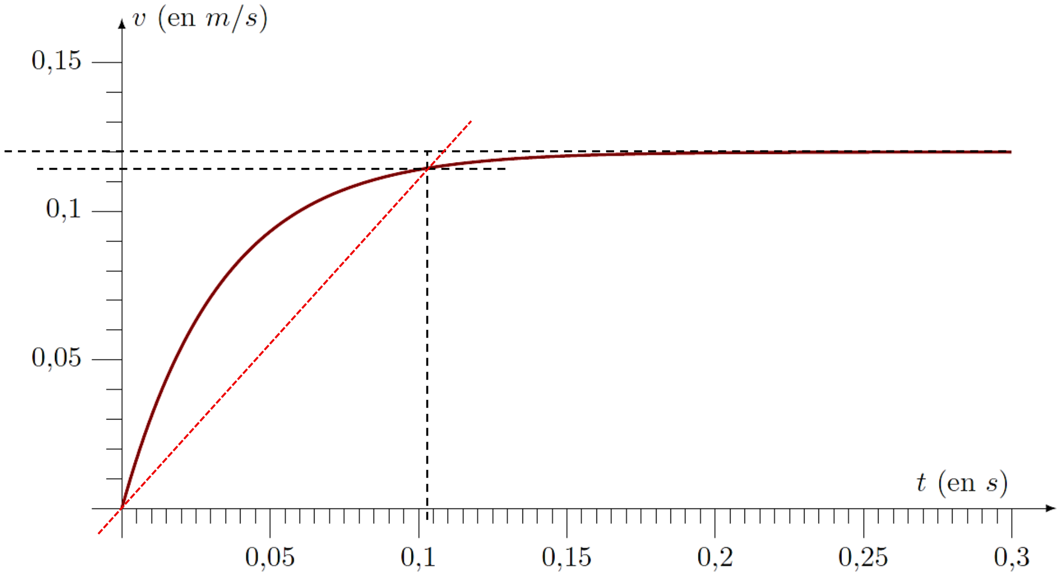


. Sa forme canonique s'écrit : $\boxed{\frac{V(p)}{V_c(p)} = \frac{K_m K_r R_{long}}{\tau_m p + 1}}$. On identifie le gain statique $\boxed{K = K_m K_r R_{long}}$ et la constante de temps $\boxed{\tau = \tau_m}$. A.N. : $\boxed{K = 1}$ (sans unité) et $\boxed{\tau = 0,028s}$. Ordre 1 .

Q19 : à $t_m = t_{R5\%}$ on atteint 95% de la valeur asymptotique ou valeur à convergence (donc $v(t_m) = 0,95 * 0,12 \approx 0,114\ ms^{-1}$) . On relève $t_m \approx 0,1\ s$.

Q20 : La valeur d'accélération constante réelle est donc $a_{réelle} = \frac{v_{max}}{t_m} \approx 1,2\ ms^{-2}$. On a donc $a_{réelle} > a_{min}$.

L'impression du document de référence sera même plus rapide en réalité que celle estimée ($t_{tot} = 53s$) et le cahier des charges sera donc d'autant plus validé.



Q21 : On relève dans le BDD 200pas/tour soit 200 pas en 2πcrad = 360. La précision angulaire est donc de $\theta_{min} = \frac{\pi}{100}\ rad = 1{,}8\,°$.

Q22 : Puisque pour un pas, le robot se déplace de y_{min}, alors il faut $\frac{d_{lat}}{y_{min}}$ pas pour effectuer un déplacement latéral. On prend la valeur entière supérieure : $n_{pas}\ =\ 33\ pas$.

Q23 :

```
##
# Sujet : trajet de l'imprimante de poche ZutA
# Date : octobre 2014
# Auteur : professeur
##

from robot import * # On importe les commandes spécifiques au problème

n_pas = 33 # On définit le nombre de pas à effectuer pour se déplacer latéralement

for i in range (12): # On effectue 12 fois :
   deplacement_long(+) # un déplacement longitudinal vers la droite
   for j in range (n_pas): # puis un déplacement latéral vers le bas
      p_lat() # en effectuant 33 pas
   deplacement_long(-) # suivi d'un déplacement longitudinal vers la gauche
   for j in range (n_pas): # et enfin un dernier déplacement latéral vers le bas
      p_lat()

deplacement_long(+) # On a fait 24 déplacements longitudinaux grâce à la boucle.
On réalise le 25e ainsi.
```