

Problème :

Q1 : $\Delta E_c = E_c(T) - E_c(0) = 0 - \frac{1}{2} \cdot M \cdot V_a^2 = \frac{400 \cdot 10^3 \cdot 260^2 \cdot 10^6}{2 \cdot 60^4} = 1 \cdot 10^9 \text{ Joules}$

Q2 : $A_0 = -f \cdot g$

$$A_1 = -\frac{1}{2M} \cdot \rho \cdot S \cdot C_x$$

A_1 en m^{-1} car $A_1 \cdot v(t)^2$ en m s^{-2} . Puisque C_x sans dimension, on obtient S en m^2

Il s'agit de la surface projetée de l'avion.

Q3 :

ligne 13 : `while v > 0 :`

ligne 15 : `x.append(x[-1]+pas*v)`

ligne 14 : `v = v+pas*FI(v)`

ligne 16 : `Wa.append(Wa[-1]+pas*A1*M*v**3)`

Q4 : Sur la courbe proposée, on a bien un travail des forces de frottement sol/piste proportionnel au déplacement.

$$W_f(x) = -f \cdot M g \int_0^t v(u) \cdot du = -f \cdot M g \cdot x(t)$$

Remarques : Comme on est en phase de décélération, le travail des forces de frottement est censé être négatif, alors que sur la courbe proposée il est positif. Il en va de même pour le travail de l'action de l'air.

Q5 : Sans inverseur de poussée, sur piste sèche (figure 6.a), on trouve le même ordre de grandeur de distance d'arrêt que la simulation numérique (fig 5). Le coefficient de frottement entre les roues et le sol utilisé dans la simulation doit être celui pour une piste sèche.

	Sans inverseur		Avec inverseur	
	Distance d'arrêt	Validation	Distance d'arrêt	Validation
Piste sèche	$\approx 750 \text{ m}$	oui	$\approx 750 \text{ m}$	oui
Piste glacée	$\approx 3900 \text{ m}$	non	$\approx 1100 \text{ m}$	oui

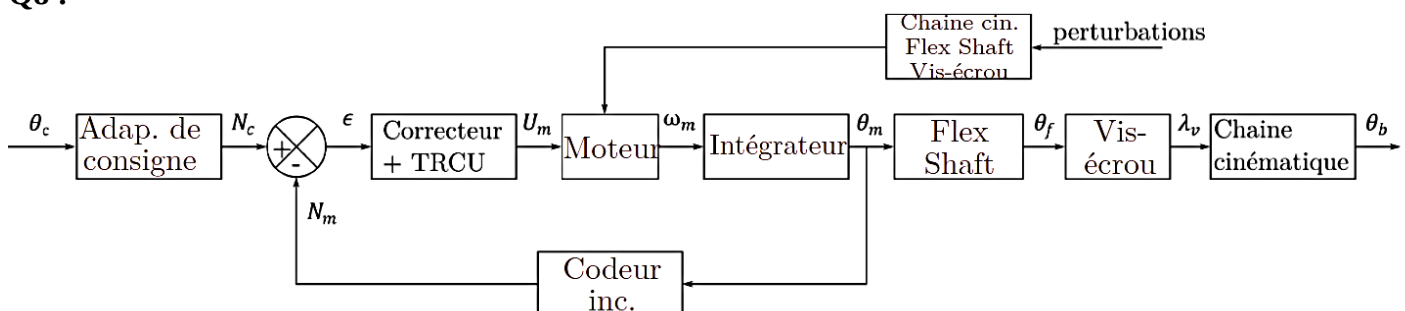
Q6 :

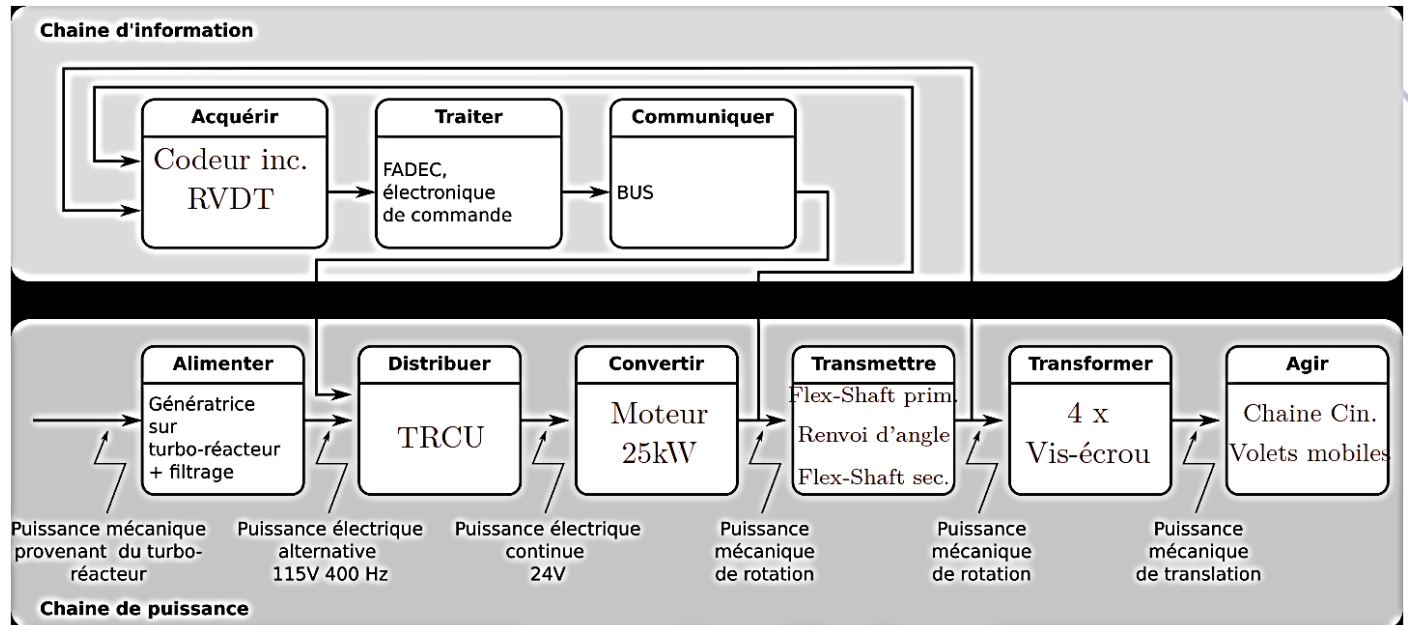
	Influence de l'inverseur de poussée
Piste sèche	Dissipation d'une partie de la puissance aerodynamique (environ la moitié).
Piste glacée	Dissipation de deux tiers de la puissance aérodynamique et de la moitié de la puissance de freinage.

Intéret :
 • Sur piste sèche, peu d'intérêt.
 • Sur piste glacée, réduction par 3 de la distance d'arrêt. Réduction de l'usure des freins.

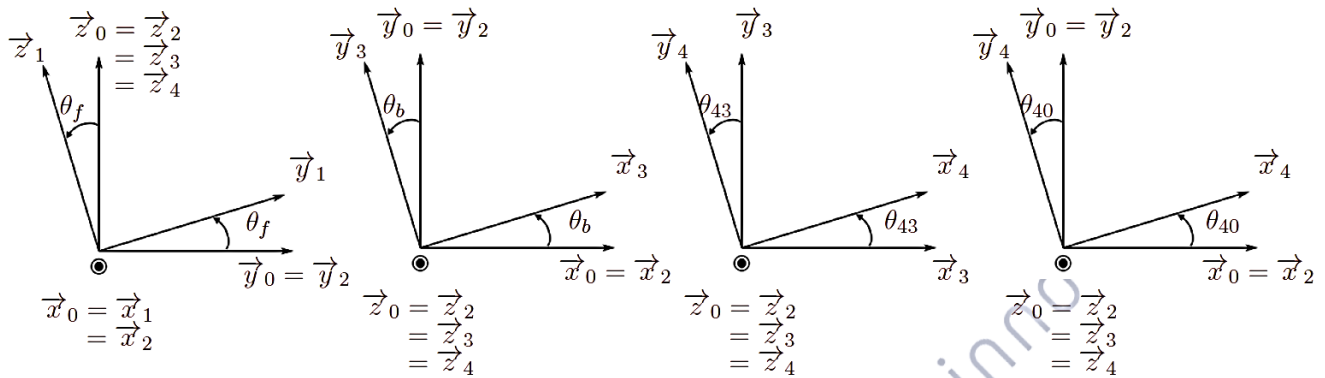
Q7 : voir après

Q8 :





Q9 :



Q10 :

Par fermeture géométrique, on a :

$$\overrightarrow{O_1O_2} + \overrightarrow{O_2O_3} + \overrightarrow{O_3O_4} + \overrightarrow{O_4O_1} = \vec{0}$$

$$\lambda(t) \vec{x}_0 + L_3 \vec{x}_3 + L_4 \vec{y}_4 - L \vec{x}_0 - H \vec{y}_0 = \vec{0}$$

Ce qui permet d'aboutir, par projections suivant $\vec{x}_0$ et $\vec{y}_0$, au système d'équations suivant :

$$\begin{cases} / \vec{x}_0 : & \lambda(t) + L_3 \cdot \cos(\theta_b(t)) - L_4 \sin(\theta_{40}(t)) - L = 0 \\ / \vec{y}_0 : & L_3 \cdot \sin(\theta_b(t)) + L_4 \cos(\theta_{40}(t)) - H = 0 \end{cases}$$

En isolant les termes en θ_{40} , et en ajoutant les deux équations après les avoir élevées au carré, on obtient :

$$L_4^2 = [\lambda(t) + L_3 \cdot \cos(\theta_b(t)) - L]^2 + [L_3 \cdot \sin(\theta_b(t)) - H]^2$$

Ce qui amène enfin à :

$$\lambda(t) = \sqrt{L_4^2 - [L_3 \cdot \sin(\theta_b(t)) - H]^2} - L_3 \cdot \cos(\theta_b(t)) + L$$

Q11 :

Sur la Figure 9, pour $\theta_b \in [5^\circ; 85^\circ]$, on a :

$$\lambda_{min} \approx 250 \text{ mm} \quad \text{et} \quad \lambda_{max} \approx 790 \text{ mm}$$

Ainsi, on a :

$$C = \lambda_{max} - \lambda_{min} \approx 540 \text{ mm}$$

On trouve une valeur de course qui est supérieure à 50 cm. L'exigence id 1.2.2 est vérifiée.

Q12 :Justification :

La régression univariée est ici préférable à la linéarisation autour d'un point de fonctionnement car la variable explicative d'entrée varie sur une grande plage de valeurs.

Une régression linéaire univariée serait ici parfaitement cohérente si $\frac{d\lambda_i}{d\theta_{bi}} \approx \text{constante}$ sur toute la plage de variation de θ_{bi} considérée. Ce n'est pas le cas pour $\theta_b \in [5^\circ; 30^\circ]$.

Ligne 22 : `model_linreg.fit(X_train,Y.reshape((-1,1)))`

ligne 24 : `a = model_linreg.coef_`

ligne 25 : `b = model_linreg.intercept_`

Q13 :

La régression linéaire donne :

- pour $\theta_{bi} = 20^\circ$, $\lambda_{i,min} = 400 \text{ mm}$;
- pour $\theta_{bi} = 70^\circ$, $\lambda_{i,max} = 700 \text{ mm}$.

Ainsi :

$$\frac{\omega_b}{V_{20}} = \frac{\Delta\theta_{bi}}{\Delta\lambda} = \frac{70 - 20}{700 - 400} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6} \approx 0,17^\circ \cdot \text{mm}^{-1} \quad \text{et donc} \quad K_{cc} \approx 1,05 \cdot 10^{-3} \text{ rad} \cdot \text{m}^{-1}$$

Q14 :

Le fonctionnement défini donne un besoin d'ouverture de $\Delta\theta_b = 80^\circ \approx 12,7 \text{ rad}$ pour les volets.

Ainsi, il est nécessaire d'avoir une course de la pièce 2 de $\Delta\lambda = \frac{\Delta\theta_b}{K_{cc}} = 6 \cdot 80 = 480 \text{ mm}$.

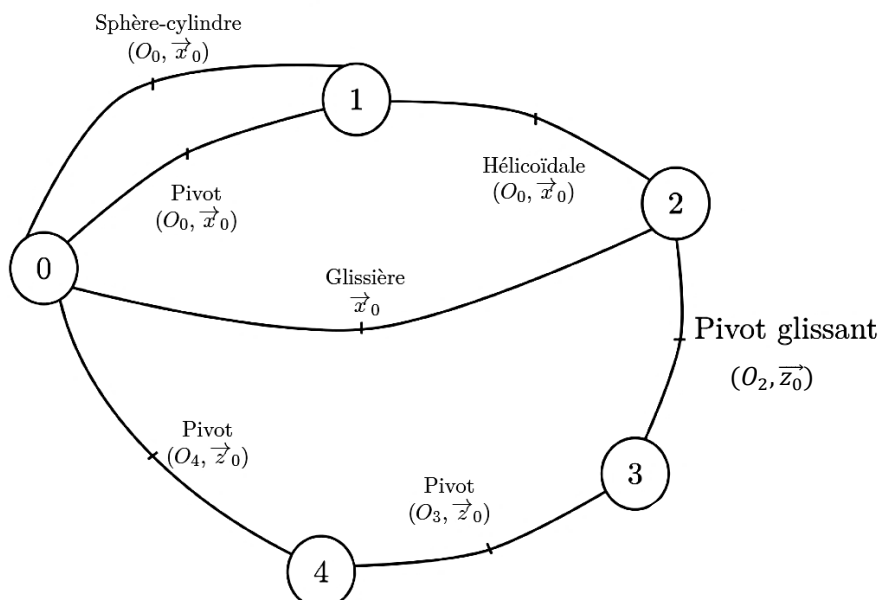
Comme la vis possède un pas valant $p = 8 \text{ mm} \cdot \text{tr}^{-1}$, on aboutit à un nombre de tours nécessaire pour la vis 1 pour obtenir l'ouverture désirée des volets de :

$$\Delta N_{\text{tours}} = \frac{\Delta\theta_b}{K_{cc} \cdot p} = \frac{480}{8} = 60 \text{ tr}$$

Or, à vitesse constante, on a :

$$t_{\text{ouverture}} = \frac{\Delta N_{\text{tours}}}{N_m} = \frac{\Delta\theta_b}{K_{cc} \cdot p \cdot N_m} = \frac{60}{2000} = 0,03 \text{ min} \quad \text{et donc} \quad t_{\text{ouverture}} = \frac{60 \cdot \Delta\theta_b}{K_{cc} \cdot p \cdot N_m} = 1,8 \text{ s}$$

L'exigence id='1.1.1' fixe une nécessité d'inversion de poussée, c'est à dire une ouverture complète des volets, en moins de 3 s. Le temps d'ouverture est bien inférieur à 3 s, l'exigence id='1.1.1' est donc validée.

Q15 :

Q16 : liaison hélicoïdale de pas à droite p. Donc $V_{21} = \frac{p}{2\pi} \cdot \omega_{21}$ (si on bloque la vis 1, en tournant l'écrou 2 dans le sens positif, la translation est positive).

Vis bloquée en translation : $V_{10} = 0 \Rightarrow V_{20} = V_{21} + V_{10} = V_{21}$

Ecrou bloqué en rotation : $\omega_{20} = 0 \Rightarrow \omega_{21} = \omega_{20} + \omega_{01} = -\omega_{10} = -\dot{\theta}_f$

D'où $V_{20} = -\frac{p}{2\pi} \dot{\theta}_f$. Comme $\omega_b = K_{cc} \cdot V_{20} = \dot{\theta}_b$ cela donne $\dot{\theta}_b = -K_{cc} \frac{p}{2\pi} \dot{\theta}_f$

Q17 :

$$\begin{aligned} V_{1/0} &= \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}_{1/0} \\ \vec{V}(O_0, 1/0) \end{array} \right\}_{O_0} = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\theta}_f \vec{x}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{O_0} & V_{2/1} &= \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}_{2/1} \\ \vec{V}(O_2, 2/1) \end{array} \right\}_{O_2} = \left\{ \begin{array}{c} -\dot{\theta}_f \vec{x}_0 \\ -\frac{p}{2\pi} \dot{\theta}_f \vec{x}_0 \end{array} \right\}_{O_2} \\ V_{2/0} &= \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}_{2/0} \\ \vec{V}(O_2, 2/0) \end{array} \right\}_{O_2} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ -\frac{p}{2\pi} \dot{\theta}_f \vec{x}_0 \end{array} \right\}_{O_2} & V_{3/2} &= \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}_{3/2} \\ \vec{V}(O_2, 3/2) \end{array} \right\}_{O_2} = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\theta}_b \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{O_2} = \left\{ \begin{array}{c} -K_{cc} \frac{p}{2\pi} \dot{\theta}_f \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{O_2} \\ V_{3/0} &= \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}_{3/0} \\ \vec{V}(G_3, 3/0) \end{array} \right\}_{G_3} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}_{3/2} \\ \vec{V}(G_3, 3/2) \end{array} \right\}_{G_3} + \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}_{2/0} \\ \vec{V}(G_3, 2/0) \end{array} \right\}_{G_3} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}_{3/2} \\ \vec{G}_3 \vec{O}_2 \wedge \vec{\Omega}_{3/2} \end{array} \right\}_{G_3} + \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ \vec{V}(O_2, 2/0) \end{array} \right\}_{G_3} \\ V_{3/0} &= \left\{ \begin{array}{c} -K_{cc} \frac{p}{2\pi} \dot{\theta}_f \vec{z}_0 \\ -K_{cc} \frac{L_3}{2} \frac{p}{2\pi} \dot{\theta}_f \vec{y}_3 - \frac{p}{2\pi} \dot{\theta}_f \vec{x}_0 \end{array} \right\}_{G_3} = \left\{ \begin{array}{c} -K_{cc} \frac{p}{2\pi} \dot{\theta}_f \vec{z}_0 \\ -K_{cc} \frac{L_3}{2} \frac{p}{2\pi} \dot{\theta}_f \vec{y}_3 - \frac{p}{2\pi} \dot{\theta}_f \vec{x}_0 \end{array} \right\}_{G_3} \end{aligned}$$

Exercice :

Q1 : Quand la trajectoire du fauteuil est une droite le rayon de courbure est infini : $\rho \rightarrow +\infty$ et $\omega_g = \omega_d$

Quand le fauteuil tourne autour de l'axe $(O_f, \vec{z}_0)$, il pivote sur lui-même, le rayon de courbure est nul : $\rho = 0$ et $\omega_g = -\omega_d$

Q2 : Quand le fauteuil tourne autour de l'axe $(O_g, \vec{z}_0)$, il pivote sur sa roue gauche et O_f parcourt un cercle de rayon a autour de O_g , le rayon de courbure est nul : $\rho = \frac{a}{2}$ et $\omega_g = 0$

Q3a : Roulement sans glissement en Ig : $\vec{V}(Ig, Rg/R_0) = \vec{0}$

$$\vec{V}(O_f, Rf/R_0) = \underbrace{\vec{V}(O_f, Rf/Rg)}_{\vec{0} \text{ car } O_f \in (Og, \vec{y}_f)} + \vec{V}(O_f, Rg/R_0) = \underbrace{\vec{V}(Ig, Rg/R_0)}_{\vec{0}} + \overrightarrow{O_f Ig} \wedge \vec{\Omega}(Rg/R_0)$$

$$\text{Avec } \vec{\Omega}(Rg/R_0) = \vec{\Omega}(Rg/R_f) + \vec{\Omega}(Rf/R_0) = \omega_g \vec{y}_f + \dot{\beta} \vec{z}_f$$

$$\vec{V}(O_f, Rf/R_0) = \left(\frac{a}{2} \vec{y}_f - R \vec{z}_f \right) \wedge \left(\omega_g \vec{y}_f + \dot{\beta} \vec{z}_f \right) = \frac{a}{2} \vec{y}_f \wedge \dot{\beta} \vec{z}_f - R \vec{z}_f \wedge \omega_g \vec{y}_f = \left(\frac{a}{2} \dot{\beta} + R \omega_g \right) \vec{x}_f$$

Q3b : Roulement sans glissement en Id : $\vec{V}(Id, Rd/R_0) = \vec{0}$

$$\vec{V}(O_f, Rf/R_0) = \underbrace{\vec{V}(O_f, Rf/Rd)}_{\vec{0} \text{ car } O_f \in (Od, \vec{y}_f)} + \vec{V}(O_f, Rd/R_0) = \underbrace{\vec{V}(Id, Rd/R_0)}_{\vec{0}} + \overrightarrow{O_f Id} \wedge \vec{\Omega}(Rd/R_0)$$

$$\vec{\Omega}(Rd/R_0) = \vec{\Omega}(Rd/R_f) + \vec{\Omega}(Rf/R_0) = \omega_d \vec{y}_f + \dot{\beta} \vec{z}_f$$

$$\vec{V}(O_f, Rf/R_0) = \left(-\frac{a}{2} \vec{y}_f - R \vec{z}_f \right) \wedge \left(\omega_d \vec{y}_f + \dot{\beta} \vec{z}_f \right) = \left(-\frac{a}{2} \dot{\beta} + R \omega_d \right) \vec{x}_f$$

$$\text{Q3c : } \vec{V}(O_f, Rf/R_0) = \underbrace{\vec{V}(O, Rf/R_0)}_{\vec{0}} + \overrightarrow{O_f O} \wedge \vec{\Omega}(Rf/R_0) = \rho \vec{y}_f \wedge \dot{\beta} \vec{z}_0 = \rho \dot{\beta} \vec{x}_f$$

Q4 : On a : $V(t) = \rho \dot{\beta}$ et on obtient le système d'équations suivant en utilisant les résultats de la Q4 :

$$\frac{a}{2} \dot{\beta} + R \omega_g = \rho \dot{\beta} \Rightarrow \frac{a}{2} \frac{V(t)}{\rho} + R \omega_g = V(t)$$

$$-\frac{a}{2} \dot{\beta} + R \omega_d = \rho \dot{\beta}$$

$$\omega_g = \frac{1}{R} V(t) \left(1 - \frac{a}{2\rho} \right)$$

$$\omega_d = \frac{1}{R} V(t) \left(1 + \frac{a}{2\rho} \right)$$

Le résultat est rassurant. La roue intérieure au virage tourne moins vite que la roue extérieure. Sur un véhicule avec une seule motorisation, on utilise un différentiel pour respecter ces résultats.