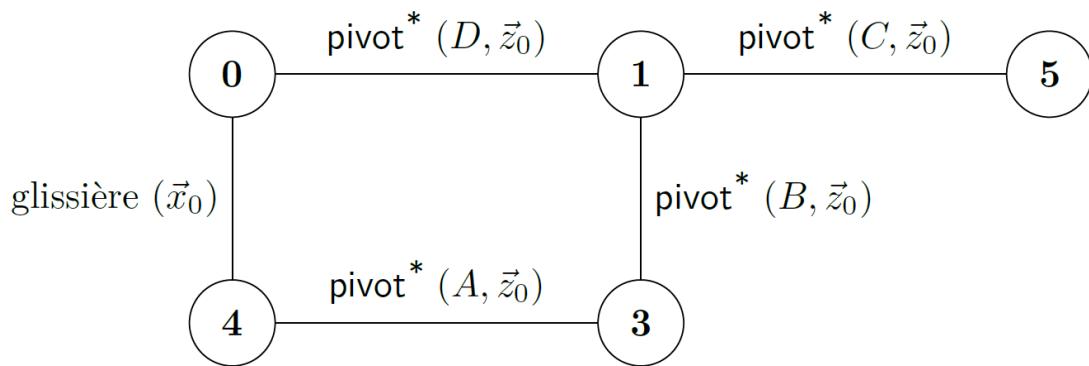
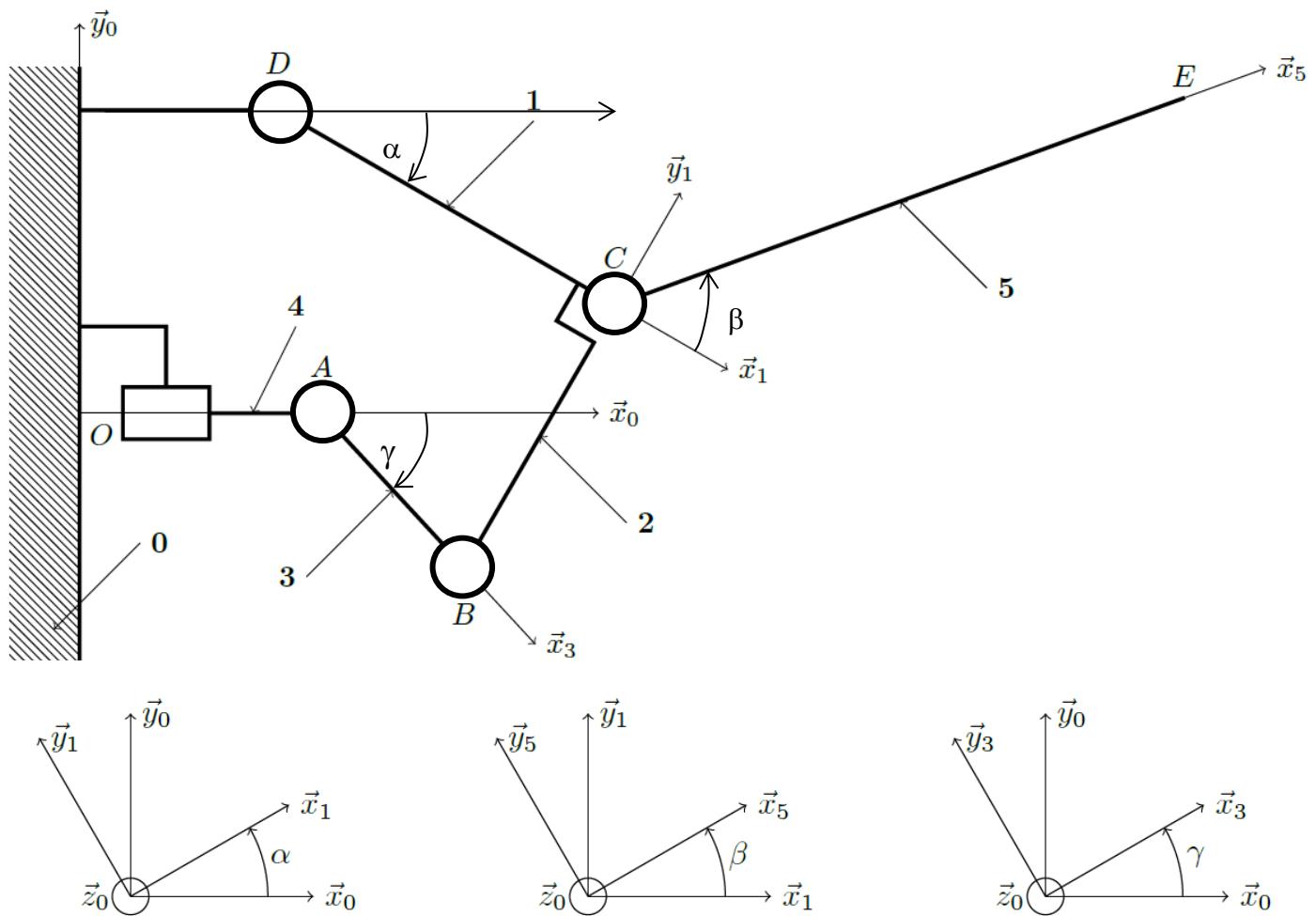


**Exercice :****Q1 :****Q2 :****Q3 :** Fermeture géométrique de la Chaîne fermée 0-1-2-3-4-0

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DO} = \vec{0} \Rightarrow \lambda \cdot \overrightarrow{x_0} + L_3 \cdot \overrightarrow{x_3} + d_1 \cdot \overrightarrow{y_1} - L_1 \cdot \overrightarrow{x_1} - a \cdot \overrightarrow{x_0} - d_1 \cdot \overrightarrow{y_0} = \vec{0}$$

D'où l'on tire après projection suivant les directions  $\overrightarrow{x_0}$  et  $\overrightarrow{y_0}$  :

$$\text{Sur } \overrightarrow{x_0} : \quad \lambda + L_3 \cdot \cos \gamma - d_1 \cdot \sin \alpha - L_1 \cos \alpha - a = 0 \quad (1)$$

$$\text{Sur } \overrightarrow{y_0} : \quad L_3 \cdot \sin \gamma + d_1 \cdot \cos \alpha - L_1 \sin \alpha - d_1 = 0 \quad (2)$$

**Q4 :** Après linéarisation, on obtient :  $\lambda + L_3 - d_1 \cdot \alpha - L_1 - a = 0 \quad (1')$ 

$$L_3 \cdot \gamma + d_1 - L_1 \cdot \alpha - d_1 = 0 \quad (2')$$

$$\left| \begin{array}{l} \lambda = L_1 + a - L_3 + d_1 \cdot \alpha \\ \gamma = \frac{L_1 \cdot \alpha}{L_3} \end{array} \right.$$

**Q5 :** Expression de  $\lambda_0$  :  $\lambda_0 = (\lambda)_{\alpha=0} = L_1 + a - L_3$  D'où le déplacement  $x_A$  :  $x_A = \lambda - \lambda_0 = d_1 \cdot \alpha$

**Q6 :** Afin de contrer un déplacement positif suivant  $\vec{y}_0$  de l'extrémité E de la tige 5, il est nécessaire de commander un déplacement négatif du solide 4 suivant  $\vec{x}_0$  donc  $x_A < 0$ .

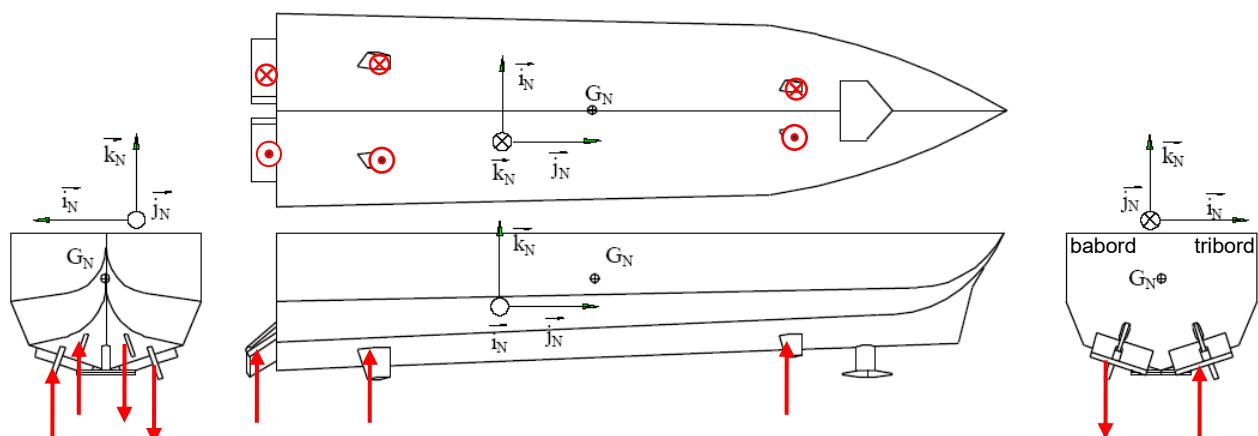
**Q7 :** Calcul de  $\alpha_{ex}$  et de  $\gamma_{ex}$  :  $\alpha_{ex} = \frac{x_{Aex}}{d_1} = -4.3 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$

**Q8 :**  $y_E = \overrightarrow{DE} \cdot \vec{y}_0 = \overrightarrow{DC} \cdot \vec{y}_0 + \overrightarrow{CE} \cdot \vec{y}_0 = L_1 \vec{x}_1 \cdot \vec{y}_0 + L_5 \vec{x}_5 \cdot \vec{y}_0 = L_1 \sin \alpha + L_5 (\cos \beta \vec{x}_1 + \sin \beta \vec{y}_1) \cdot \vec{y}_0$   
 $= L_1 \sin \alpha + L_5 (\cos \beta (\cos \alpha \vec{x}_0 + \sin \alpha \vec{y}_0) + \sin \beta (-\sin \alpha \vec{x}_0 + \cos \alpha \vec{y}_0)) \cdot \vec{y}_0$   
 $= L_1 \sin \alpha + L_5 (\cos \beta \sin \alpha + \sin \beta \cos \alpha) = L_1 \alpha + L_5 (\alpha + \beta)$

**Q9 :**  $y_{Eex} = L_1 \alpha_{ex} + L_5 (\alpha_{ex} + \beta_{ex}) = 0.06 \text{ mm} < 0.1 \text{ mm} \Rightarrow \text{CDC ok.}$

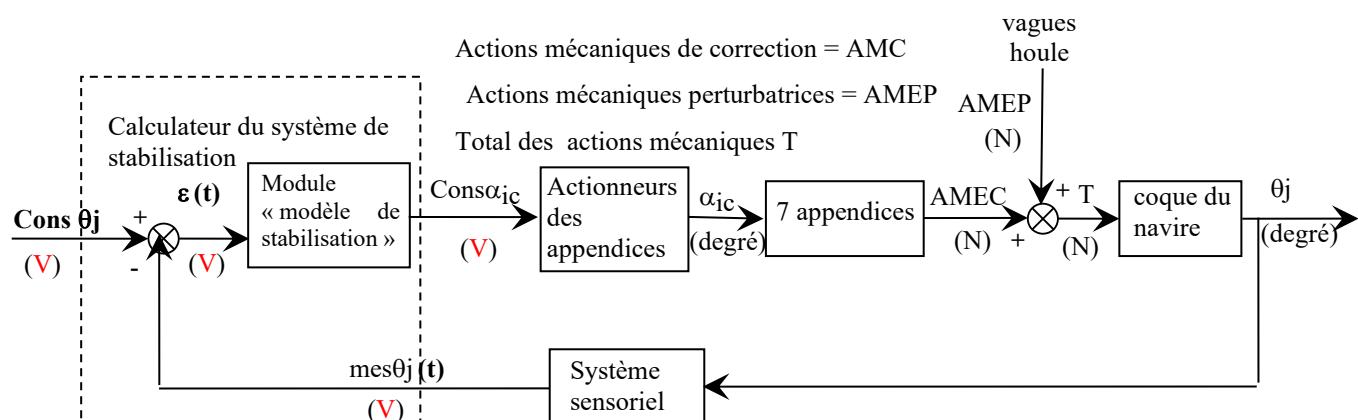
## Problème :

**Q1 :** Figure R1 Amorce d'un mouvement de Roulis d'axe ( $G_N$ ,  $\vec{j}_N$ ) dans le sens positif.



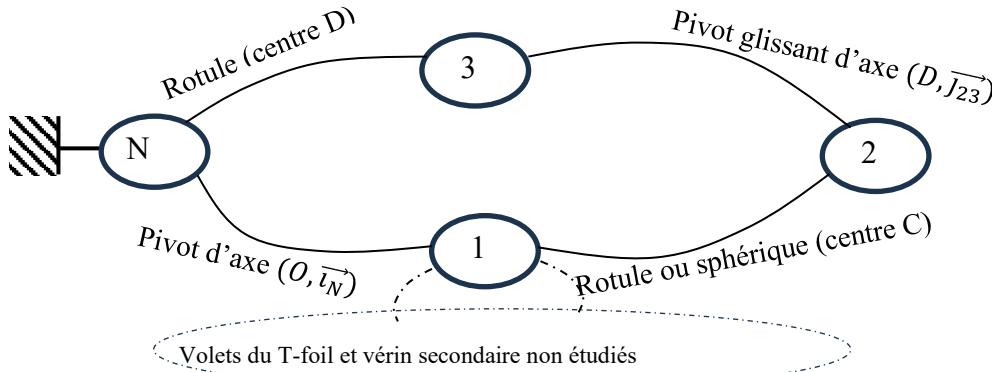
**Q2 :** Le T-foil n'a aucune influence sur le roulis. Il n'influence que le tangage.

**Q3 :**



**Q4 :** Pour assurer le confort optimal des passagers :  $\text{cons}\theta_L = \text{cons}\theta_R = \text{cons}\theta_T = 0$

**Q5 :**



**Q6 :** fermeture géométrique  $\Rightarrow \overrightarrow{OO} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$

D'où :  $L_c \vec{k}_1 + (\lambda(t) + a) \vec{j}_{23} - a \vec{j}_N - b \vec{k}_N = \vec{0}$  ce qui donne en projection dans la base N

$$\begin{aligned} L_c \cos\alpha + (\lambda(t) + a) \sin\beta - b &= 0 \Rightarrow (\lambda(t) + a) \sin\beta = b - L_c \cos\alpha \\ -L_c \sin\alpha + (\lambda(t) + a) \cos\beta - a &= 0 \Rightarrow (\lambda(t) + a) \cos\beta = a + L_c \sin\alpha \end{aligned}$$

Avec Pythagore :  $\lambda(t) + a = \sqrt{(a + L_c \sin\alpha)^2 + (b - L_c \cos\alpha)^2}$

**Q7 :**

```
from math import *
```

```
from matplotlib.pyplot import *
```

```
#déclaration des constantes
```

```
A=210
```

```
B=340
```

```
Lc=340
```

```
#définition de la fonction du Pb stationnaire f(x)=0
```

```
#x est le lambda à trouver pour chaque y (alpha variant sur 360 degrés)
```

```
def f(x,y):
```

```
    z=x-sqrt(A*A+2*A*Lc*sin(y/180.*pi)+B*B-2*B*Lc*cos(y/180.*pi)+Lc*Lc)
    return (A+z)
```

```
#recherche de x pour chaque y allant de -180 à 180 par dichotomie
```

```
lembda=[ ]
```

```
for i in range (-180,181):
```

```
    a=-600
```

```
    b=600
```

```
    c=(a+b)/2
```

```
    while abs(f(c,i))>=1e-2:
```

```
        if f(a,i)*f(c,i)<0:
```

```
            b=c
```

```
        else:
```

```
            a=c
```

```
            c=(a+b)/2
```

```
    lembda.append(c)
```

```
#affichage de la courbe lambda en fonction de alpha
```

```
alpha=[-180+i for i in range(361)]
```

```
plot(alpha,lembda)
```

```
show()
```

**Q8 :**

```
#recherche de x pour chaque y allant de -180 à 180 par newton
```

```
#fonction dérivée
```

```
def deriv(f,h,x,i):
```

```
    y=(f(x+h,i)-f(x,i))/h
```

```
    return y
```

```
#script principal
theta_d=[]
for i in range (-80,81):
    x2=0
    h=1
    while abs(f(x2,i))>=1e-4:
        x2=x2-f(x2,i)/deriv(f,h,x2,i)
    theta_d.append(x2)
```

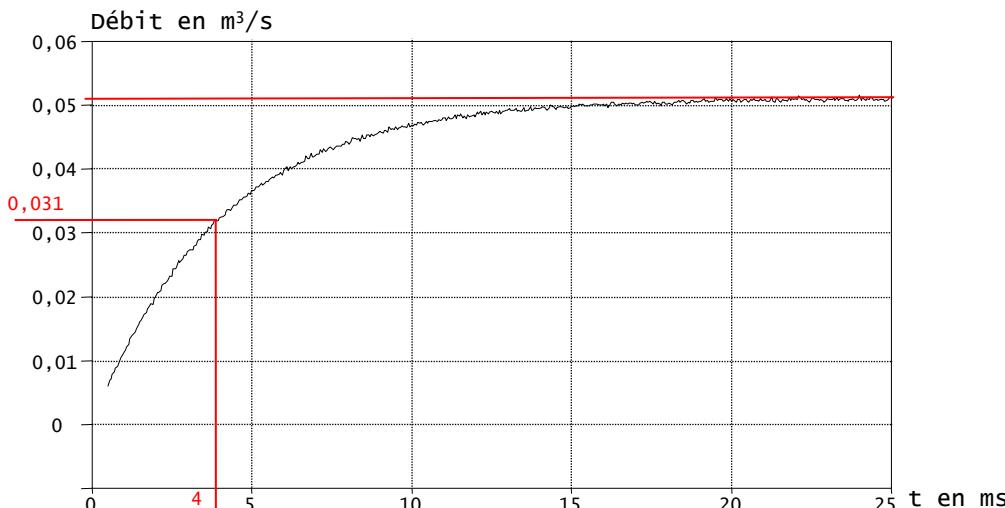
**Q9 :**  $K_T = (0.6 - (-0.4)) / (7.6 - (-4.8)) \approx 0,06 \text{ m.deg}^{-1}$

**Q10 :** C'est une vitesse en  $\text{m.s}^{-1}$ . C'est à dire la vitesse de déplacement de la tige du vérin. Elle est intégrée ensuite ( bloc «  $1/p$  ») pour donner une position.

**Q11 :** C'est la réponse indicielle d'un premier ordre : courbe « en  $(1-e(t/\tau))$  » sans pseudo oscillation. On ne parle pas de la tangente à l'origine (pas de points au départ de la mesure). Même si sa pente est nulle, donc 2<sup>me</sup> ordre, cela traduirait une FT s'écrivant comme un produit de deux 1<sup>er</sup> ordre avec des constances de temps très éloignées numériquement parlant. On choisit donc un modèle plus simple 1<sup>er</sup> ordre.

Gain statique =  $V.A./V.E. = 0,05 / 0,03 = 1,67 \text{ m}^3.\text{s}^{-1}.\text{A}^{-1}$ .

Constante de temps =  $4.10^{-3} \text{ s}$  (abscisse pour une ordonnée à  $0,63*V.A \approx 0,031$ )



**Q9 :**  $f_s = 1/(2\pi T_s) = 1/(2\pi 4.10^{-3}) = 40 \text{ Hz}$ .

$$f_V = \frac{\omega_0 V}{2\pi} = 100/2\pi = 15,9 \text{ Hz} \Rightarrow f_s = 40 \text{ Hz} > 2 \cdot 15,9 = 2 \cdot f_V$$

La servovalve est donc correctement choisie.

**Q12 :** Si  $f_s$  petite (condition sur les fréquences non respectée) alors  $T_s$  grande, donc la servovalve aura un temps de réponse important qui ralentira l'ensemble servovalve + vérin. C'est le sens de « filtrer ». Il ne faut pas que la réactivité de la servovalve ( $T_s$  grand) nuise à la réactivité intrinsèque du vérin. On parle de filtrage dans le cas d'une étude fréquentielle. La servovalve filtre les signaux à haute fréquence (donc à variation rapide) si  $T_s$  grand. Dans ce cas sa bande passante (voir cours de physique) sera petite. C'est ce qu'il faut éviter. Les éléments servovalve et vérin peuvent être considérés comme des « filtres » passe bas (ils restituent les signaux d'entrée s'ils sont à basses fréquences). Ils ne réagiront pas à des signaux d'entrée à hautes fréquences.

**Q13 :** on exprime  $\varepsilon(p) = \lambda_c(p) - \lambda_m(p) = K_T \alpha_c(p) - K_C \lambda(p) = K_T \alpha_c(p) - K_C K_T \alpha(p) = 0$  si  $\alpha(p) = \alpha_c(p)$ .

Correctement asservi.

**Q14 :**  $H(p) = \frac{\frac{K.Ks.Kv}{(1+a_V p+b_V p^2).p}}{1+\frac{K.Ks.Kv}{(1+a_V p+b_V p^2).p}} = \frac{K.Ks.Kv}{(1+a_V p+b_V p^2).p+K.Ks.Kv}$

**Q15 :** Ce critère impose une erreur maximum de  $0,5^\circ$  en régime permanent.

Le gain statique de  $H(p)$  vaut  $K \cdot K_s \cdot K_v / K \cdot K_s \cdot K_v = 1$  donc la précision est parfaite (erreur statique nulle).

Le système de fonction de transfert  $H(p)$  respecte donc très bien le critère de positionnement angulaire

**Q16 :** D'après le cahier des charges, le dépassement maximum de la position visée doit être inférieur à 0,1%.

Le gain statique valant 1, la valeur asymptotique de la sortie est égale à la consigne : 308 mm

Pour  $K = 100$  le dépassement est  $\frac{308,031 - 308}{308} = 1.10^{-4}$ . Soit 0,01 %

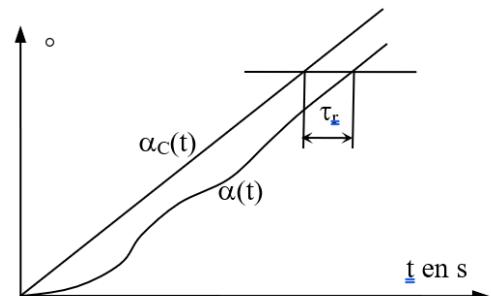
Pour  $K = 135$  le dépassement est  $\frac{308,62 - 308}{308} = 2.10^{-3}$ . Soit 0,2 % donc  $K = 100$  permet de satisfaire ce critère.

**Q17 : a.**  $\alpha_C(t) = a \cdot t \cdot u(t)$  donc  $\alpha_C(p) = a / p^2$

b.  $\alpha(p) = H(p) \cdot \alpha_C(p) = \boxed{\frac{K \cdot K_s \cdot K_v \cdot a}{((1 + a_V p + b_V p^2)p + K \cdot K_s \cdot K_v)p^2}}$

c.  $\varepsilon(t) = (\alpha_C(t) - \alpha(t))$

$$\varepsilon(p) = \frac{a}{p^2} - \frac{K \cdot K_s \cdot K_v \cdot a}{((1 + a_V p + b_V p^2)p + K \cdot K_s \cdot K_v)p^2}$$



d. Pour  $t$  tendant vers l'infini :  $\lim_{t \rightarrow \infty} (\alpha_C(t) - \alpha(t)) =$

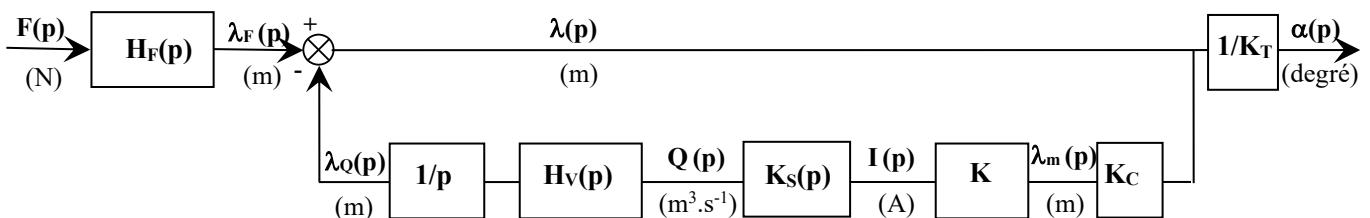
$$\lim_{p \rightarrow 0} \left( p \left[ \frac{a}{p^2} - \frac{K \cdot K_s \cdot K_v \cdot a}{((1 + a_V p + b_V p^2)p + K \cdot K_s \cdot K_v)p^2} \right] \right) =$$

$$\lim_{p \rightarrow 0} \left[ \frac{a}{p} - \frac{K \cdot K_s \cdot K_v \cdot a}{((1 + a_V p + b_V p^2)p + K \cdot K_s \cdot K_v)p} \right] = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{a}{p} \left[ \frac{(1 + a_V p + b_V p^2)p + K \cdot K_s \cdot K_v - K \cdot K_s \cdot K_v \cdot a}{((1 + a_V p + b_V p^2)p + K \cdot K_s \cdot K_v)p} \right] =$$

$$\lim_{p \rightarrow 0} a \left[ \frac{(1 + a_V p + b_V p^2)}{((1 + a_V p + b_V p^2)p + K \cdot K_s \cdot K_v)} \right] = \left[ \frac{a}{K \cdot K_s \cdot K_v} \right]$$

e.  $\tau_r = \frac{\varepsilon_\infty}{a} = \left[ \frac{1}{0,1 \cdot 1,67 \cdot 127} \right] = 47.10^{-3} \text{ s tout juste inférieur à } 0,05 \text{ s. Le critère est tout juste respecté.}$

**Q18 :**



**Q19 :** Comme  $H_F(p) = \frac{K_F}{1 + a_F p + b_F p^2}$  avec  $K_F = 5 \cdot 10^{-8} \text{ m.N}^{-1}$  et  $1 + a_F p + b_F p^2 = 1 + 3 \cdot 10^{-3} p + 10^{-4} p^2$  alors  $\omega_0 F$  vaut 100 rad.s-1 et donc le coeff d'amortissement  $z = 0,5 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \cdot \omega_0 F = 0,5 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \cdot 100 = 0,15$ . Ce facteur d'amortissement est faible et surtout bien inférieur à 1 :  $\lambda_F(t)$  présentera donc des oscillations fortes

$$\begin{aligned}
 \text{Q20 : } \frac{\alpha(p)}{F(p)} &= \frac{\frac{K_F}{(1+a_F.p+b_F.p^2).K_T} \cdot \frac{1}{K_T}}{1 + \frac{K.Ks.Kv}{(1+a_V.p+b_V.p^2).p}} = \frac{\frac{(1+a_V.p+b_V.p^2).p.K_F}{(1+a_F.p+b_F.p^2).K_T} \cdot \frac{1}{K_T}}{(1+a_V.p+b_V.p^2).p + K.Ks.Kv} \\
 &= \frac{\frac{p.K_F}{K_T}}{(1+a_V.p+b_V.p^2).p + K.Ks.Kv} = \frac{K_F}{K_T} \frac{p}{(1+a_V.p+b_V.p^2).p + K.Ks.Kv}
 \end{aligned}$$

**Q21 :** Si  $F(t) = f \cdot u(t) + \Delta f \cdot \sin(\omega.t) \cdot u(t)$  et  $\Delta f = 0$  alors  $F(t) = f \cdot u(t)$ . et  $F(p) = f / p$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\alpha(t)) = \lim_{p \rightarrow 0} (p \cdot \frac{K_F}{K_T} \frac{p}{(1+a_V.p+b_V.p^2).p + K.Ks.Kv} \cdot \frac{f}{p}) = \lim_{p \rightarrow 0} (\frac{f \cdot K_F}{K_T} \frac{p}{(1+a_V.p+b_V.p^2).p + K.Ks.Kv}) = 0.$$

Conclusion : les effets d'une perturbation en échelon (constante) sont nuls. Critère du CDC validé.

**Q22 :** La fonction de transfert du système en régulation est d'ordre 3. Elle traduit temporellement une équation différentielle linéaire à coefficients constants d'ordre 3 reliant  $\alpha(t)$  à  $F(t)$ . La solution particulière de l'équation complète sera nécessairement sinusoïdale puisque les dérivées successives d'une sinusoïde donnent des sinusoïdes (déphasées). Le système étant stable, la solution générale de l'équation homogène va tendre vers 0 (régime transitoire). Restera donc en régime permanent une forme sinusoïdale.

**Q23 :** Notion de gain en étude fréquentielle : L'amplitude de  $\alpha(t)$  sera celle de  $F(t)$  multipliée par le module de la fonction de transfert à la pulsation  $\omega$ . Donc :  $\Delta f * \left| \frac{\alpha(j\omega)}{F(j\omega)} \right| = \Delta f \frac{K_F}{K_T} \frac{\omega}{\sqrt{(\omega - b_V \omega^3)^2 + (K.Ks.Kv - a_V \omega^2)^2}}$