

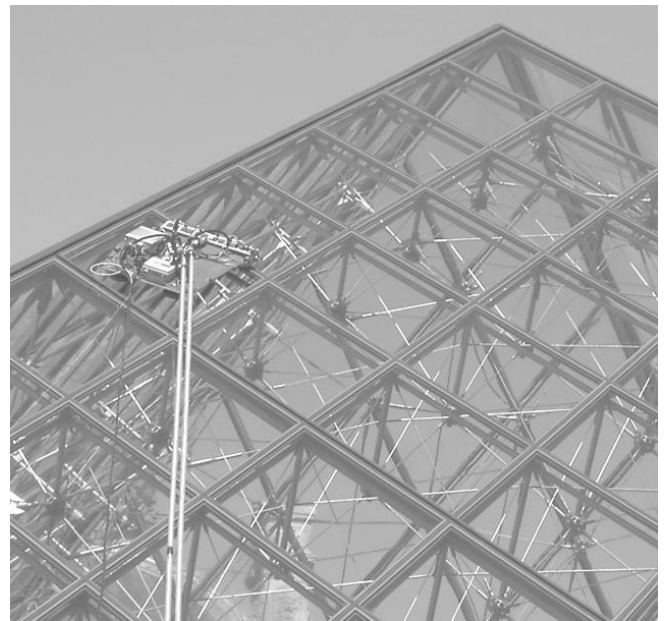
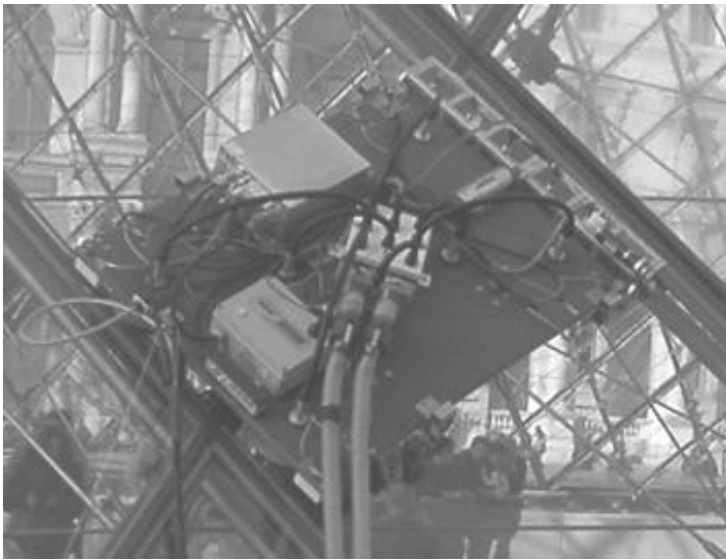
DS N°4

Aucun document autorisé
Calculatrices autorisées
Le devoir comporte un problème
Durée 3h

Problème: Robot de nettoyage de la pyramide du Louvre (inspiré de « Petites Mines » 2009)

L'objet de cette étude est la validation partielle des solutions constructives retenues sur le robot ROBUGLASS destiné au nettoyage extérieur des vitres de la pyramide du Louvre.

Partie A : Analyse du système étudié



La société ROBOSOFT a développé un robot devant assurer de manière automatique l'entretien de la pyramide du Louvre sans nécessiter l'intervention (difficile et périlleuse) des opérateurs directement sur l'édifice comme cela était le cas auparavant. Grand édifice de verre et d'acier (20 mètres de hauteur pour 35 mètres de côté), la pyramide du Louvre est emblématique du musée à plus d'un titre puisqu'elle constitue également son entrée principale, son état doit donc être irréprochable.

Le robot dénommé ROBUGLASS développé par la société ROBOSOFT s'inspire des machines utilisées pour le lavage des sols utilisant une brosse tournante et un dispositif de raclage. La forte déclivité des faces de la pyramide, les surfaces glissantes sur lesquelles le robot doit évoluer, et la volonté de le rendre automatique pour un nettoyage rapide et optimal ont soulevé de nombreuses problématiques que nous allons en partie aborder.

Le robot ROBUGLASS se compose de 4 sous-ensembles distincts (voir **Annexe 1, Figure 1**) :

- **le porteur** : qui constitue le robot qui se déplace sur la surface vitrée, emportant l'outil de nettoyage. L'outil de nettoyage est constitué d'une brosse, d'une buse qui l'arrose de produit nettoyant et d'un dispositif de raclage (raclette + essuie-glace).
- **le chariot ombilical** : qui supporte les 2 pompes à vide (assurant une redondance pour des raisons de sécurité) et auquel sont connectées toutes les sources d'énergie provenant du véhicule atelier.
- **le poste de contrôle** : qui permet à l'opérateur de commander manuellement le porteur ou de vérifier le bon déroulement de l'opération de nettoyage.
- **le véhicule atelier** : qui permet le rangement du porteur, de l'outillage et du chariot ombilical. Il contient une cuve avec sa pompe pour la préparation et le transfert du produit de nettoyage. Il permet de réaliser l'entretien courant et les petites réparations.

Le porteur est constitué d'un plateau supportant les différents composants (voir **Annexe 2, Figure 2** et **Figure 3**) :

- La motricité est assurée par **quatre groupes de propulsion** (**Annexe 2, Figure 2**) composés chacun d'une chenille équipée d'un motoréducteur électrique indépendant. Chaque moteur à courant continu est alimenté en électricité par un variateur, qui permet d'adapter l'énergie électrique. Un réducteur permet de réduire la vitesse de rotation et d'augmenter le couple aux roues motrices. Les roues motrices entraînent les chenilles. Un codeur incrémental permet la mesure de la position angulaire de l'arbre moteur. Chaque groupe de motorisation est asservi en vitesse.
- **Huit ventouses** (**Annexe 2, Figure 2**) sont disposées sous le plateau afin d'améliorer l'adhérence du porteur à la surface vitrée. La pression à l'intérieur des ventouses est inférieure à la pression atmosphérique, créant ainsi un effet d'aspiration et donc un effort plaqueur sur la surface vitrée. Une nourrice assure la liaison aux pompes à vide du chariot ombilical et aux ventouses.
- Des **capteurs de pression** (non visibles sur les schémas) contrôlent le vide dans chacune des ventouses.
- Des **capteurs photoélectriques** (**Annexe 2, Figure 3**) sont disposés à l'avant du porteur. Lorsque le porteur arrive en haut de la pyramide, les capteurs ne détectant plus la surface vitrée n'envoient plus de signal électrique, provoquant ainsi l'arrêt du robot.
- Des **capteurs inductifs** (**Annexe 2, Figure 3**) disposés sur les côtés gauche et droit du robot permettent la détection des joints de vitre en aluminium. Ils permettent de contrôler la trajectoire en mode automatique.
- **Le porteur est équipé d'un boîtier de commande** (**Annexe 2, Figure 3**) (comportant un calculateur) capable de gérer le système. Il traite toutes les informations reçues des différents capteurs et du boîtier HF et élabore les consignes pour les groupes de motorisation et l'outil de nettoyage.
- **Un boîtier d'émission réception HF** (**Annexe 2, Figure 3**) permet la communication avec le poste de contrôle.
- **L'outil de nettoyage** (**Annexe 2, Figure 2**) embarqué sur le robot est équipé d'une brosse rotative alimentée en fluide de nettoyage et de deux raclettes. La brosse est entraînée par un motoréducteur. Une courroie transmet la puissance du réducteur à la brosse. Un vérin électrique permet de positionner l'outil de nettoyage dans les différentes phases et de contrôler l'effort normal entre l'outil et la surface vitrée en phase de nettoyage.

Un extrait de cahier des charges permet de spécifier l'exigence principale :

Exigence	Critères	Niveaux
Déplacer et appliquer l'outil de nettoyage sur la surface vitrée.	Vitesse linéaire de translation	$0,1 \text{ m.s}^{-1}$ (vitesse nominale)
	Inclinaison des surfaces vitrées	50°
	Trajectoire en phase de descente et de montée	Rectiligne, le long des joints de vitre
	Changement de trajectoire	Virage en début de montée pour changer de travée de vitre
	Contact outil de nettoyage-surface vitrée	En descente uniquement. Effort normal : $100 \text{ N} \pm 3\%$
	Adhérence du porteur à la surface vitrée	Impératif en ligne droite. Glissement autorisé en virage = 20% de la vitesse nominale.
	Temps de réponse à 5% pour l'asservissement de vitesse	$< 1,5 \text{ s}$

Partie B – Vérification du critère de contact pour l'outil de nettoyage.

Pour un nettoyage efficace il est nécessaire de réguler l'effort d'application de la brosse sur la vitre. Un actionneur de type vérin électrique (voir **Annexe 2, Figure 3**) permet de mettre l'outil contenant la brosse en position haute ou basse et d'appliquer la brosse sur la surface vitrée avec l'effort requis. Les concepteurs ont choisi un actionneur permettant la régulation de l'effort appliqué par modulation de courant mais la gamme proposée ne présente pas beaucoup de choix différents vis-à-vis des performances. Nous allons donc vérifier que le vérin choisi permet de respecter le cahier des charges.

Toutes les liaisons sont supposées parfaites.

1. Données constructeur pour les performances du vérin électrique

La vitesse de sortie de tige (tige 2 par rapport à corps 1) est constante et égale à 4 mm/s quel que soit l'effort appliqué.

Le vérin (voir **Annexe 3, figure 4**) est modélisé par le corps 1 et la tige 2 respectivement en liaison pivot d'axe $(A, \vec{X}_p)$ et $(B, \vec{X}_p)$ avec le porteur 5 (considéré comme fixe par rapport à la surface vitrée 0), et le support d'outil 3. Ce dernier est en liaison pivot d'axe $(C, \vec{X}_p)$ avec le porteur. La brosse 4 est en liaison pivot d'axe $(D, \vec{X}_p)$ avec le support d'outil 3. Le point de contact entre la brosse 4 et la surface vitrée fixe 0 est noté I (**Fig. 1 page suivante**).

2. Vérification des performances d'un point de vue géométrique et cinématique

Question B1. Ecrire la fermeture géométrique du cycle $CABC$ sous forme vectorielle en fonction de a, b, c, d et λ .

Question B2. Dessiner les figures planes de changement de base représentant les angles θ_1 et θ_3 .

Question B3. Projeter l'expression obtenue à la question B1 sur l'axe $\vec{Y}_p$.

Question B4. Projeter l'expression obtenue à la question B1 sur l'axe $\vec{Z}_p$.

Question B5. On considère que la brosse est en contact avec la vitre pour : $\theta_3 = 0 \text{ rad}$. Pour cette valeur de θ_3 , en déduire l'expression de λ en fonction uniquement des longueurs a, b, c et d .

Question B6. Effectuer l'application numérique, en considérant la longueur $(d - b)$ négligeable devant $(a + c)$.

Question B7. En position haute, la longueur λ vaut 380 mm. En déduire la course totale du vérin entre deux positions extrêmes.

Question B8. Le temps pour passer de la position basse à la position haute de l'outil ne doit pas dépasser 6 secondes pour optimiser les temps de cycle, en supposant la vitesse de sortie de tige constante. Vérifier si la (les) donnée(s) constructeur est (sont) respecté(s).

On considère à présent que la brosse est sur le point d'entrer en contact avec la vitre ($\theta_3 = 0 \text{ rad}$), et qu'elle ne tourne pas par rapport au support d'outil 3. La position du mécanisme est alors la suivante:

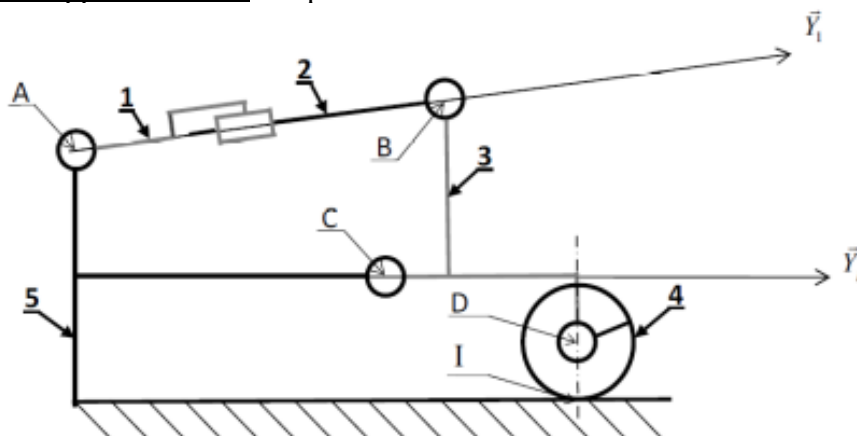


Fig. 1 – Vérin électrique avec la brosse en contact avec la vitre

Afin de préserver la surface vitrée d'une part, et de ne pas perturber l'équilibre du robot d'autre part, il est nécessaire de limiter la vitesse de l'outil lorsque celui-ci impacte la vitre au point I. La norme de la composante normale à la surface vitrée du vecteur $\overrightarrow{V_{I,3/0}}$ (vitesse du point I dans le mouvement de 3 par rapport à 0) doit rester inférieure à 5 mm/s. Comme le porteur est fixe par rapport à la surface vitrée, on a $\overrightarrow{V_{I,3/0}} = \overrightarrow{V_{I,3/5}}$.

On donne : $e = 140 \text{ mm}$; $f = 50 \text{ mm}$; $r = 40 \text{ mm}$ (voir le paramétrage en **Annexe 3, figure 4**).

Question B9. Définir le mouvement du solide 2 par rapport au solide 1. En déduire l'expression analytique du vecteur vitesse de sortie de tige $\overrightarrow{V_{B,2/1}}$. Déterminer numériquement sa norme à l'aide des données constructeur.

Question B10. Définir précisément :

- le mouvement du solide 2 par rapport au solide 3.
- le mouvement du solide 1 par rapport au solide 5.
- le mouvement du solide 3 par rapport au solide 5.

Question B11. Pour la position considérée, donner l'expression littérale de θ_1 , en fonction de a , b , c et d .

Question B12. Pour la position considérée, montrer que $\theta_1 \approx 1/40 \text{ rad}$.

Question B13. Déterminer la loi entrée-sortie cinématique sous la forme : $\dot{\theta}_3$ en fonction de $\dot{\lambda}$, c , d , $(\theta_1 - \theta_3)$.

Question B14. Montrer que $\dot{\theta}_3 \approx -\frac{\dot{\lambda}}{d}$ lorsque la brosse arrive au contact de la vitre.

Question B15. Déterminer analytiquement $\overrightarrow{V_{I,3/5}}$ à l'instant où la brosse arrive au contact de la vitre.

Question B16. Conclure quant au respect du cahier des charges.

Partie C – Vérification du critère d'adhérence en trajectoire rectiligne.

Dans un souci de simplification, on considère que le porteur est en position sur la surface vitrée en phase de montée de telle sorte que les actions mécaniques se répartissent de manière symétrique sur les chenilles de droite et de gauche. On néglige l'action de l'outil sur la surface vitrée. On considère le cas où le porteur n'est pas équipé de ventouses. On peut donc par symétrie ne considérer que les chenilles des groupes de propulsion 1 et 4 et adopter la modélisation plane dans le plan $(\overrightarrow{Y_p}, \overrightarrow{Z_p})$ (voir **Annexe 3, Figure 5** et **Annexe 4, Figure 6**). On s'intéresse aux groupes de solides : porteur (noté 5), et groupe propulsion (noté 1 = {11, 12, 13, 14}), ce dernier étant composé d'un châssis de chenille (noté 11), d'une roue motrice (notée 12), d'une roue libre (notée 13) et d'une chenille (notée 14) (voir **Annexe 4, Figure 7**). On peut modéliser la liaison porteur 5 - groupe propulsion 1 par une liaison pivot d'axe $(J_1, \overrightarrow{X_p})$. On modélisera la liaison groupe de propulsion 1 – surface vitrée 0 par une liaison linéaire rectiligne d'axe $(A'_1, \overrightarrow{Y_p})$ et de normale $\overrightarrow{Z_p}$.

Nous allons dans un premier temps déterminer les liaisons équivalentes entre le porteur et la surface vitrée. On notera le torseur cinématique du solide i par rapport au solide j exprimé au point M par :

$$\{ \mathcal{V}_{i/j} \}_M = \begin{Bmatrix} \omega_{x,i/j} \overrightarrow{X_p} + \omega_{y,i/j} \overrightarrow{Y_p} + \omega_{z,i/j} \overrightarrow{Z_p} \\ V_{x,i/j} \overrightarrow{X_p} + V_{y,i/j} \overrightarrow{Y_p} + V_{z,i/j} \overrightarrow{Z_p} \end{Bmatrix}$$

Question C1. Donner la forme du torseur cinématique $\{V_{5/1}\}$ de la liaison entre le porteur 5 et le groupe de propulsion 1 en J_1 .

Question C2. Donner la forme du torseur cinématique $\{V_{1/0}\}$ de la liaison entre le groupe de propulsion 1 et la surface vitrée 0 en A'_1 .

Question C3. En appliquant la composition des mouvements $\{V_{5/0}\} = \{V_{5/1}\} + \{V_{1/0}\}$, montrer que le torseur équivalent $\{V_{5/0}\}_{J_1}$ entre le porteur 5 et la surface vitrée 0 est celui d'une liaison ponctuelle en J_1 de normale $\overrightarrow{Z_p}$.

Partie D – Vérification du critère d'adhérence en phase de changement de trajectoire.

On souhaite déterminer si le critère d'adhérence en phase de changement de trajectoire est vérifié. Lors d'un changement de trajectoire les moteurs des 4 groupes de propulsion tournent à des vitesses différentes et l'on souhaite également connaître le rapport entre les différentes vitesses de rotation afin de programmer la partie commande. Pour cela, on adopte la modélisation présentée en **Annexe 6, Figure 8**, qui représente un mouvement de rotation du porteur **5** par rapport à la surface vitrée **0** de centre **I₅₀**, on notera ω_{50} la vitesse de rotation autour de l'axe $\vec{Z}_p$. On connaît la vitesse du point C, égale à la vitesse nominale définie par le cahier des charges en Partie A, dans le mouvement du porteur **5** par rapport à la surface vitrée **0** et on cherche à déterminer la vitesse de glissement aux points **A'₁** et **A'₂**. On supposera pour cette étude que les liaisons pivot entre le porteur **5** et les différents châssis de chenille **11** sont fixes en raison de la planéité des vitres.

Remarque : Le Centre Instantané de Rotation (CIR) **I₅₀** est l'intersection de l'axe central du torseur cinématique de **5** par rapport à **0** avec le plan du mouvement. Vous retiendrez qu'à l'instant considéré, sa vitesse est nulle : $\vec{V}_{I_{50},5/0} = \vec{0}$.

On note α_1 l'angle $(\vec{I}_{50}\vec{C}, \vec{I}_{50}\vec{A}_1)$, α_2 l'angle $(\vec{I}_{50}\vec{C}, \vec{I}_{50}\vec{A}_2)$. La distance $I_{50}C = R$, R étant le rayon de braquage.

Question D1. Déterminer les expressions des vitesses de **A₁** et **A₂** liés au porteur **5** par rapport à la surface vitrée **0**, en fonction de R, D, α_1 , α_2 et ω_{50} .

Question D2. Montrer que $\vec{V}_{A_1,5/0} = \vec{V}_{A'_1,5/0}$ (vitesses des points **A₁** et **A'₁** dans le mouvement de **5** par rapport à **0**). Le rayon des roues sera noté r.

On suppose que la chenille **14** s'enroule sans glisser sur la roue motrice **12**, en liaison pivot d'axe (**A₁**, $\vec{X}_p$) avec le châssis **11**, de telle sorte qu'au point **A'₁** on peut écrire : $\vec{V}_{A'_1,14/5} = \vec{V}_{A'_1,12/5}$.

Question D3. Déterminer $\vec{V}_{A'_1,14/5}$ en fonction de la vitesse de rotation ω_1 de la roue motrice **12** par rapport à **5** et de son rayon r. On a $\vec{\Omega}_{12/5} = -\omega_1 \vec{X}_p$ avec $\omega_1 > 0$.

Question D4. En déduire $\vec{V}_{A'_1,5/0}$ en fonction de $\vec{V}_{A'_1,14/0}$, de r et de ω_1 .

Par définition, la vitesse de glissement entre la chenille **14** et la surface vitrée **0** est $\vec{V}_{A'_1,14/0}$. On suppose que cette vitesse de glissement est principalement portée par le vecteur $\vec{X}_p$.

On note $\vec{V}_{C,5/0} = V_0 \vec{Y}_p$, $\vec{V}_{A'_1,5/0} = V_1 \vec{Y}_1$, $\vec{V}_{A'_2,5/0} = V_2 \vec{Y}_2$.

Question D5. Exprimer V_0 , V_1 et V_2 en fonction de ω_{50} , R, D, α_1 et α_2 .

Question D6. A partir des résultats des questions D3 à D5, déterminer le rayon de braquage minimum pour respecter le critère de glissement du cahier des charges (le glissement maximum se produit en **A'₁**).

Question D7. A partir des résultats des questions D3 à D5 et en négligeant la composante de glissement suivant $\vec{Y}_p$, déterminer la relation $\frac{\omega_1}{\omega_2}$ à imposer par la partie commande (ω_2 est la vitesse de rotation de la roue motrice du groupe de propulsion 2). Effectuer l'application numérique pour le rayon de braquage minimum.

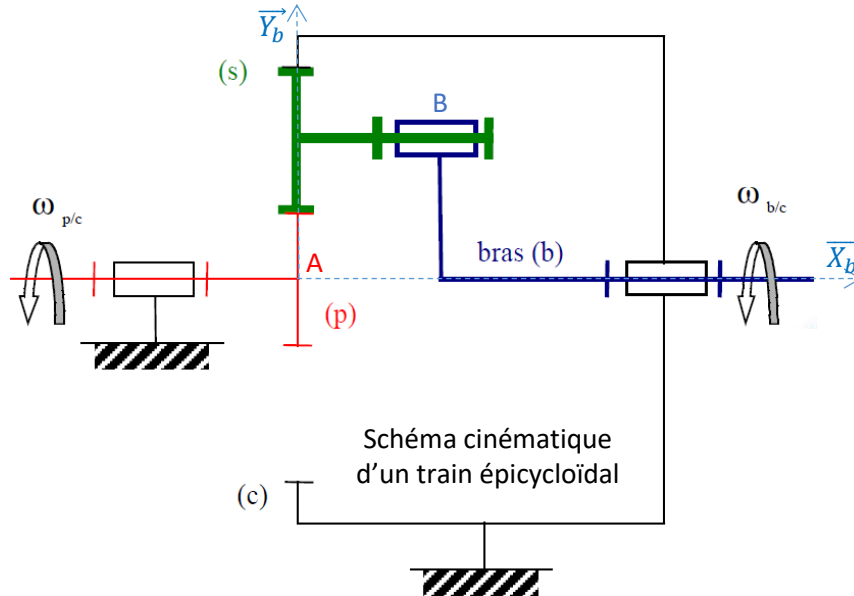
Partie E – Vérification du choix du réducteur.

Les moteurs à courant continu actionnant les chenilles ont une vitesse maximale de **6000 tr/mn**.

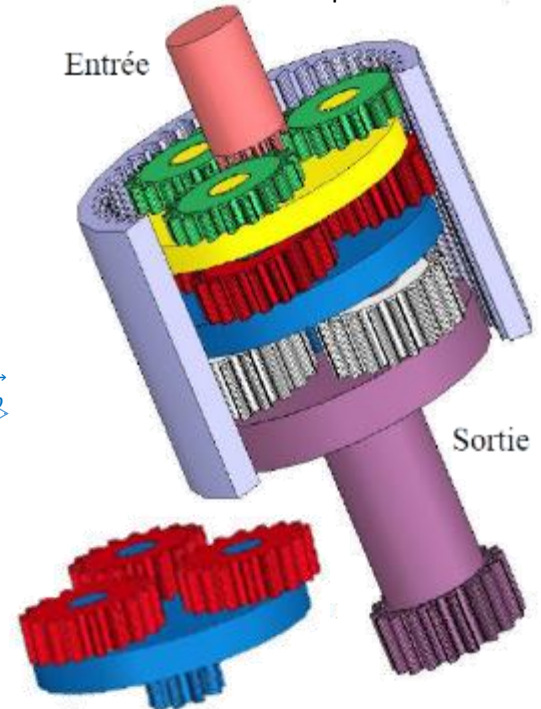
On se propose de vérifier que les réducteurs choisis permettent d'assurer la vitesse maximale spécifiée au cahier des charges. Les réducteurs sont de type épicycloïdal et comportent chacun trois étages cinématiquement équivalents. Cela correspond à une mise en série de trois trains épicycloïdaux identiques. Les planétaires du deuxième et troisième étage sont solidaires des porte-satellites respectivement du premier et deuxième étage.

Données :

- les planétaires ont Z_p dents: $Z_p = 18$;
- les satellites ont Z_s dents: $Z_s = 36$;
- la couronne a Z_c dents: $Z_c = 90 = 2 * Z_s + Z_p$



Vue du réducteur complet



Vue d'un train épicycloïdal

Question E1. Pour quelle raison l'épaisseur des pignons varie-t-elle d'un étage à l'autre?

Question E2. Déterminer littéralement le rapport de réduction d'un étage du réducteur épicycloïdal en fonction de Z_p , Z_s , et Z_c , puis faire l'application numérique.

Question E3. Le cahier des charges est-il respecté (le rayon des roues motrices valant 40 mm)?

Partie F – Vérification de la capacité du robot à réaliser un nettoyage efficace en mode automatique.

Le système étudié doit pouvoir fonctionner en mode automatique. Pour ce faire, il doit maîtriser la trajectoire du porteur sans intervention de l'opérateur. Nous avons vu dans la partie précédente la nécessité de contrôler la vitesse de rotation des chenilles. Chaque groupe de propulsion est donc asservi en vitesse de rotation. On se propose d'étudier cet asservissement afin d'en contrôler la capacité à vérifier les critères du cahier des charges. Le **schéma bloc** de l'asservissement de l'axe moteur est représenté en **Annexe 7, Figure 9**. On néglige l'effet des perturbations extérieures.

Question F1. Pourquoi ce schéma bloc est celui d'un système asservi ? Préciser quelles sont les perturbations agissant sur le système et sur quel élément du schéma interviendraient-elles si on les prenait en compte.

Question F2. Déterminer la relation à imposer entre k_a et k_p pour garantir que le système soit bien asservi sur la vitesse de rotation de l'axe moteur. Préciser lequel de ces deux paramètres est ajustable.

On modélise le comportement du moteur électrique par les équations suivantes :

Équations électriques et mécaniques	Caractéristiques
$u_m(t) - e(t) = R \cdot i(t)$ $e(t) = K_e \omega_m(t)$ $J \frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t)$ $C_m(t) = K_i \cdot i(t)$	R : résistance de l'induit K_e : constante de force contre électromotrice K_i : constante de couple J : inertie de l'axe moteur $u_m(t)$: tension d'alimentation du moteur $i(t)$: courant dans le rotor moteur $e(t)$: tension contre électromotrice $\omega_m(t)$: vitesse de rotation de l'arbre moteur $C_m(t)$: couple disponible sur l'arbre moteur

Question F3. Exprimer les transformées de Laplace de ces équations, sachant que les conditions initiales sont nulles.

Question F4. En déduire la fonction de transfert du moteur électrique $H_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}$. La mettre sous sa forme canonique en spécifiant toutes les caractéristiques.

On prendra par la suite pour fonction de transfert du moteur : $H_m(p) = \frac{K_m}{1+\tau_m p}$

Dans un premier temps, le dispositif de correction est un gain proportionnel : $K_c(p) = K_c$.

Question F5. Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée $F_1(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)}$.

Question F6. Mettre $F_1(p)$ sous forme canonique et exprimer le gain statique noté K_1 et la constante de temps notée τ_1 en fonction de : $K_m, K_c, K_a, K_p, K_v, \tau_m$.

Question F7. Pour une entrée $\Omega_c(p)$ de type échelon unitaire, déterminer l'expression de $\varepsilon(p)$ et conclure sur la précision statique du système.

On choisit à présent un dispositif de correction sous la forme d'un intégrateur : $K_c(p) = \frac{K_c}{p}$.

Question F8. Déterminer la nouvelle expression de la fonction de transfert en boucle fermée $F_2(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)}$ en fonction de $K_m, K_c, K_a, K_p, K_v, \tau_m$. Vous identifierez le gain statique noté K_2 , la pulsation propre non amortie notée ω_0 et le coefficient d'amortissement noté ξ en fonction de : $K_m, K_c, K_a, K_p, K_v, \tau_m$.

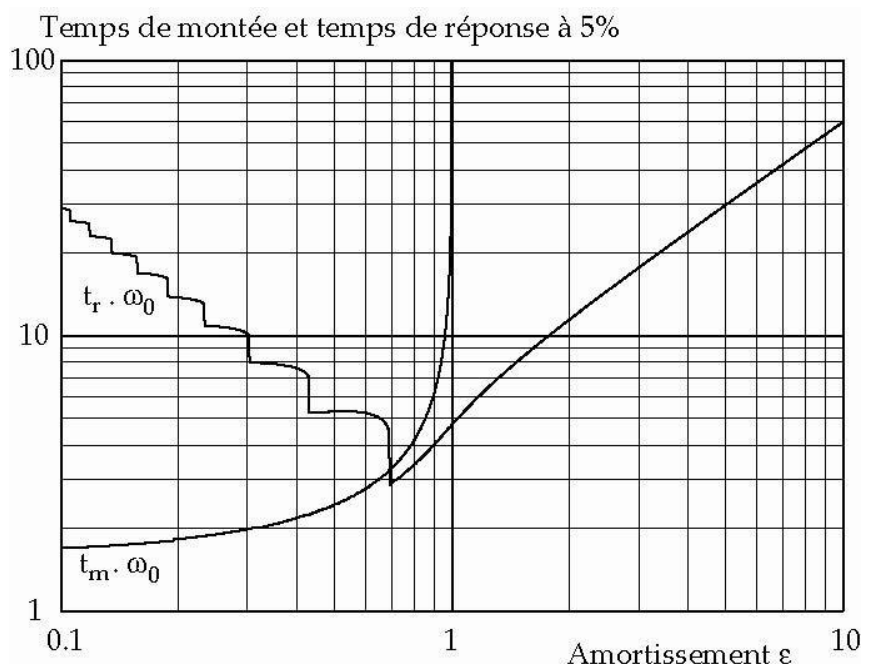
Question F9. Le système ainsi modélisé est-il stable ? Vous justifierez votre réponse.

Question F10. En utilisant la même démarche qu'en F7, caractériser à nouveau la précision statique du système en réponse à un échelon unitaire.

Question F11. Déterminer la valeur de K_c en fonction des autres paramètres garantissant que la réponse se fera sans dépassement de la consigne tout en étant le plus rapide possible.

Question F12. A l'aide de l'abaque fourni ci-contre, en prenant $\omega_0 = 3,9 \text{ rad/s}$ et la valeur du coefficient d'amortissement obtenu à la question précédente, déduire le temps de réponse à 5% de l'asservissement de vitesse. Conclure quant au respect du cahier des charges.

Afin d'améliorer encore les performances, il est nécessaire de programmer un correcteur du type PID conduisant à une fonction de transfert en boucle ouverte donnée ci-dessous. Pour justifier de l'intérêt de ce type de correcteur, il est nécessaire de tracer le diagramme de Bode de la FTBO corrigée.



Question F13. Tracer le diagramme de Bode asymptotique de cette $FTBO_{\text{corrigée}}$ sur le document réponse en superposition du tracé réel donné. Vous justifierez les tracés par une étude asymptotique.

$$FTBO_{\text{corrigée}}(p) = \frac{10(1 + 0,1p)}{0,1p} \frac{1 + 0,01p}{1 + 0,05p} \frac{1}{1 + 10^{-3}p}$$

ANNEXE 1

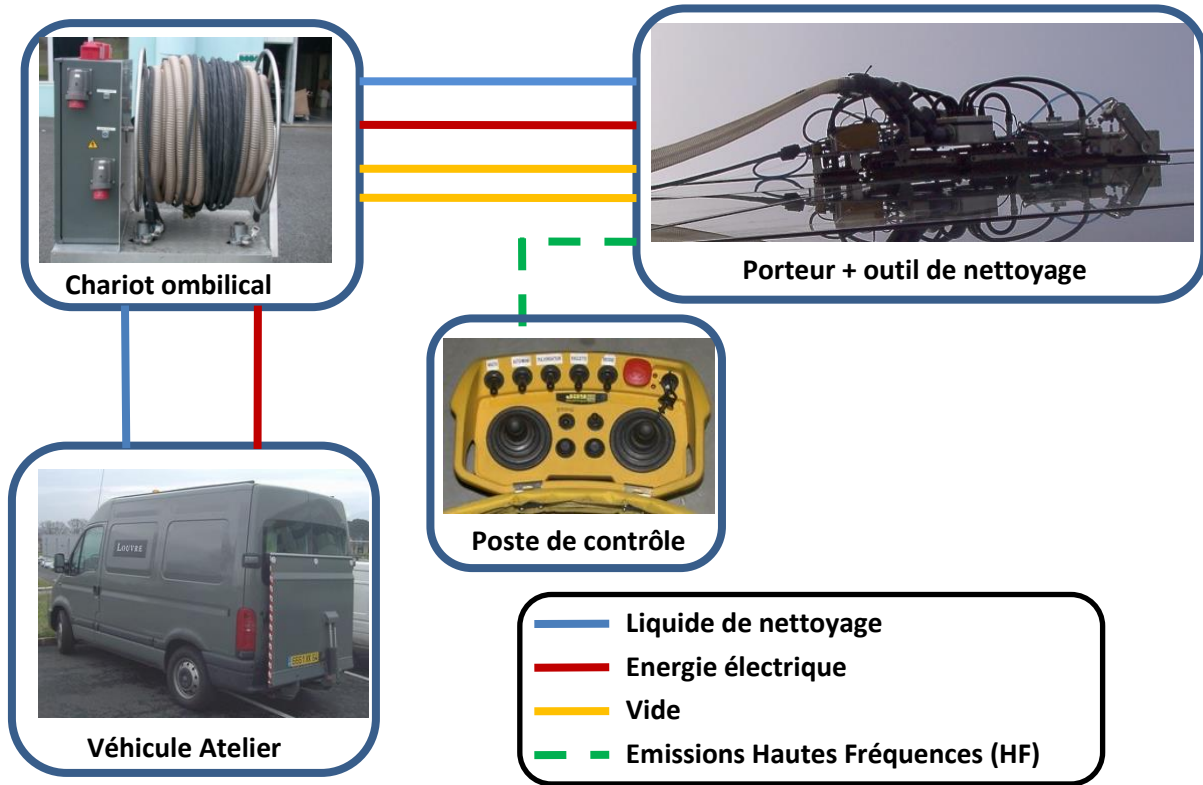


Figure 1

ANNEXE 7

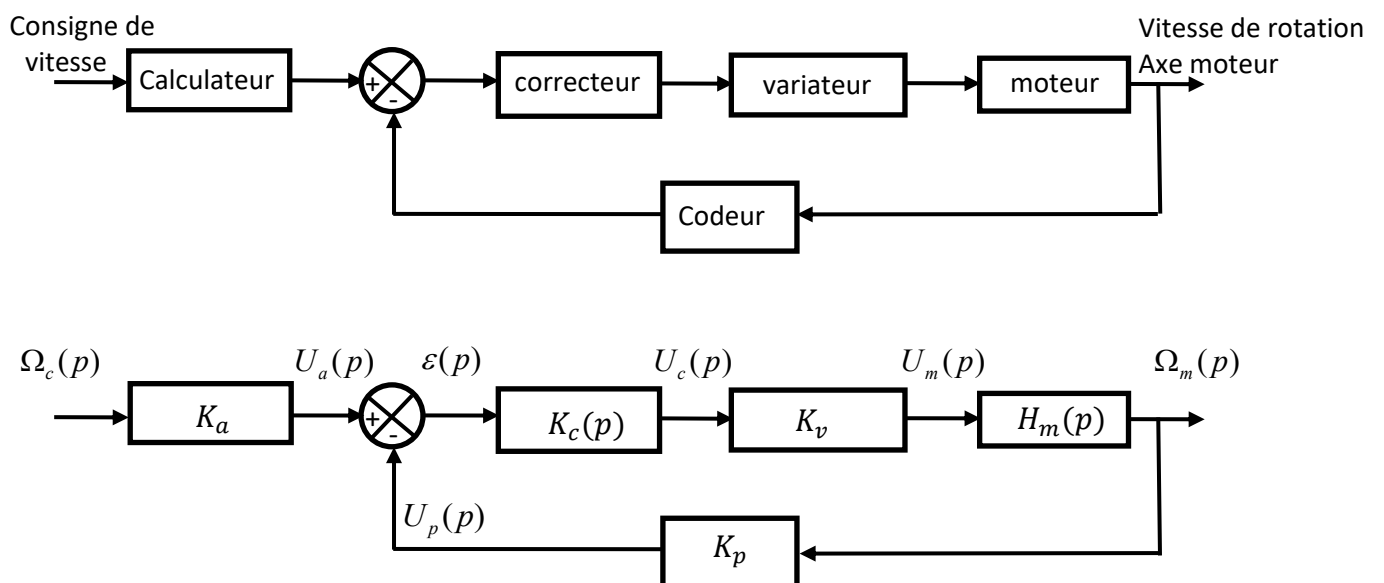


Figure 9

ANNEXE 2

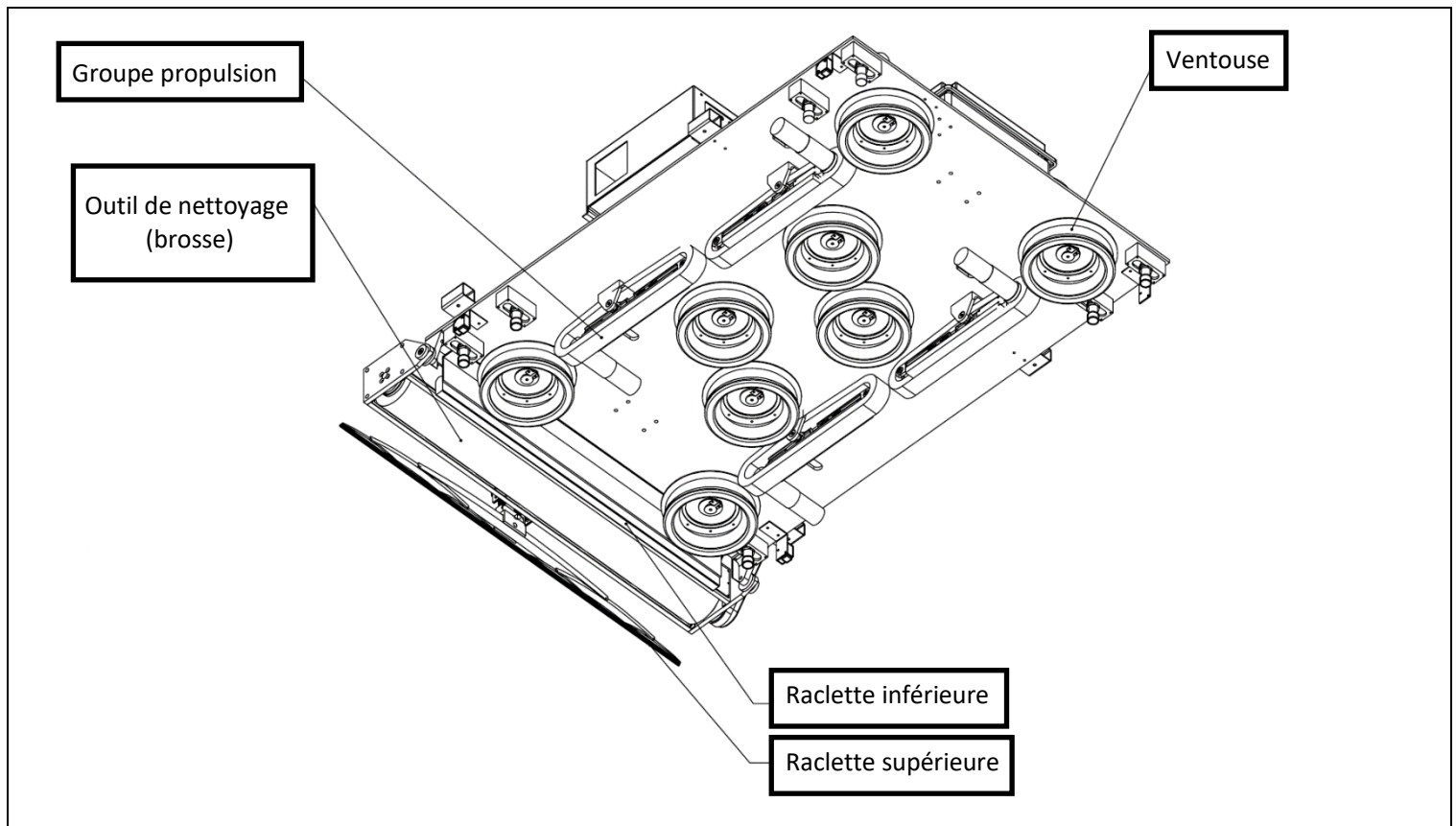


Figure 2

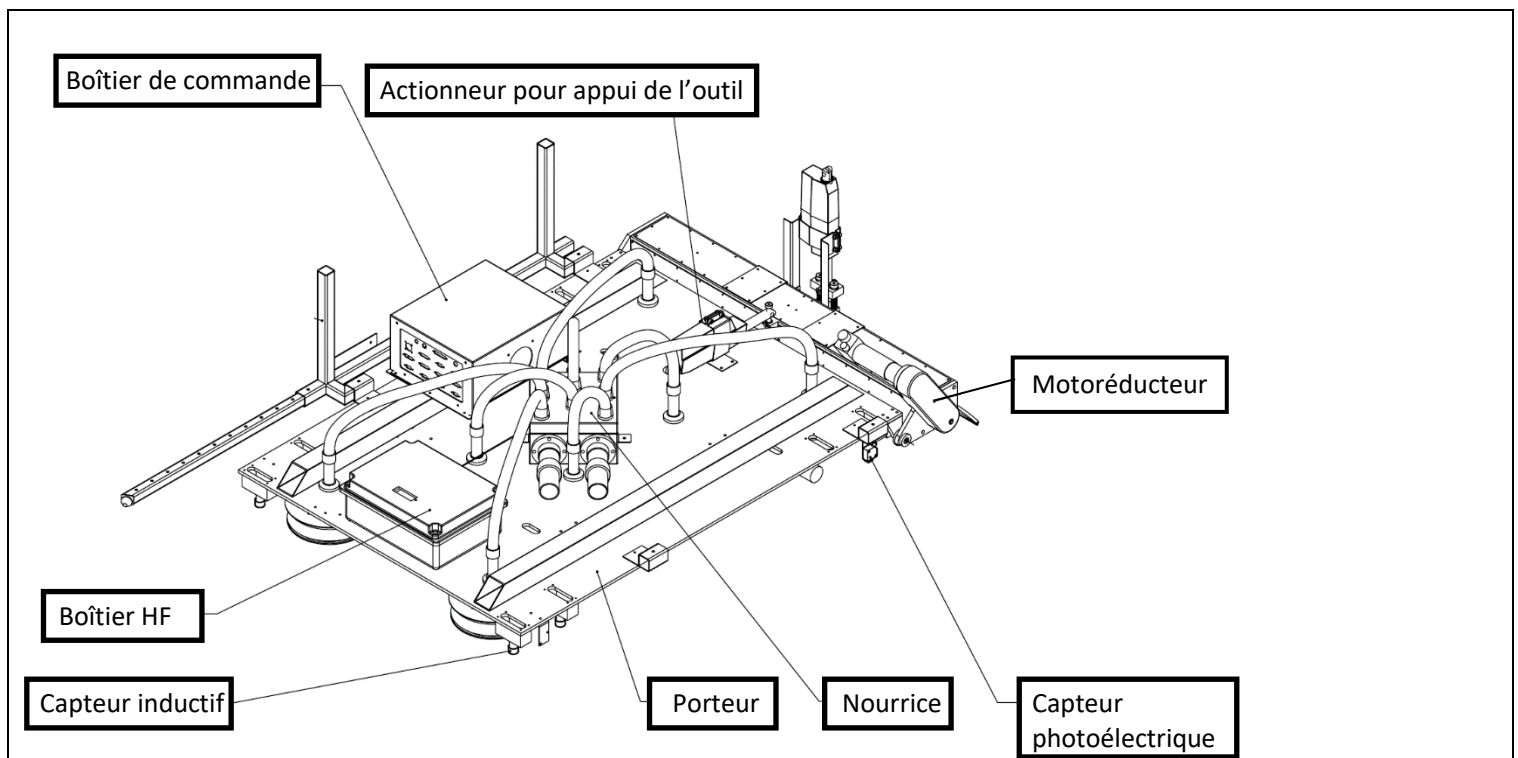
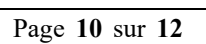


Figure 3

Figure 4



ANNEXE 4

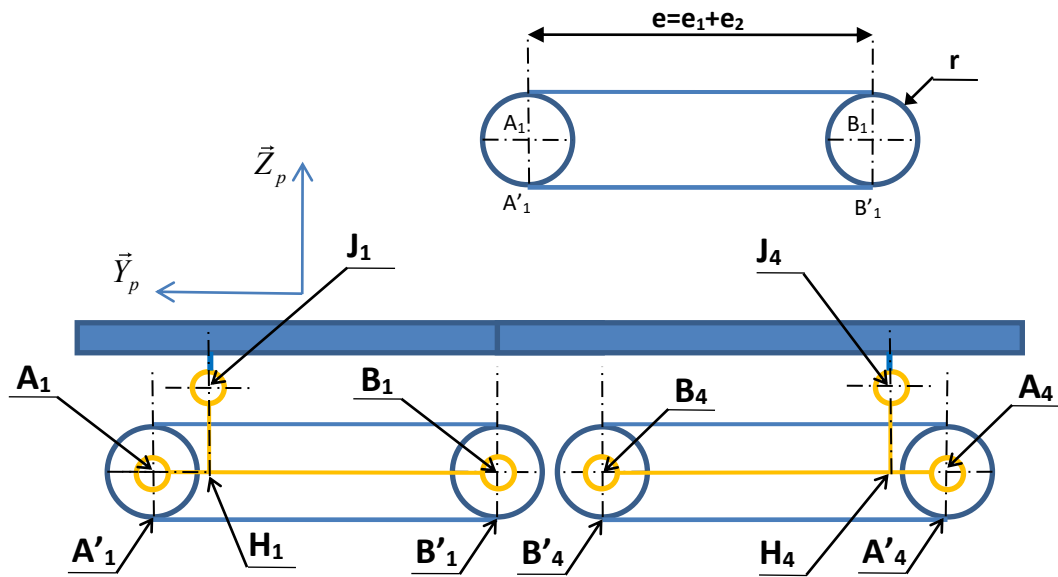
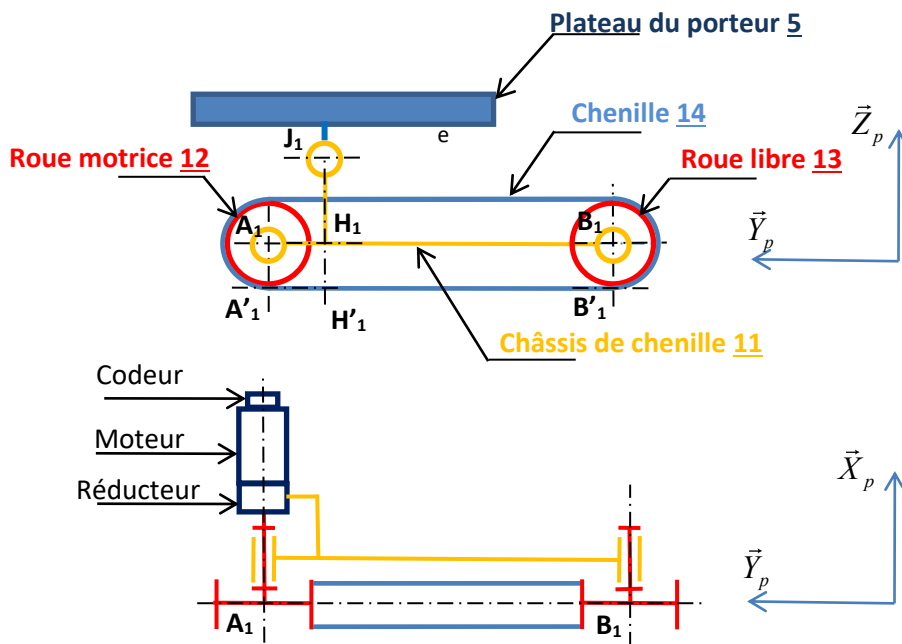


Figure 6



On note :

$$\overrightarrow{H_1 J_1} = h_1 \overrightarrow{Z_p}$$

$$\overrightarrow{H_1 A_1} = e_1 \overrightarrow{Y_p}$$

$$\overrightarrow{H_1 B_1} = -e_2 \overrightarrow{Y_p}$$

$$\overrightarrow{H'_1 H_1} = r \overrightarrow{Z_p}$$

$$\overrightarrow{A'_1 A_1} = r \overrightarrow{Z_p}$$

Figure 7

ANNEXE 6

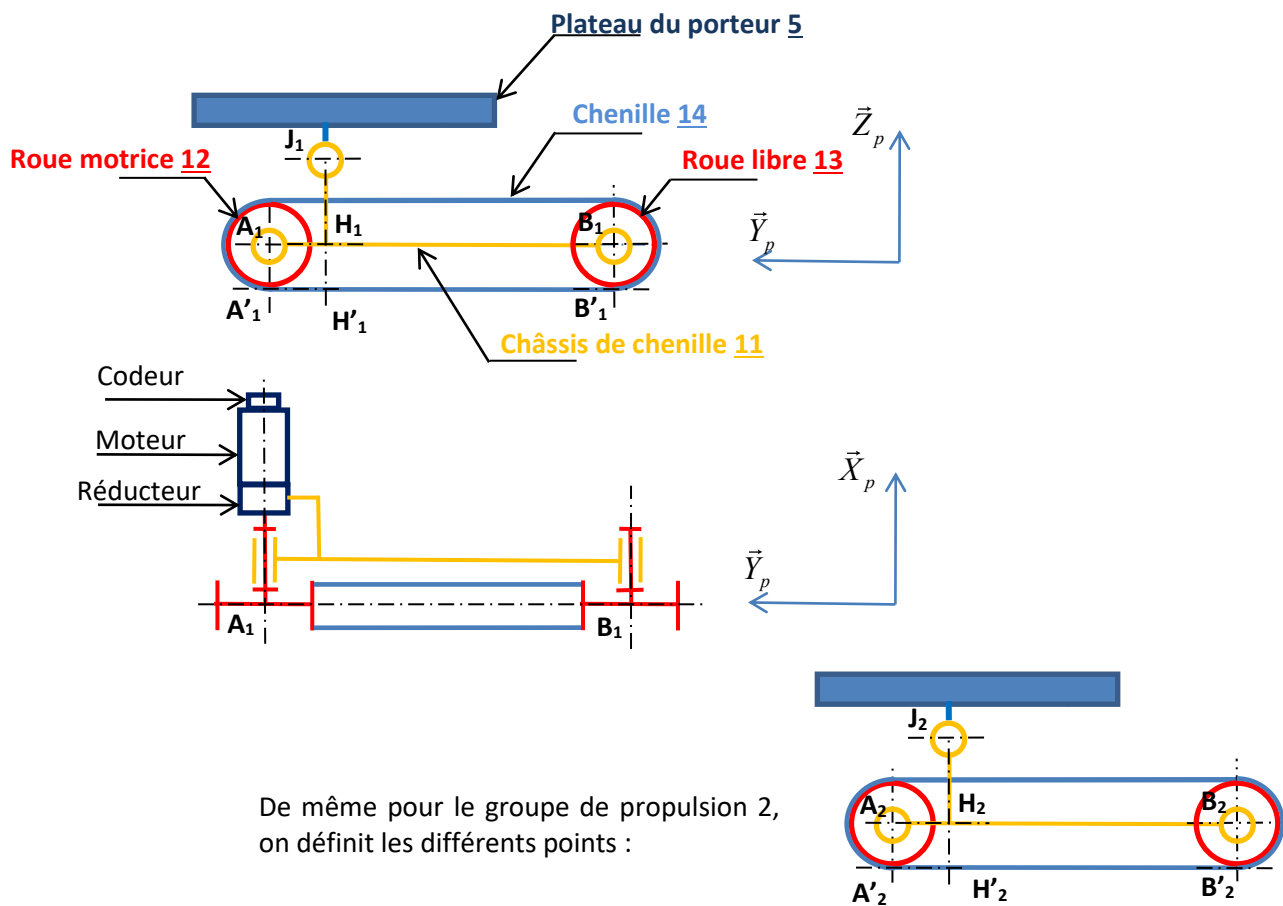
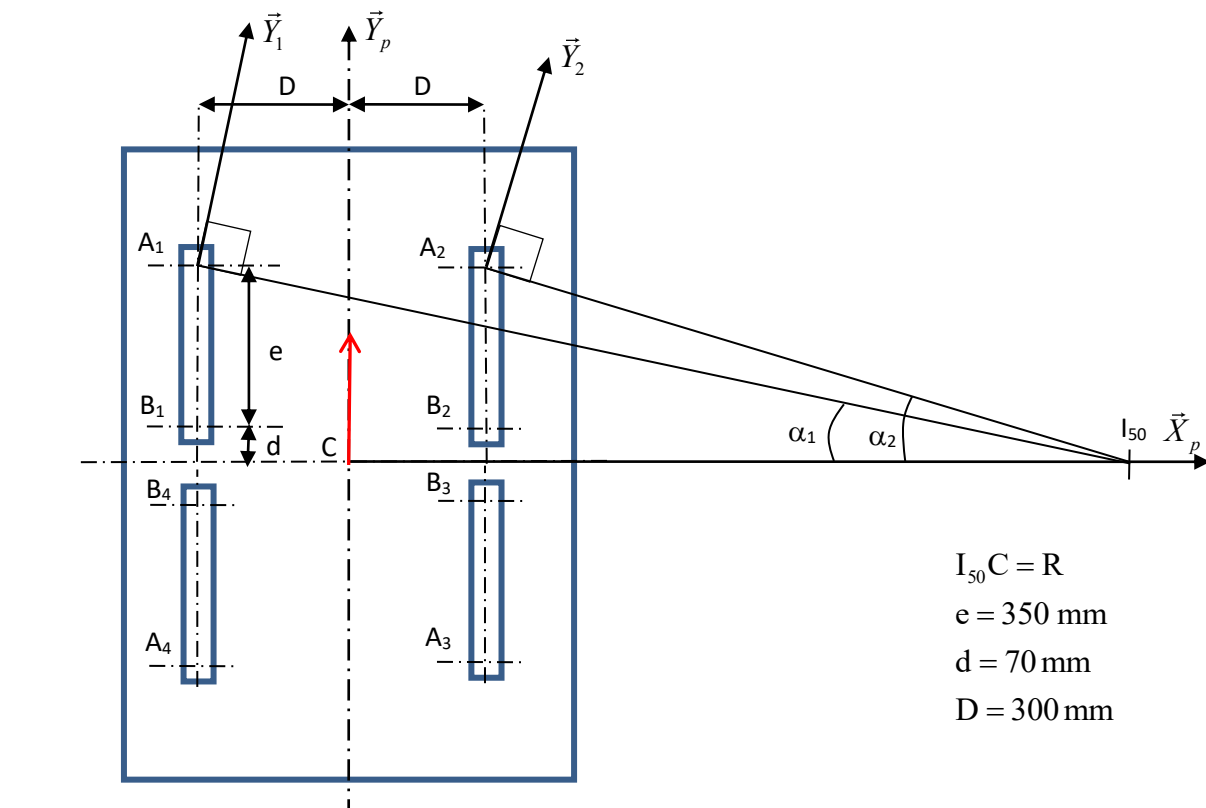


Figure 8