

DS N°3

Aucun document autorisé

Calculatrices autorisées

Tableau des transformées de Laplace usuelles et tableau des liaisons normalisées en annexe

Le devoir comporte 1 exercice et 1 extrait de Sujet de concours

Durée 3h

Exercice : Stabilisateur cardiaque (extrait centrale tsi 2012)

I. Mise en situation

I.1. Contexte

Les pathologies cardiaques, et particulièrement les rétrécissements des artères qui alimentent le myocarde (muscle cardiaque), sont en constante augmentation. La chirurgie à cœur battant se substitue progressivement à celle courante impliquant un arrêt du cœur et la mise en place d'une circulation extracorporelle. L'avantage essentiel de cette chirurgie à cœur battant est de limiter les complications induites par l'intervention. Cette technique opératoire se différencie du pontage classique par la conservation du battement cardiaque durant l'intervention ; la principale difficulté réside alors dans la nécessité d'immobiliser la partie du cœur à opérer. Pour intervenir précisément sur la zone concernée, il est nécessaire de faire appel à un stabilisateur mécanique qui immobilise cette « zone cible ».

Actuellement, les stabilisateurs mécaniques passifs laissent subsister pour cette zone un déplacement de l'ordre du millimètre, appelé par la suite déplacement résiduel, alors que la valeur souhaitée est plutôt de 0,1 mm. De plus, cette valeur n'est pas satisfaisante en vue d'une utilisation endoscopique, technique d'intervention dont le développement va croissant.

La solution proposée pour remédier à ces insuffisances est constituée par un stabilisateur cardiaque actif, c'est-à-dire commandé en position. Dans le cas de cette étude, il s'agit du système Cardiolock1 développé principalement au laboratoire du LSIT de l'Université de Strasbourg.

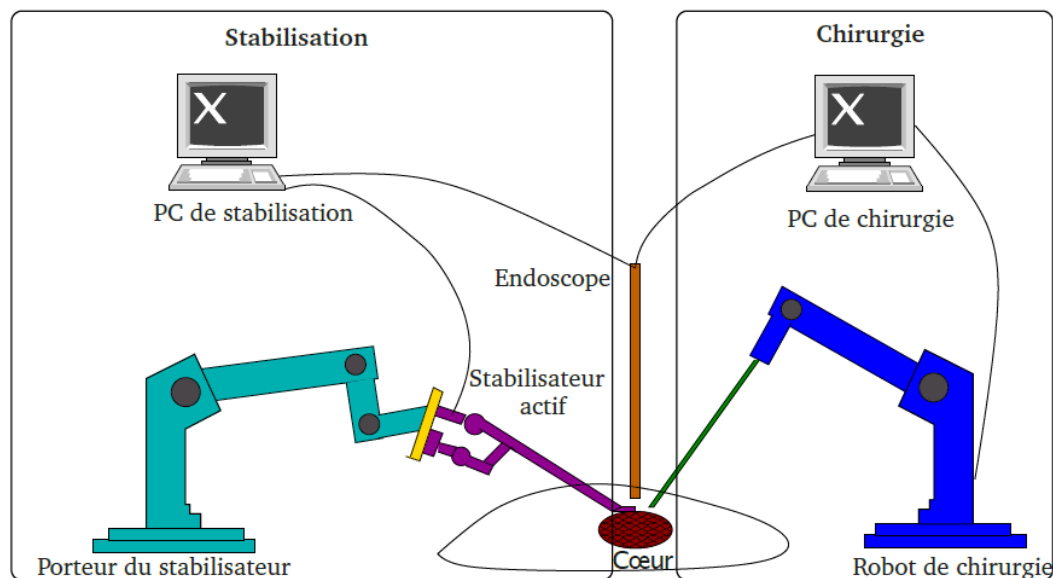


Figure 1 : contexte d'utilisation du cardiolock1

I.2. Présentation

Les faibles amplitudes des mouvements considérés et la recherche de liaisons sans jeu, justifient l'emploi d'un mécanisme constitué de « liaisons pivots élastiques » : celles-ci sont obtenues en combinant l'élasticité du matériau et la géométrie des pièces (amincissement résultant d'un enlèvement de matière localisé) de façon à favoriser une déformation locale de la pièce qui permet d'obtenir le comportement d'une liaison pivot sans jeu.

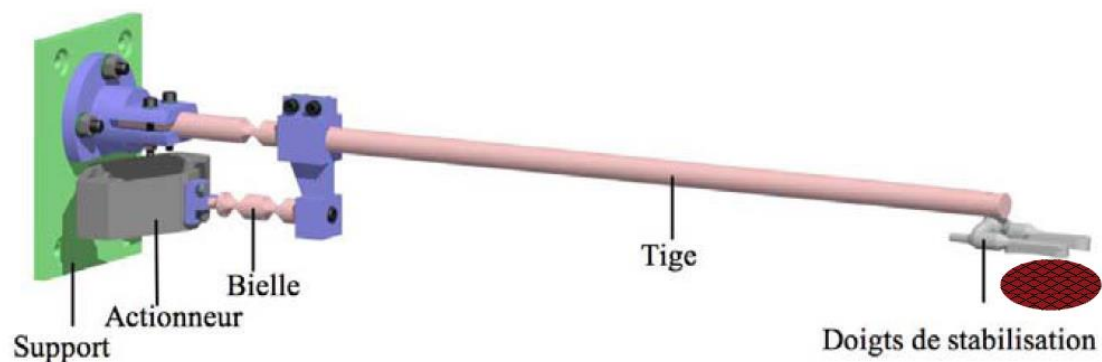


Figure 2 : représentation du stabilisateur actif

Le Cardiolock1 comporte les éléments suivants :

- une tige flexible de diamètre compatible avec la chirurgie mini-invasive comportant à son extrémité une fixation par succion sur la paroi cardiaque ;
- un dispositif bielle-manivelle constitué de liaisons pivots élastiques (sans jeu) obtenues par enlèvement de matière ;
- un actionneur linéaire piézoélectrique afin de garantir une dynamique importante ; l'accélération du myocarde (le muscle cardiaque) passe de $0,25\text{ ms}^{-2}$ (avec stabilisateur) à 10 ms^{-2} (sans stabilisateur). La grande raideur de cet actionneur devant celle du dispositif bielle-manivelle permet de disposer de la course maximale de l'actionneur.

La tige est stérilisable par autoclave ; quant au reste du Cardiolock1 il peut être protégé par un sac stérile.

Le mouvement de la paroi cardiaque se manifeste par un déplacement de l'extrémité de la tige. L'actionneur piézo-électrique permet le rattrapage de ce déplacement résiduel par déformation des liaisons pivot de la tige.

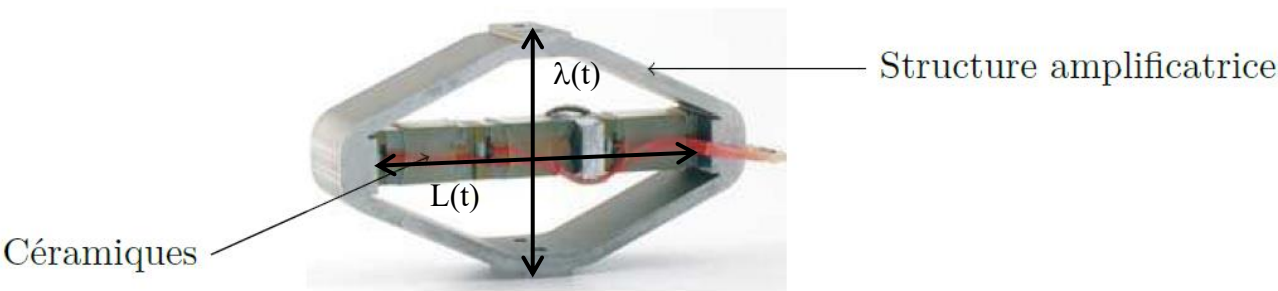


Figure 3 : Actionneur piézo-électrique

En alimentant avec une tension variable le matériau piézo-électrique de l'actionneur on obtient une variation de la longueur $L(t)$. La structure amplificatrice en forme de parallélogramme déformable fournit alors une longueur variable $\lambda(t) > L(t)$ assurant le déplacement de la tige du cardiolock1.

I.3. Extrait du cahier des charges

On donne l'extrait du cahier des charges suivant concernant l'exigence principale : « immobiliser la zone cible du myocarde »

critère	Niveau	limite
Déplacement de l'extrémité en pointe de tige sous l'effort de 1 N	0.1 mm	maxi

Objectif : La course de l'actionneur (variation maxi de $\lambda(t)$) est de $130\text{ }\mu\text{m}$. L'objectif de l'étude est la validation de ce choix vis-à-vis du cahier des charges.

II. Modélisation du mécanisme

II.1. Hypothèses et notations

Un modèle cinématique du stabilisateur actif est défini par la figure 4.

Etude envisagée dans le cadre d'une modélisation plane

- Le repère $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est lié au bâti 0
- Le déplacement résiduel à rattraper est supposé positif sur \vec{y}_0
- Les solides 1, 3 et 4 sont indéformables
- Le solide 5 est déformable
- Les déplacements envisagés sont de petits déplacements.

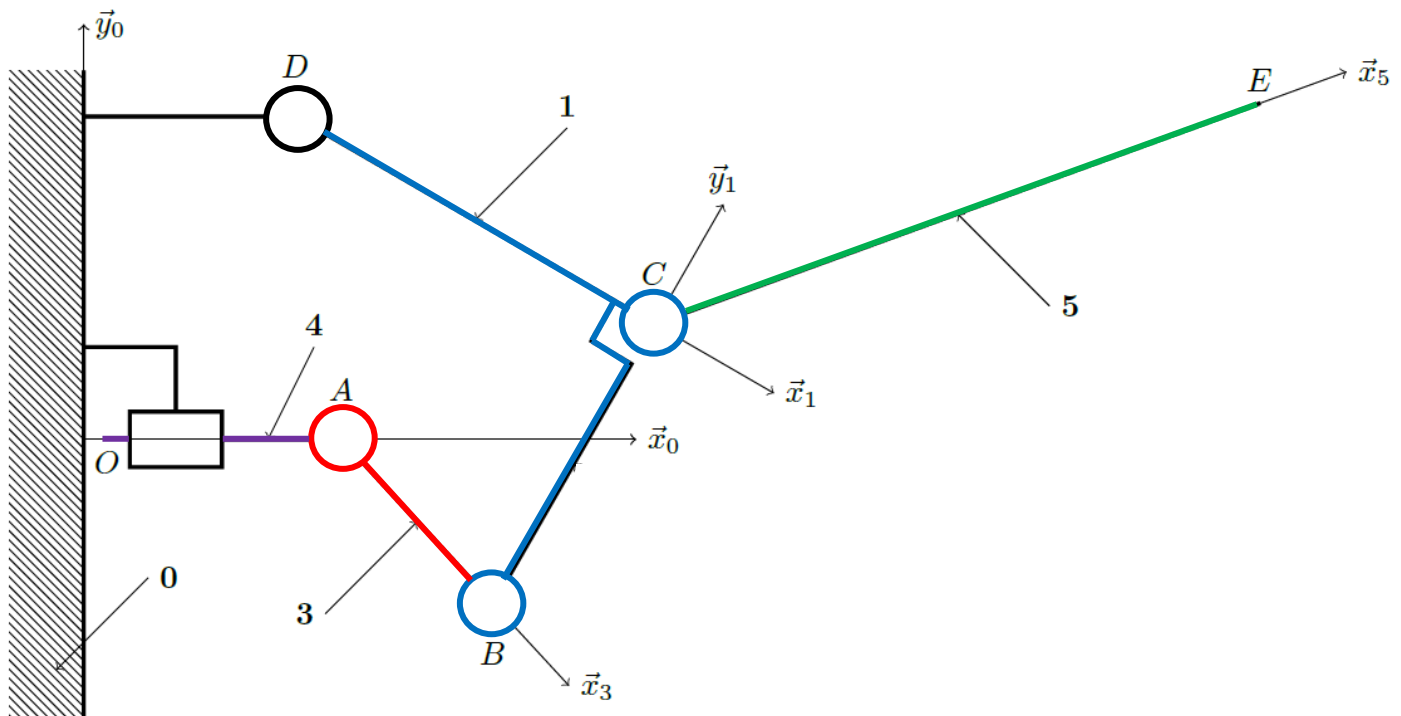


Figure 4 : schéma cinématique plan du stabilisateur actif

II.2. Paramétrage

On définit le paramétrage suivant :

- $\vec{OA} = \lambda(t)\vec{x}_0$
- $\vec{DC} = L_1\vec{x}_1$ avec $L_1 = 21$ mm
- $\vec{CB} = -d_1\vec{y}_1$ avec $d_1 = 30$ mm
- $\vec{BA} = -L_3\vec{x}_3$ avec $L_3 = 18$ mm
- $\vec{CE} = L_5\vec{x}_5$ avec $L_5 = 300$ mm
- $\vec{OD} = a\vec{x}_0 + d_1\vec{y}_0$ avec $a = 10$ mm
- $\alpha(t) = (\vec{x}_0; \vec{x}_1) = (\vec{y}_0; \vec{y}_1)$
- $\beta(t) = (\vec{x}_1; \vec{x}_5) = (\vec{y}_1; \vec{y}_5)$
- $\gamma(t) = (\vec{x}_0; \vec{x}_3) = (\vec{y}_0; \vec{y}_3)$

Dans la configuration $\alpha = 0$, $\beta = 0$, $\gamma = 0$ et on note $\lambda(t) = \lambda_0$.

- Q1.** Dessiner le graphe des liaisons correspondant au schéma cinématique donné figure 4. Vous préciserez les caractéristiques de chacune des liaisons (points, axes, ...).
- Q2.** Faire apparaître les paramètres angulaires **orientés** sur le schéma cinématique du document réponse. Tracer (sur votre copie) les figures de projection plane (une figure par angle supposé positif en veillant à installer l'axe commun des deux bases perpendiculairement à la feuille et venant vers le lecteur)

II.3. Evaluation du déplacement résiduel

On appelle la fermeture géométrique d'une chaîne fermée (d'un graphe des liaisons), l'écriture de la relation de Chasles entre les centres des liaisons intervenant dans la chaîne.

Pour la chaîne **0-1-3-4-0**, la fermeture géométrique s'écrit : $\overrightarrow{OO} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DO}$.

- Q3.** Développer cette équation vectorielle en utilisant le paramétrage. Projeter celle-ci dans la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$. En déduire le système de deux équations scalaires liant les paramètres λ , α , γ aux paramètres géométriques a , L_1 , L_3 et d_1 .
- Q4.** Linéariser ce système d'équations en considérant les angles petits et exprimer λ et γ en fonction de α . Pour cela on confondra donc, au voisinage de 0, le sinus de l'angle avec sa mesure en radian ou encore le cosinus de l'angle avec 1.
- Q5.** Exprimer la valeur de λ_0 prise par λ dans la configuration de repos. En déduire l'expression du déplacement $x_A = \lambda - \lambda_0$ en fonction de α et d_1 .
- Q6.** Donner le signe de x_A permettant le rattrapage d'un déplacement positif selon \vec{y}_0 de l'extrémité E de la tige 5.

On note x_{Aex} la valeur égale à $-130\mu m$.

- Q7.** Déterminer l'expression correspondante de α , notée α_{ex} . Faire l'application numérique.
- Q8.** Retrouver l'expression du déplacement $y_E = \overrightarrow{DE} \cdot \vec{y}_0$ de l'extrémité E de la tige 5 :

$$y_E = L_1\alpha + L_5(\alpha + \beta)$$

On suppose le stabilisateur figé dans la position obtenue pour $\alpha = \alpha_{ex}$. On envisage à présent la déformation de la tige 5 sous l'effort cardiaque $\vec{f} = f_0 \vec{y}_5$.

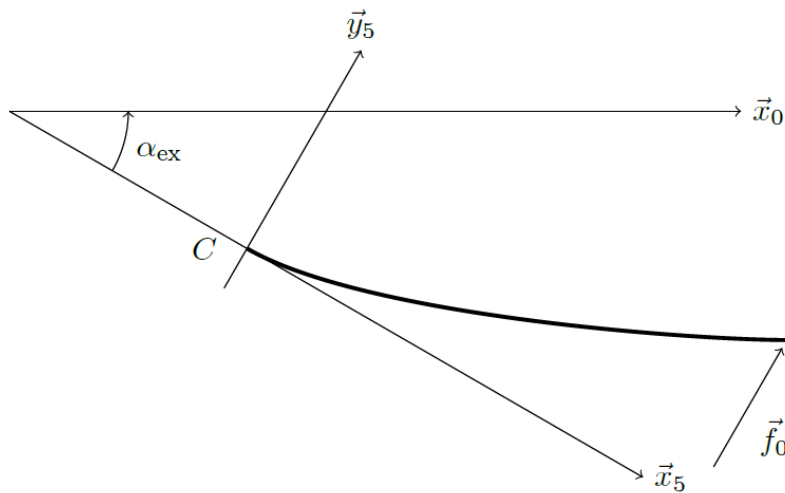


Figure 5 : Allure de la déformation de la tige 5 sous l'action de l'effort cardiaque

Un calcul de résistance des matériaux permet d'établir que, dans ces conditions et pour $f_0 = 1\text{ N}$, l'angle β pris par un solide rigide équivalent vaut $\beta_{ex} = 4,8 \cdot 10^{-3}\text{ rad}$.

- Q9.** Calculer la valeur de y_{Eex} . Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

Problème : Système de stabilisation pour navire à grande vitesse (extrait de Mines MP 2000)

Présentation

La photographie ci-contre (Figure 1) représente un Navire à Grande Vitesse (le NGV3) de la Société Nationale maritime Méditerranée ferry Corse (la SNCM). Il assure la liaison entre le continent et la Corse en 3 heures 30 minutes au lieu de 5 heures pour un ferry classique.

La vitesse de croisière du NGV3 est de 37 nœuds, soit 70 km/h, ce qui est exceptionnel pour un navire commercial.

Ce bateau est propulsé par quatre hydrojets : l'eau, aspirée par des turbines, est éjectée sous pression induisant ainsi la poussée



Le NGV3 de la SNCM

Figure 1

Figure 2



motrice. Cette technologie, empruntée aux scooters des mers, permet d'abandonner les hélices classiques et ainsi de réduire considérablement le tirant d'eau.

Cet « hydrodynamisme » est renforcé par la longueur et la finesse de la coque (forme « semi-planante » en V profond) qui évoque celles des bateaux de course off-shore.

Mais ce mode de propulsion et cette forme de coque ne suffisent pas pour atteindre une telle vitesse.

Pour l'obtenir, il faut aussi :

- réduire la surface de la carène* en générant une sustentation du bateau,
- minimiser les mouvements parasites de rotation du navire, en lacet*, roulis* et tangage*, au moyen d'un système de stabilisation active.

Ce système de stabilisation active garantit le confort des passagers et la stabilité du navire, que la mer soit calme ou formée.

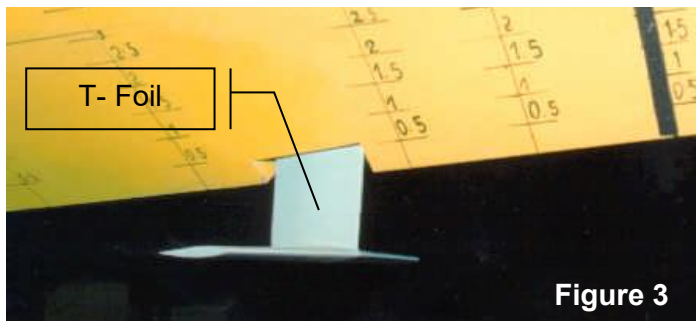


Figure 3

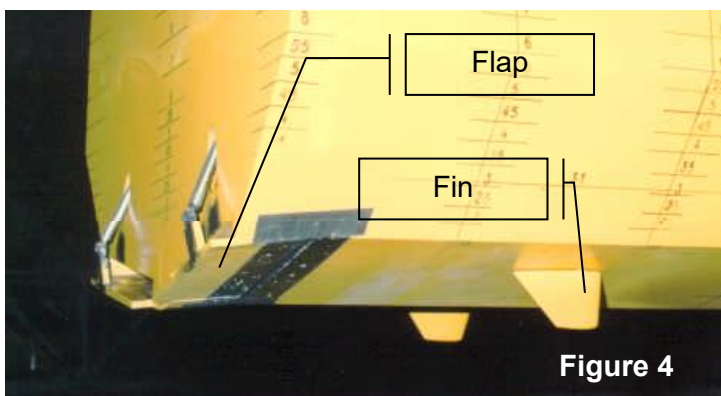


Figure 4

Sur le NGV3, on trouve sept appendices ou « Foils » : un « T-foil » à l'avant, deux « Flaps » arrière et quatre safrans inclinés ou « Fins » (voir les figures 2, 3 et 4). Tous ces appendices sont pilotés en temps réel par un ordinateur recevant des informations du système sensoriel (constitué de gyromètres* et accéléromètres*). Ils créent des actions mécaniques hydrodynamiques qui s'opposent aux mouvements indésirables du navire pour en réduire les amplitudes.

L'étude qui va suivre portera sur la fonction principale « Stabiliser le navire » du système que constitue le NGV3.

*Voir glossaire en « ANNEXE »

Analyse fonctionnelle et structurale

I. Analyse de la Partie Opérative visant au respect de l'exigence technique : « Exercer des actions mécaniques antagonistes à celles provoquant les mouvements du navire »

Objectif : Mettre en évidence le rôle des appendices.

Un appendice est soumis, de la part de l'eau de mer, à une action mécanique modélisable par une force. La vitesse de déplacement de l'écoulement de l'eau par rapport au repère R_N lié au navire est notée \vec{V} sur les figures 5 et 6. Le support de l'action de l'eau sur l'appendice passe par le centre de poussée P .

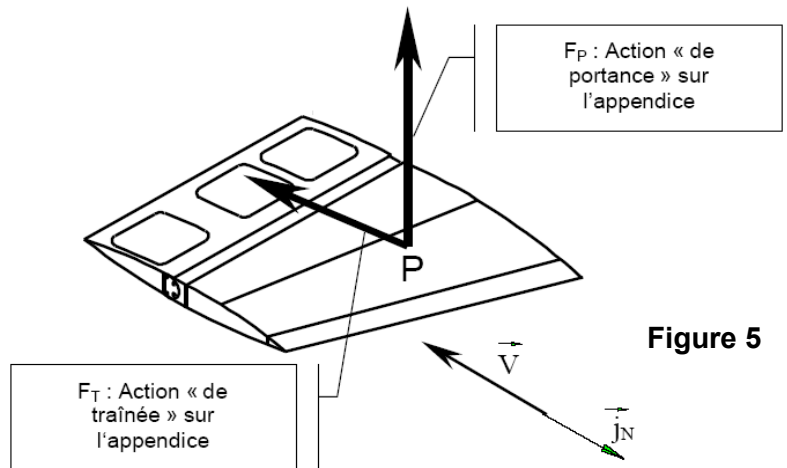


Figure 5

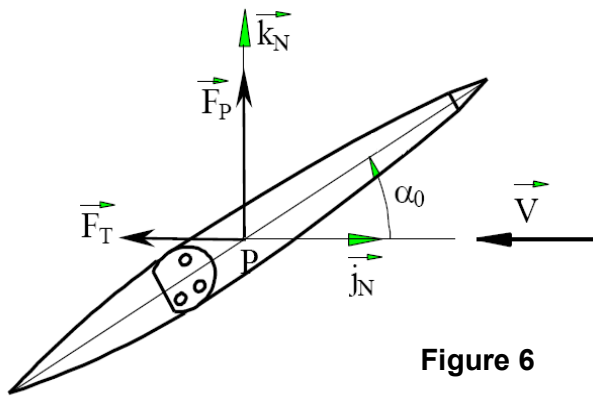


Figure 6

On exprime la résultante de cette action sous la forme :

$$\vec{F}_{\text{eau} \rightarrow \text{appendice}} = F_P \vec{k}_N + F_T \vec{j}_N \text{ où :}$$

- F_P est l'action mécanique de portance ;
- F_T est l'action mécanique de traînée.

La figure 6 met en évidence l'angle d'incidence α_0 . La rotation de l'appendice par rapport au repère lié au navire modifie α_0 et par conséquent l'action mécanique de portance.

Q1. Sur le document réponse, on a représenté les actions mécaniques de portance à appliquer aux appendices pour **s'opposer à l'amorce d'un mouvement de tangage** (rotation autour de l'axe $(G_N; \vec{i}_N)$ dans le sens positif). Représenter de même, sur la figure du document réponses, les seules actions mécaniques de portance à appliquer aux appendices concernés pour **s'opposer à l'amorce du mouvement de roulis** (rotation autour de l'axe $(G_N; \vec{j}_N)$ dans le sens positif).

NB : les actions de portance n'étant pas chiffrées, seules leurs directions et leurs sens seront significatifs. Représenter les actions de portance à l'aide des deux symboles \otimes ou \odot sur la vue de dessous du bateau (\vec{k}_N est alors orthogonal à la vue).

Q2. Quel appendice n'a pas d'influence sur le roulis ?

II. Analyse de l'architecture fonctionnelle : fonction principale « Stabiliser le navire »

Objectif : Établir le diagramme fonctionnel du système de stabilisation active.

Une consigne d'attitude adaptée, **cons θ_j** ($j \in [L, R, T]$ pour Lacet, Roulis et Tangage), en Volt, est donnée au calculateur du système de stabilisation qui la compare à la mesure d'attitude, **mes θ_j** , en Volt, fournie par le **système sensoriel**. À partir de cette comparaison, le module « **modèle de stabilisation** » du calculateur détermine une consigne **Cons α_{ic}** ($i \in [1 \dots 7]$ pour les **sept appendices**), en Volt, pour les **actionneurs**. Ceux-ci délivrent des angles **α_{ic}** , en degré, aux sept appendices, qui fournissent alors les actions mécaniques de correction, notées **AMC**, en Newton. Les actions mécaniques globales qui s'exercent sur la **coque du navire** sont alors la somme des actions mécaniques de correction, apportées par les appendices, et des actions mécaniques extérieures perturbatrices, notées **AMEP**, en Newton, s'exerçant sur la coque provenant des **vagues**, de la **houle**, etc.

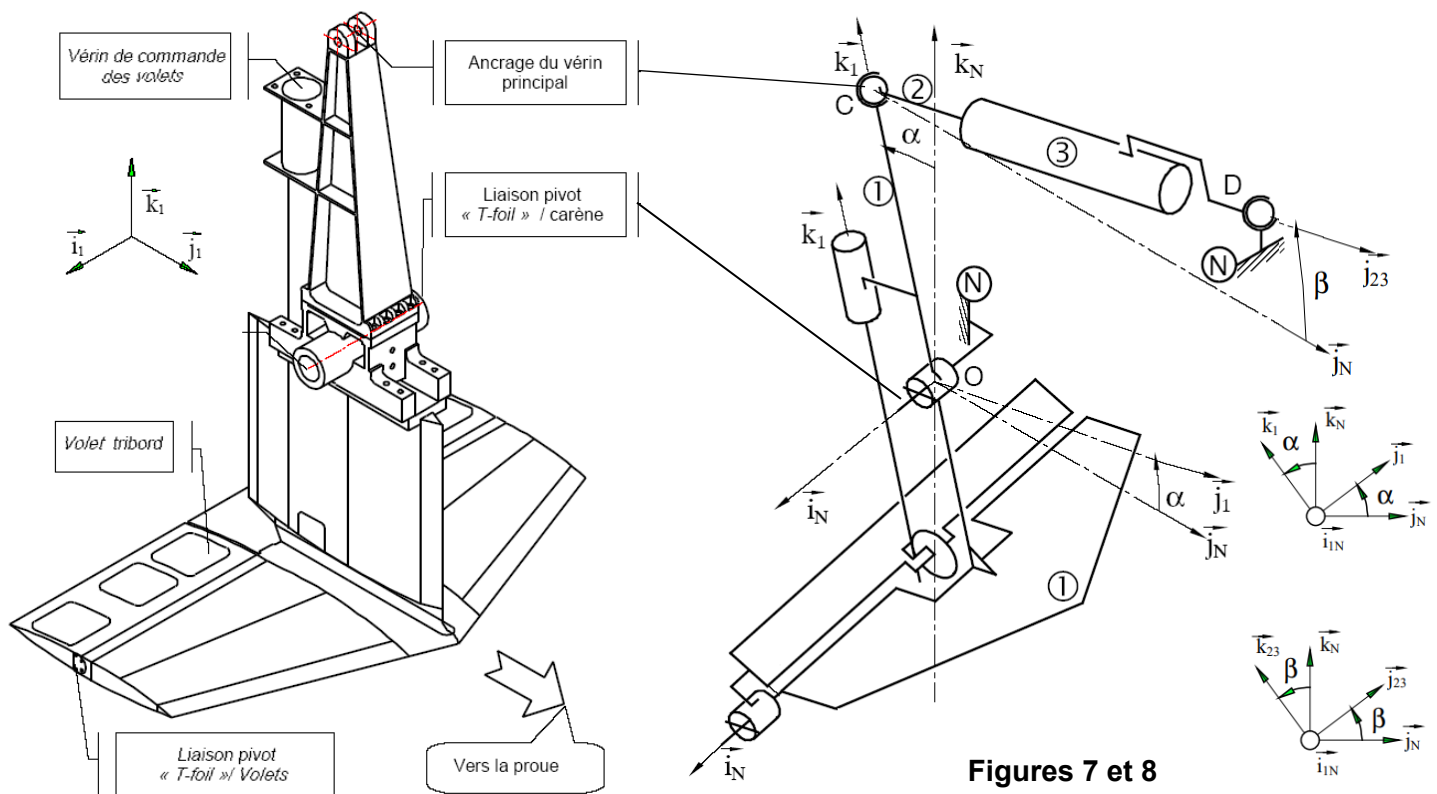
Q3. À l'aide des informations fournies, compléter le schéma topo-fonctionnel du système de stabilisation active du document réponse. Pour cela :

- Préciser les noms des blocs monovariables,
- Utiliser la variable $\text{cons}\theta_j$ pour désigner les trois consignes à la fois, l'entrée sera donc la consigne $\text{cons}\theta_j$ et la sortie l'attitude réelle du navire θ_j ,
- Préciser les grandeurs entre blocs ainsi que leurs unités.

Q4. Quelles valeurs numériques des consignes $\text{cons}\theta_L$, $\text{cons}\theta_R$, $\text{cons}\theta_T$ sont fixées pour assurer le confort optimal des passagers ?

III. Étude de la chaîne fonctionnelle associée au T-foil

Le « T-foil » en forme de T renversé (voir les figures 7 et 8) est l'appendice actif le plus massif. Il est situé à l'avant du navire, dans son plan de symétrie. Il est en liaison pivot d'axe (O, \vec{i}_1) (sa rotation autour de cet axe est possible) avec la carène du navire. Un vérin dit « vérin principal » permet l'animation de cette liaison. Deux volets en liaison pivot avec le « T-foil » sont actionnés simultanément par un vérin secondaire embarqué sur le « T-foil », non étudié ici.



Figures 7 et 8

Q5. Compléter le graphe des liaisons du document réponses. Préciser les caractéristiques des liaisons.

III. 1. Étude de l'exigence technique : « Transmettre le mouvement »

Objectif : Linéariser la loi entrée-sortie de la chaîne cinématique (ensemble des organes mécaniques transformant le mouvement) du T-foil.

Le paramètre d'entrée de la chaîne cinématique du T-foil est l'allongement du vérin, c'est-à-dire la distance $CD = \lambda(t) + \lambda(\alpha = 0) = \lambda(t) + a$. Le paramètre de sortie est l'angle d'incidence du T-foil, c'est-à-dire $\alpha(t)$. On donne : $\overrightarrow{CD} = (\lambda(t) + a) \vec{j}_{23}$, $\overrightarrow{OC} = L_c \vec{k}_1$, $\overrightarrow{OD} = a \vec{j}_N + b \vec{k}_N$ avec ($a = 2,1\text{m}$, $b = 3,4\text{ m}$ et $L_c = 3,4\text{ m}$)

Les bases indices N, 1 et 23 sont respectivement liées aux solides Navire, 1 et 2+3 (voir schéma cinématique figure 8)

Q6. Par fermeture géométrique dans le plan (\vec{j}_N, \vec{k}_N) , établir une relation entre $\lambda(t)$ et $\alpha(t)$.

Q7. Compléter le script Python du document réponse permettant le tracé de la loi $\lambda + a = f(\alpha)$.

Q8. Toujours pour le tracé de la loi $\lambda + a = f(\alpha)$, proposer un script Python mettant en œuvre la méthode de newton avec dérivation numérique à un pas à droite.

La figure 9 et son zoom figure 10 donnent la courbe représentative de la loi $\lambda + a = f(\alpha)$. Le domaine utile d'évolution est $[-5^\circ, 9^\circ]$.

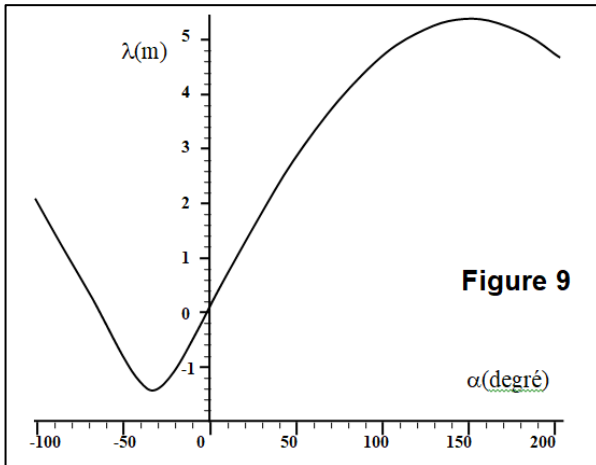


Figure 9

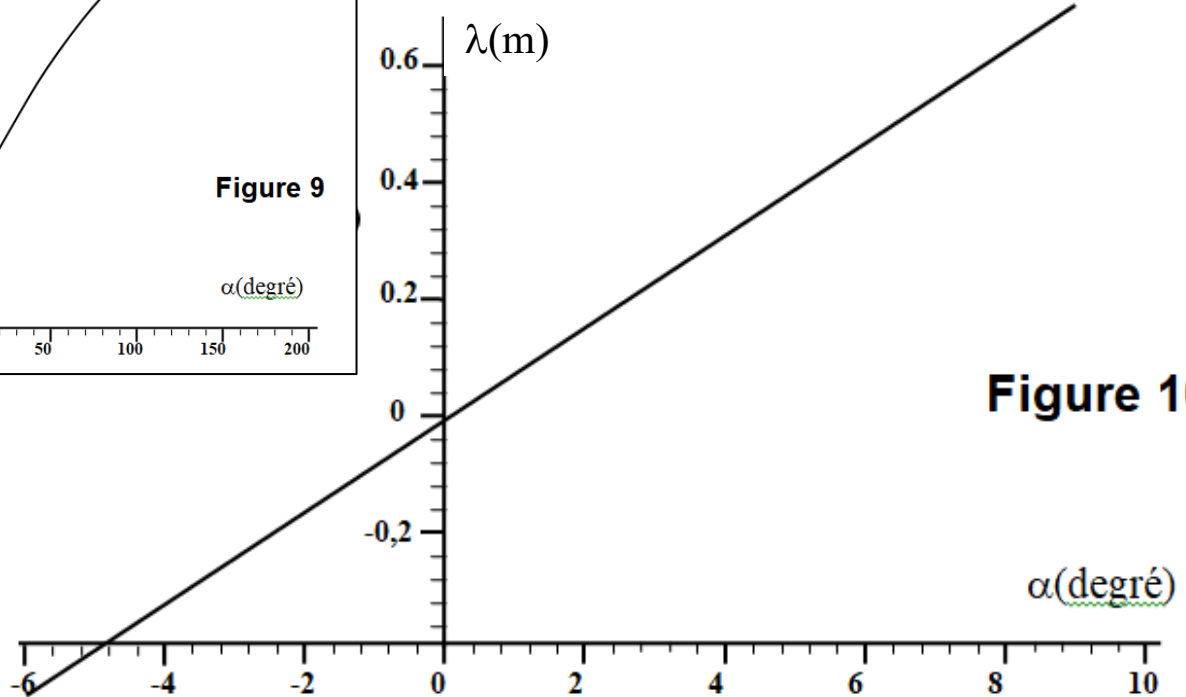


Figure 10

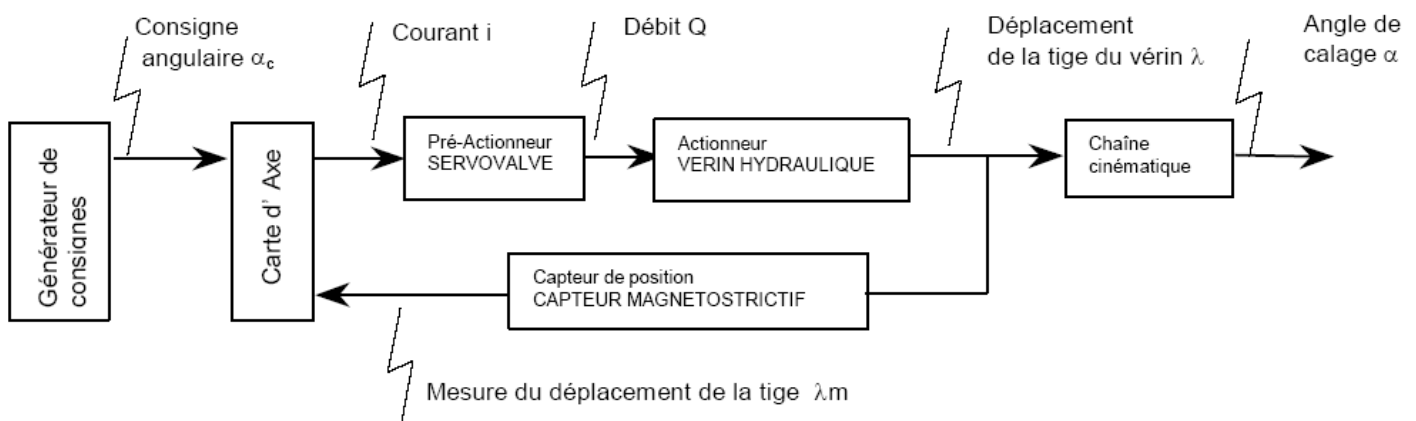
Si on considère que les solides sont parfaitement rigides et les liaisons sans jeux, la relation qui lie l'entrée $\lambda(t)$ à la sortie $\alpha(t)$ ne dépend pas du temps. En linéarisant $\lambda = f(\alpha) - a$, la fonction de transfert Laplacienne qui lie $\lambda(p)$ à $\alpha(p)$ peut alors être considérée comme un gain pur K_T

Q9. Déterminer numériquement le gain K_T (en $m / ^\circ$) de cette fonction de transfert.

III . 2. Performances dynamiques de la chaîne fonctionnelle associée au T-foil.

Objectif : Vérifier partiellement les critères du cahier des charges.

L'architecture fonctionnelle associée au T-foil répond à la structure définie ci-dessous.



Le modèle continu associé à cette chaîne est donné par le schéma-blocs de la figure 11 où apparaissent deux entrées : la consigne de position angulaire α_c et l'effort F appliqué par le T-foil sur la tige de vérin. Cet effort, résultant des actions hydrodynamiques sur l'appendice, est une perturbation pour la commande en position du T-foil.

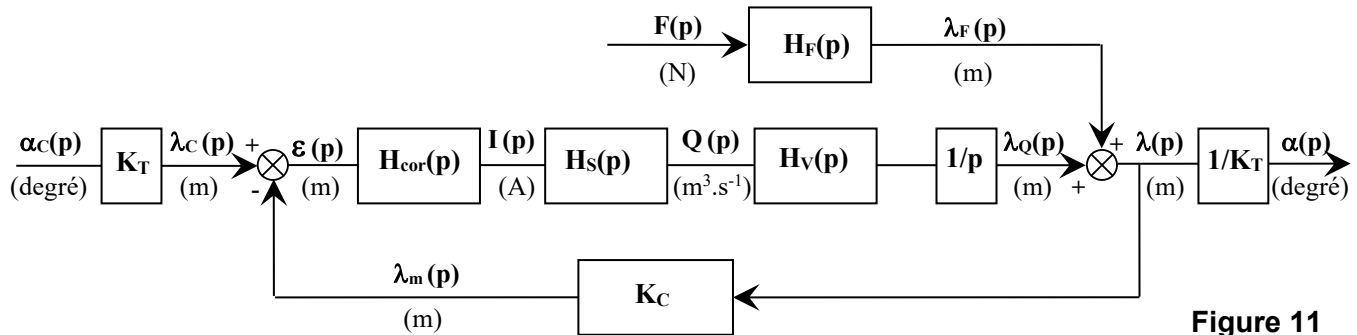


Figure 11

Q10. À partir du schéma-blocs de la figure 11, définir la nature de la grandeur de sortie du bloc $H_v(p)$. Préciser l'unité de cette sortie.

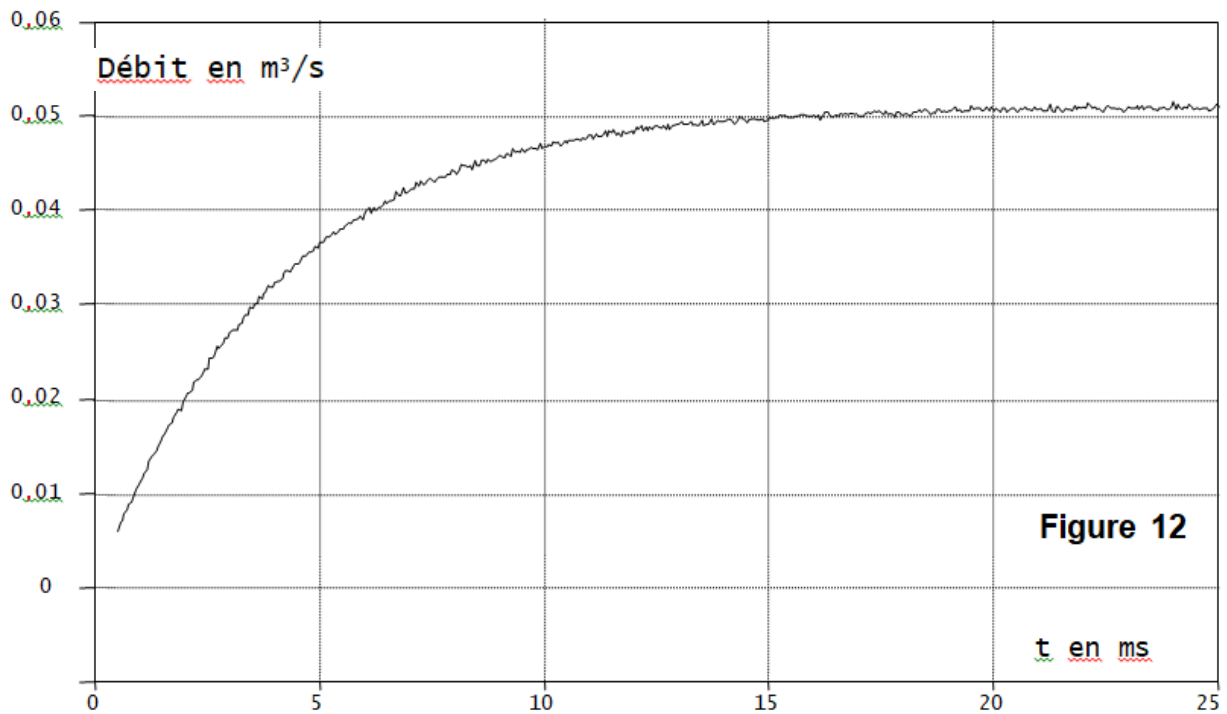
Modélisation des blocs :

Constituant	Transmittance	Données numériques
Servovalve	$H_s(p) = \frac{K_s}{1 + T_s p}$	À déterminer
Capteur	K_c	$K_c = 1$ (sans unité)
Vérin « en position »	$H_v(p) = \frac{K_v}{1 + a_v p + b_v p^2}$	$K_v = 127 \text{ m}^2$ $1 + a_v p + b_v p^2 = 1 + 3 \cdot 10^{-3} p + 10^{-4} p^2$
Vérin « en effort »	$H_F(p) = \frac{K_F}{1 + a_F p + b_F p^2}$	$K_F = 5 \cdot 10^{-8} \text{ m} \cdot \text{N}^{-1}$ $1 + a_F p + b_F p^2 = 1 + 3 \cdot 10^{-3} p + 10^{-4} p^2$
Chaîne cinématique	K_T	$K_T = 0,06 \text{ m}/^\circ$

Extrait du cahier des charges de la commande en position du T-foil :

Critère	Niveau	Critère	Niveau
Retard de traînage maximal	0,05 s	Accélération angulaire maximale, $\ddot{\alpha}_{max}$	1 rd.s⁻²
Dépassement maximum de la position visée	< 0,1%	Vitesse angulaire maximale, $\dot{\alpha}_{max}$	0,5 rd.s⁻¹
Précision de positionnement angulaire (« T-foil ») en régime permanent	0,5°		

Q11. On identifie le comportement de la servovalve à partir d'un essai expérimental. Pour cet essai, on alimente la servovalve avec un échelon de **30 mA**. Le débit obtenu en sortie est donné par la courbe de la figure 12. À l'aide de cette courbe, justifier le choix d'un modèle 1^{er} ordre et déterminer numériquement le gain statique et la constante de temps de la fonction de transfert $H_s(p)$ de la servovalve. Expliquer la démarche.



Pour que l'information de commande en position ne soit pas « filtrée » par la servovalve, on veut $f_s > 2.f_v$ où :

- f_s (en Hertz) est la borne supérieure de la bande passante de la servovalve : $f_s = \frac{1}{2\pi T_s}$ où T_s est la constante de temps de la servovalve.
- f_v (en Hertz) est la fréquence de coupure du gain du vérin piloté en position : $f_v = \frac{\omega_{0V}}{2\pi}$ où ω_{0V} est la pulsation propre de la fonction de transfert du vérin.

Q12. Déterminer les fréquences f_s et f_v . Vérifier alors que la servovalve est correctement choisie. Comment expliqueriez-vous la condition « Pour que l'information de commande en position ne soit pas « filtrée » par la servovalve » ?

Cette précaution étant prise on peut désormais modéliser la servovalve par un gain pur : $H_s(p) = K_s$.

On adopte un correcteur proportionnel : $H_{cor}(p) = K$, et on simplifie les écritures littérales en remplaçant K_c par sa valeur.

III . 3. Etude du système non perturbé.

Le schéma-blocs du système en suivi de consigne (en considérant les actions hydrodynamiques perturbatrices nulles) est alors équivalent à celui-ci.

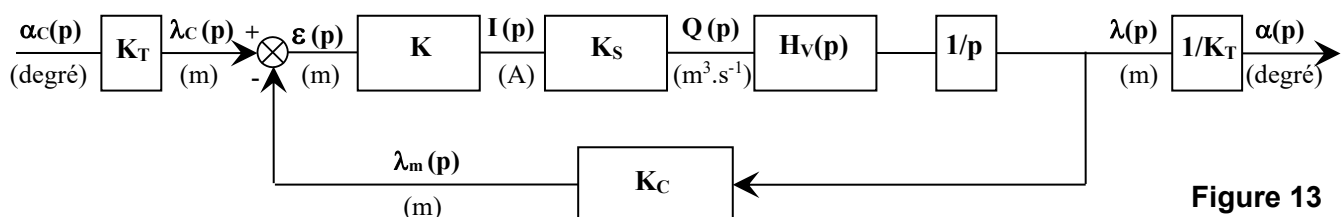


Figure 13

Q13. Justifier que le gain de conversion du bloc transformant $\alpha_c(t)$ en $\lambda_c(t)$ soit fixé à la valeur de K_T . On rappelle qu'un système est correctement asservi si l'écart $\epsilon(t)$ est nul lorsque la sortie atteint la valeur de l'entrée.

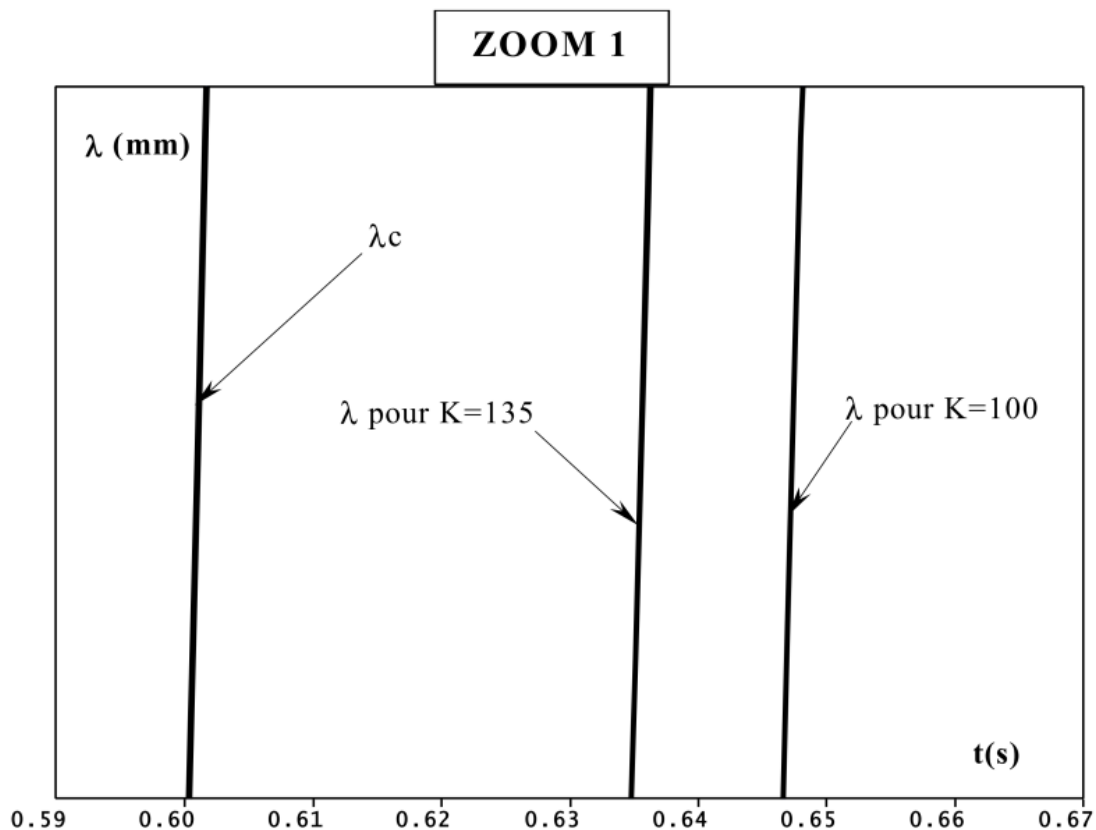
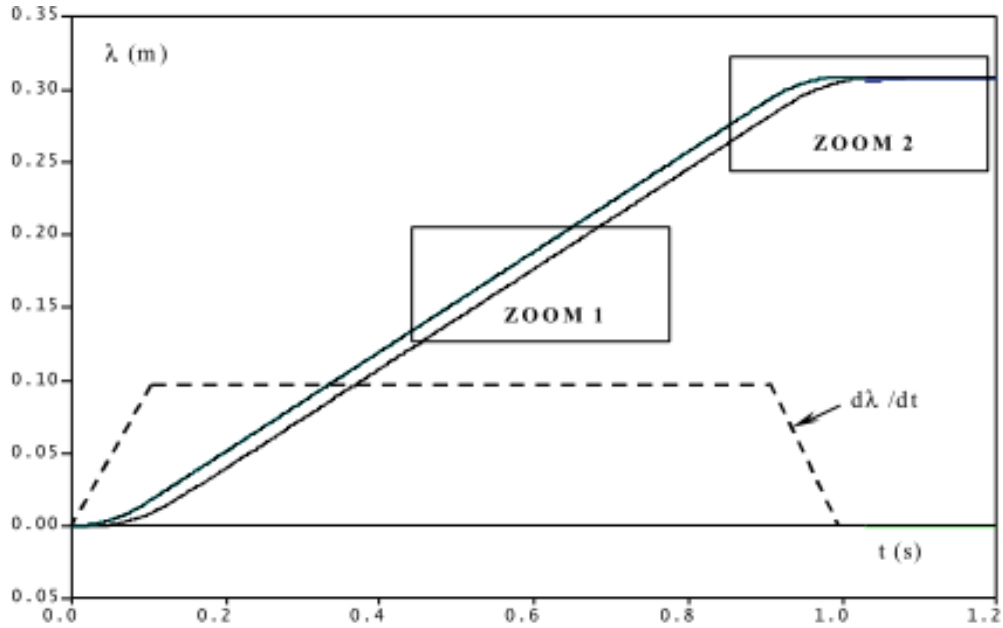
Q14. Exprimer la fonction de transfert $H(p) = \frac{\alpha(p)}{\alpha_c(p)}$ en fonction de K , K_s , K_v , a_v et b_v .

On admettra que le théorème de la valeur finale est applicable pour les questions suivantes.

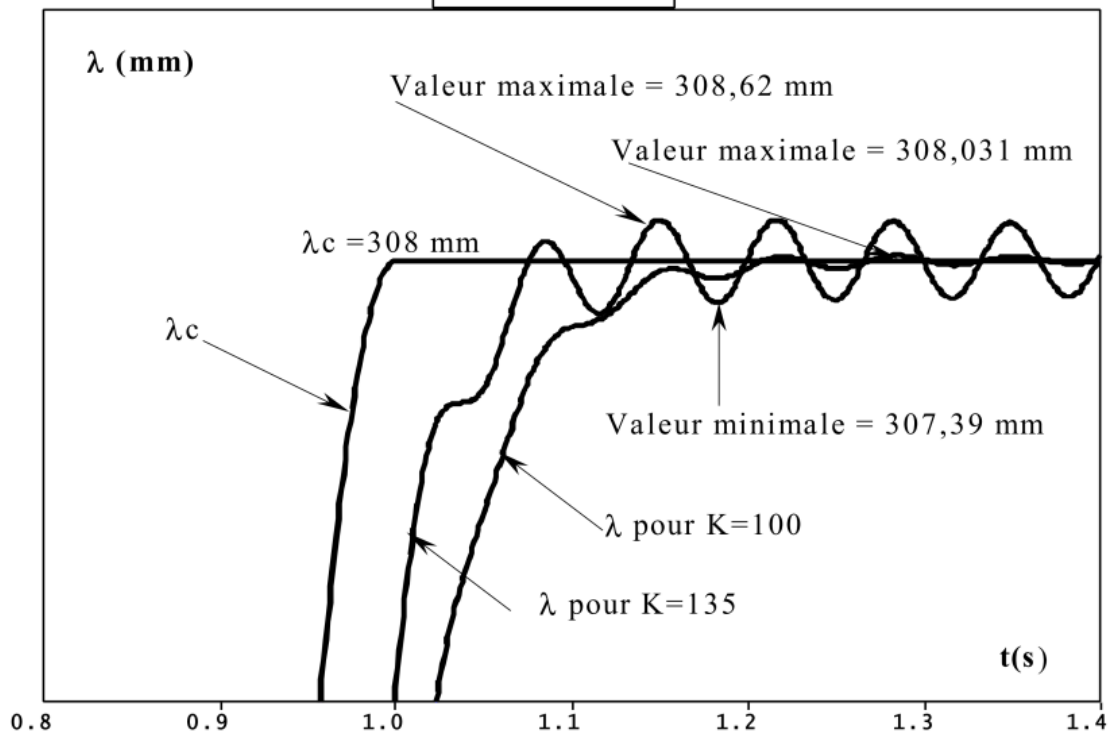
Q15. Déterminer le gain statique de $H(p)$. Si on impose une consigne angulaire en échelon unitaire, le système respectera-t-il le critère de positionnement angulaire ?

Afin que la détermination du correcteur se fasse dans des conditions proches de celles d'exploitation, la simulation est réalisée en utilisant une loi d'entrée reproduisant la loi réelle de commande de l'appendice. Cette loi de commande en position respecte une loi de conduite en vitesse, dite loi « en trapèze ». Les courbes de la figure ci-contre ainsi que celles de ses « zooms » (ci-après) donnent les lois d'évolution de la consigne λ_c , de la position λ et de la vitesse $d\lambda/dt$ pour cette loi de vitesse.

Les tracés sont donnés pour deux valeurs du gain K du correcteur : 100 et 135 mA/m.



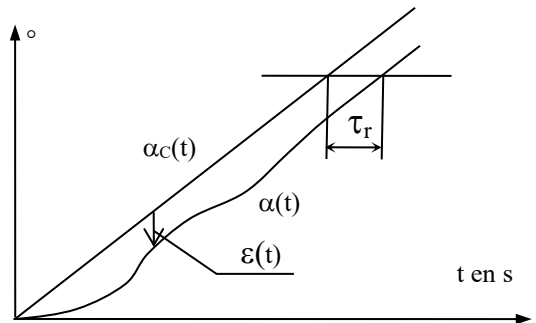
ZOOM 2



Q16. Quelle valeur de K permet de satisfaire le critère de dépassement du cahier des charges ? Justifier.

Le déplacement du vérin est commandé avec une vitesse angulaire maximale de $a = 0,5 \cdot \frac{180}{\pi} \text{°/s}$. Le retard de traînage τ_r , défini sur la figure ci-contre, ne doit pas être supérieur à 0,05 s. Pour vérifier ce critère prenons une entrée en rampe de pente $a = 0,5 \cdot \frac{180}{\pi} \text{°/s}$.

Q17.



- Donner l'expression de la transformée de Laplace de l'entrée : $\alpha_c(p)$.
- Donner alors l'expression de la transformée de Laplace de $\alpha(p)$.
- Soit l'erreur $\varepsilon(t) = \alpha_c(t) - \alpha(t)$. Exprimer la transformée de Laplace de l'erreur $\varepsilon(p)$.
- Déterminer l'erreur en régime permanent notée ε_∞ .

On remarquera que les résultats des questions **Q15** et celui de **Q17.d** nous indiquent qu'en régime permanent la droite asymptotique à $\alpha(t)$ est parallèle à la consigne en rampe $\alpha_c(t)$.

- Exprimer τ_r . Faire l'application numérique et conclure vis-à-vis du cahier des charges.

III . 4. Influence d'une perturbation.

La perturbation F est principalement due aux actions de traînée et à des fluctuations sinusoïdales liées aux mouvements du navire : $F(t) = f \cdot u(t) + \Delta f \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot u(t)$ avec $f = 20 \text{ kN}$.

La fonction (fonction d'Heaviside) $u(t)$ est définie par $u(t) = 0$ si $t < 0$ et $u(t) = 1$ si $t \geq 0$.

On limitera notre étude (jusqu'à Q21) à l'influence d'une perturbation constante.

Pour cela, on considère la consigne angulaire nulle ($\alpha_c(p) = 0$) et $\Delta f = 0$.

- Q18.** Représenter le schéma-blocs du système en régulation (entrée $F(p)$, sortie $\alpha(p)$).
- Q19.** La réponse $\lambda_F(t)$ à un échelon de perturbation en effort $F(t)$ présentera-t-elle des oscillations ? Seules les réponses rédigées seront corrigées.
- Q20.** Exprimer la fonction de transfert du système en régulation : $\frac{\alpha(p)}{F(p)}$.
- Q21.** Déterminer la valeur de α en régime permanent lorsque la perturbation est un échelon : $F(t) = f \cdot u(t)$ (f est constant). Conclure sur le critère de précision du positionnement angulaire vis-à-vis des perturbations.
- Q22. (Bonus)** Quelle sera la forme mathématique de la réponse $\alpha(t)$ si on considère une perturbation en effort sinusoïdale ($\Delta f \neq 0$) ? Répondre qualitativement.
- Q23. (Bonus)** Pour une perturbation en effort $F(t)$ de forme sinusoïdale de pulsation ω et d'amplitude Δf , donner l'expression littérale de l'amplitude de $\alpha(t)$.

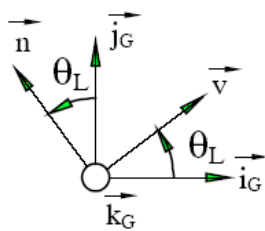
ANNEXE Problème

- Carène : surface immergée de la coque d'un navire.
 Proue : avant du navire.
 Poupe : arrière du navire.
 Bâbord : côté gauche du navire en regardant vers l'avant, la proue.
 Tribord : côté droit du navire en regardant vers l'avant.

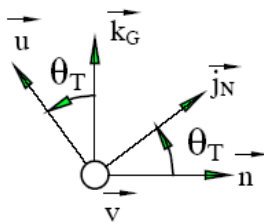
Lacet, Roulis, Tangage : mouvements de rotation autour de 3 axes orthogonaux du navire représentés par le repère $(GN; \vec{i}_N, \vec{j}_N, \vec{k}_N)$ par rapport au repère terrestre local $(GN; \vec{i}_G, \vec{j}_G, \vec{k}_G)$.



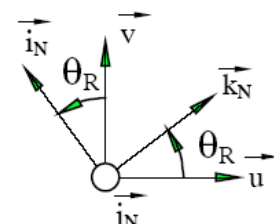
Ces rotations ainsi que les vecteurs intermédiaires \vec{u} , \vec{v} et \vec{n} sont définis par les figures de changements de base suivantes :



θ_L : Angle de Lacet



θ_T : Angle de Tangage



θ_R : Angle de Roulis

Gyromètre : capteur délivrant une tension proportionnelle à la vitesse de rotation du référentiel du capteur par rapport à un référentiel galiléen autour de la direction d'un axe.

Accéléromètre : capteur délivrant une tension proportionnelle à l'accélération d'un point du référentiel du capteur par rapport à un référentiel galiléen suivant la direction d'un axe.

ANNEXE : Transformées de Laplace

f(t)	F(p)
$f(at)$	$\frac{1}{a} F\left(\frac{p}{a}\right)$
$f(t - \tau)$	$e^{-\tau p} F(p)$
$\frac{df(t)}{dt}$	$pF(p) - f(0^+)$
$\frac{d^2 f(t)}{dt^2}$	$p^2 F(p) - pf(0^+) - f'(0^+)$
$\frac{d^n f(t)}{dt^n}$	$p^n F(p)$ avec C.I. = 0
$\int_0^t f(u) du$	$\frac{F(p)}{p}$ avec C.I. = 0
$\delta(t)$	1
$u(t)$	$\frac{1}{p}$
$\frac{t^n}{n!} \cdot u(t)$	$\frac{1}{p^{n+1}}$
$e^{-at} \cdot u(t)$	$\frac{1}{p + a}$
$t e^{-at} \cdot u(t)$	$\frac{1}{(p + a)^2}$
$\sin \omega t \cdot u(t)$	$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$
$\cos \omega t \cdot u(t)$	$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$

Théorème de la valeur initiale : (si la limite existe)

$$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{p \rightarrow \infty} p \cdot F(p)$$

Théorème de la valeur finale : (si la limite existe)

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot F(p)$$

ANNEXE

Tableau « simplifié » des liaisons normalisées

Désignation Et caractéristiques	Représentation plane	Représentation en perspective	Degrés de liberté	Exemples
Encastrement ou liaison fixe			Aucun	Assemblage par vis, goupille, soudure...
Pivot axe (O, \vec{z})	ou		1 R_z	Roue sur son axe Pivot de porte
Glissière axe (\vec{z})	ou		1 T_z	Tiroir de bureau Assemblage par cannelures ou clavette
Hélicoïdale axe (O, \vec{z})	ou		1 R_z et T_z liés	Système vis-écrou
Pivot glissant axe (O, \vec{z})	ou		2 R_z T_z	Arbre à l'intérieur d'un alésage de même diamètre
Annuel plan normale (\vec{y})			3 R_y T_x, T_z	Deux plans en contact
Rotule ou centre (O)			3 R_x, R_y, R_z	Contact suivant une portion de sphère
Rotule à doigt			2 R_x, R_y	Joint de cardan
Linéaire axe (O, \vec{z}) normale (\vec{y})			4 R_y, R_z T_x, T_z	Contact = droite Cylindre en contact avec un plan selon une génératrice
Linéaire axe (O, \vec{z})			4 R_x, R_y, R_z T_z	Sphère dans un cylindre de même diamètre
Point normale (O, \vec{z})			5 R_x, R_y, R_z T_x, T_y	Contact = point Sphère sur plan Surface de faibles dimensions