



Laboratoire de

Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Activité de Travaux Pratiques en

première année MPSI de CPGE

Statique et Chaînes de solides

Eléments de correction

TP1	Cordeuse	page	2
TP2	Winch	page	5
TP3	Barrière Sympact	page	7
TP4	Moto	page	9
TP5	Maxpid	page	12
TP6	Sinusmatic	page	14

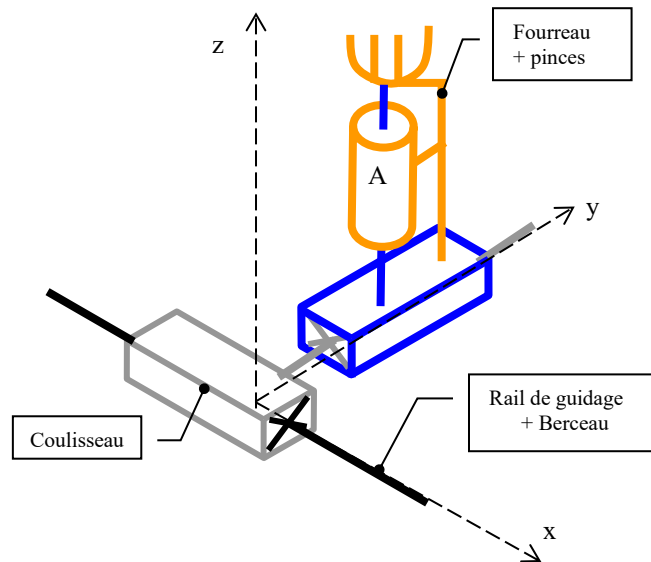
Cyril CHERON

CORDEUSE

- Q1-** On constate le blocage à partir d'une certaine hauteur, celle-ci variant en fonction de la direction de l'effort de tirage.
- Q2-** Le phénomène physique observé est de l'arc-boutement, c'est-à-dire un blocage (donc un équilibre) qui est indépendant de la norme de l'effort exercé ; c'est un paradoxe de la mécanique !
Ce phénomène dépend des dimensions géométriques du guidage et du coefficient de frottement.
- Q3-** Modélisation des liaisons :

	Classes d'équivalence	Type des surfaces en contact	Mobilités	Nom de la Liaison
L1	Fourreau - Chariot	Cylindre-cylindre d'axe (A, z)	Tz et Rz	Pivot glissant d'axe (A, z)
L2	Chariot - Coulisseau	2 couples Plan-plan perpendiculaires	Ty	Glissière /y
L3	Coulisseau - Rail + berceau	Cylindre-cylindre d'axe (O,x) et plan-plan de petite dimension de normale (O,x)	Tx	Glissière /x

Schéma cinématique :



Q4-

	Matériaux	Coef. d'adhérence	Hauteur mesurée	Longueur de guidage
Rail-coulisseau	Acier / Bronze	$f_1 = 0,25$	$H_1 = 110 \text{ à } 120 \text{ mm}$	$L_1 = 48 \text{ mm}$
Chariot-coulisseau	Acier / Acier cimenté	$f_2 = 0,2 \text{ à } 0,3$	$H_2 = 80 \text{ à } 100 \text{ mm}$	$L_2 = 32 \text{ mm}$

Conclusion : H_1 et H_2 ont une valeur cohérente avec la configuration géométrique de la cordeuse ; en effet, le tamis de la raquette se trouve à une hauteur $>$ à H_1 et H_2 donc il y aura bien arc-boutement.

Q5- Détermination de la hauteur théorique de blocage entre le coulisseau et le rail :

A la limite du glissement, les actions des ponctuelles en A et B sont inclinées d'un angle connu selon le modèle de Coulomb.

A l'équilibre, la pince étant soumise à 3 glisseurs, ceux-ci sont nécessairement concourants.

Ainsi on peut déterminer la hauteur limite de l'action de la corde sur la pince.

Soit L la longueur et d la hauteur de guidage.

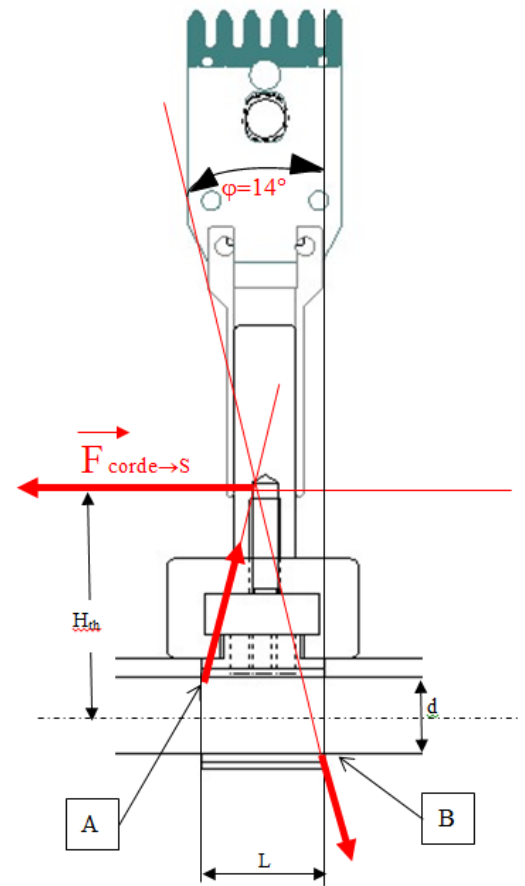
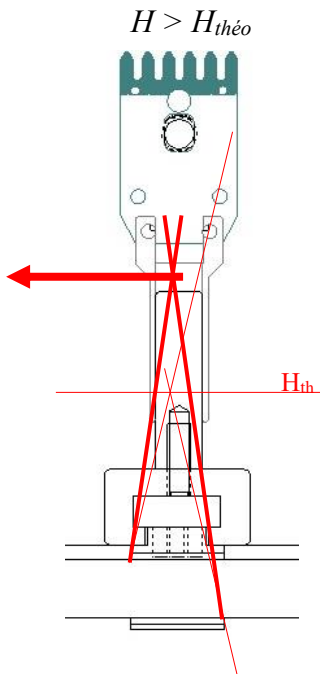
Un raisonnement graphique permet d'écrire :

$$L = \tan\varphi \cdot \left(H + \frac{d}{2}\right) + \tan\varphi \cdot \left(H - \frac{d}{2}\right)$$

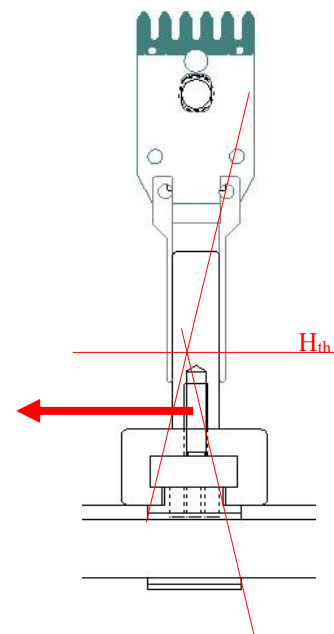
Soit :

$$H_{théo.} = \frac{L}{2 \cdot \tan\varphi}$$

AN : $H_{théo} = 96 \text{ mm}$

**Q6-**

Les actions en A et B sont **dans** le cône de frottement.

 $H < H_{théo}$ 

Les 3 glisseurs ne peuvent pas être concourants, pas d'équilibre !

Q7- Domaine de validité de la hauteur mesurée :

Imprecision des mesures sur l'instant du blocage,
Imprecision de mesure sur la règle graduée,
Effort non parfaitement horizontal.

Domaine de validité de la hauteur calculée :

- Valeur du coefficient d'adhérence,
- Valeur des dimensions géométriques,
- Pivotement non pris en compte,
- Contacts supposés ponctuels.

Q8- Mesure de l'erreur relative sur la tension dans la corde :

Consigne (daN)	Tension de la corde lors du maintien par la pince (daN)	% d'erreur
20	12,9	35%
30	18	40%
40	23,5	41%

Cause 1 : Les jeux dans le guidage de la pince qui permettent l'arc-boutement.

Solution 1 : Diminuer ces jeux mais attention de ne pas supprimer le phénomène d'arc-boutement ; il faut donc demander au cordeur de compenser ces jeux avant serrage.

Cause 2 : La déformation de la pince en flexion.

Solution 2 : Rigidifier la pince en changeant les matériaux ou en augmentant les dimensions.

Cause 3 : Les frottements entre la corde et les œillets.

Solution 3 : Prévoir un chariot plus haut pour diminuer la pression de contact entre la corde et les œillets.

Q9- Il faut mesurer la tension F_R dans le ressort du chariot et celle F_C dans le capteur monté directement sur la corde.

Ensuite il faut estimer l'angle d'enroulement de la corde sur l'œillet.

Enfin la loi de frottement exponentiel donne :

$$f = \frac{\ln \frac{F_R}{F_C}}{\alpha} =$$

Q10- Il faut mesurer la tension F_R dans le ressort du chariot et celle F_C dans le capteur monté directement sur la corde.

Ensuite il faut estimer la somme des 2 angles d'enroulement de la corde sur l'œillet.

Enfin la loi de frottement exponentiel donne :

$$f = \frac{\ln \frac{F_R}{F_C}}{\alpha} = \frac{\ln \frac{250}{180}}{\pi} = 0.1$$

Conclusion :

WINCH

Q1 Plus l'angle d'enroulement est grand, et plus l'action sur le brin mou peut être faible. De plus, lorsque la manivelle tourne dans le sens du rapport de réduction < 1 , l'action sur la manivelle est moins importante. L'intérêt du winch est donc de pouvoir exercer une tension importante dans l'écoute à un « moindre » effort.

Q2 Détermination de la relation théorique :

❶ Appliquer le P.F.S. en résultante au tronçon isolé en projetant sur les axes x et y :

$$\text{Sur x : } -F \cdot \cos \frac{d\theta}{2} - dT + (F + dF) \cdot \cos \frac{d\theta}{2} = 0$$

$$\text{Sur y : } -F \cdot \sin \frac{d\theta}{2} + dN - (F + dF) \cdot \sin \frac{d\theta}{2} = 0$$

❷ En considérant un $d\theta$ très petit, linéariser (DL à l'ordre 1) les deux équations scalaires :

$$\text{Sur x : } -F + dT + F + dF = 0 \quad \Leftrightarrow dF = dT$$

$$\text{Sur y : } -F \cdot \frac{d\theta}{2} + dN - (F + dF) \cdot \frac{d\theta}{2} = 0 \quad \Leftrightarrow F \cdot d\theta = dN$$

❸ Exprimer dF/F en fonction de $d\theta$:

$$\text{A la limite du glissement nous avons : } dT = f \cdot dN, \quad \text{soit : } \frac{dF}{F} = f \cdot d\theta$$

❹ En déduire la relation $T = t e^{f \alpha}$:

$$\text{En intégrant de } 0 \text{ à } \alpha, \text{ on retrouve la relation donnée : } \int_t^T \frac{dF}{F} = \int_0^\alpha f \cdot d\theta \Leftrightarrow \ln \frac{T}{t} = f \cdot \alpha$$

Q3 Mesures des tensions en fonction de l'angle d'enroulement :

α en tour	0,5	1	1,25	1,5	2
Tension maxi en N	135	60	50	38	20
Tension mini en N	125	70	45	35	15

$$f_a \text{ moy} = 0.22 \quad \text{et} \quad f_g \text{ moy} = 0.2$$

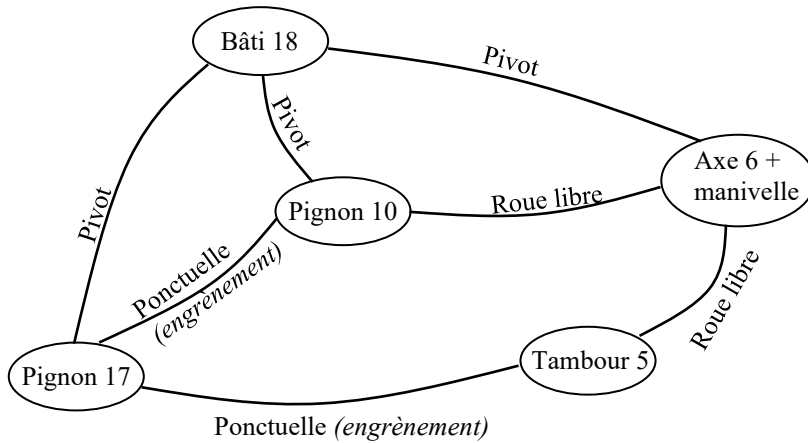
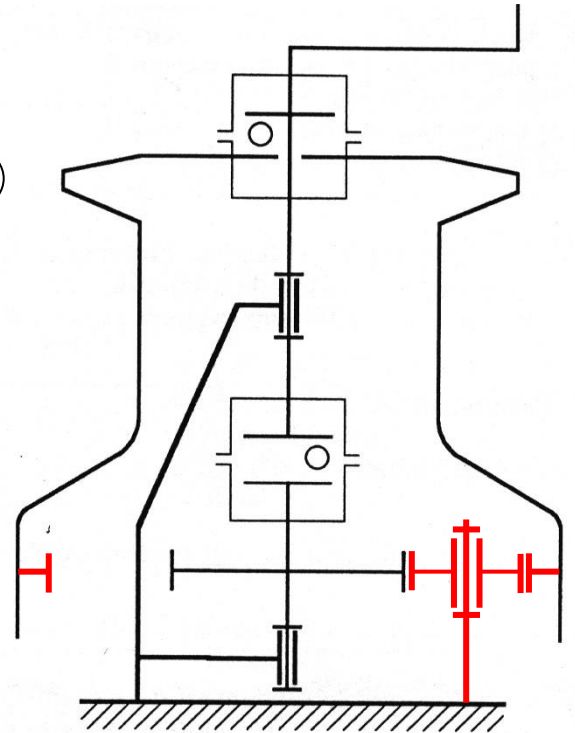
Conclusions : écart léger entre adhérence et frottement qui provient du « gommage » de la surface de contact tambour/corde.

Q4 Validation du CdCf : dans le cas le plus défavorable on a : $250 = 25 \cdot e^{f_g \cdot \alpha}$

$$\text{Soit : } \alpha = \frac{\ln 10}{f} = \text{rad} = \text{tr}$$

Conclusion : Dans ces conditions le CdCf semble validé, cependant il faudrait voir comment évolue le coefficient de frottement quand la corde est mouillée !

Q5 La fonction technique remplie par une roue libre est de transmettre un mouvement dans un seul sens de rotation.

Q6 Grphe de structure :Schéma cinématique :

Q7 Sens 1 : $r_1 = \frac{\omega_{tambour}}{\omega_{manivelle}} = 1$

Sens 2 : $r_2 = \frac{\omega_{tambour}}{\omega_{manivelle}} = \frac{\omega_5 \cdot \omega_{17}}{\omega_{17} \cdot \omega_{10}} = \frac{10}{41} \cdot \left(-\frac{20}{10}\right) = -0,49$

Q8 Validation expérimentale : le sens 1 est validé de façon évidente, et pour le sens 2 on constate bien que la manivelle tourne 2 fois plus que le tambour.

Q9 Action sur la manivelle :

Notons : R_T le rayon du tambour,
 R_M le rayon de la manivelle,
 F l'effort sur la manivelle.

Supposons que le rendement global vale 0,8.

$$P_{Tambour} = 0,8 \cdot P_{Manivelle}$$

$$C_T \cdot \omega_T = 0,8 \cdot C_M \cdot \omega_M$$

$$R_T \cdot (T - t) \cdot \omega_T = 0,8 \cdot R_M \cdot F \cdot \omega_M$$

$$F = \frac{R_T \cdot (T - t) \cdot r_2}{0,8 \cdot R_M}$$

Application numérique :

$$F = \frac{R_T \cdot (250 - 25) \cdot 0,49}{0,8 \cdot R_M} = N$$

Conclusion :

BARRIERE SYMPACT

Q1 Au repos la lisse n'est pas horizontale du fait de l'action du ressort de torsion. Celui-ci contribue à aider la motorisation lors de l'ouverture et permet d'avoir une manipulation facilitée en cas de panne de courant.

Q2 Isolons l'ensemble {Lisse + Masse mobile} et écrivons le TMS en O projeté sur \vec{x}_1 :

$$C_r - (L \cdot y_G + M_{mob} \cdot g \cdot y_m + M_{ext} \cdot g) \cdot \cos\theta = 0$$

Q3 Ce ressort est précontraint au montage, ainsi : $C_r(\theta) = C_0 + K \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$

Q4 A l'équilibre, on obtient donc :

$$C_0 + K \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \theta_{\text{éq}}\right) - (L \cdot y_G + M_{mob} \cdot g \cdot y_m + M_{ext} \cdot g) \cdot \cos\theta_{\text{éq}} = 0$$

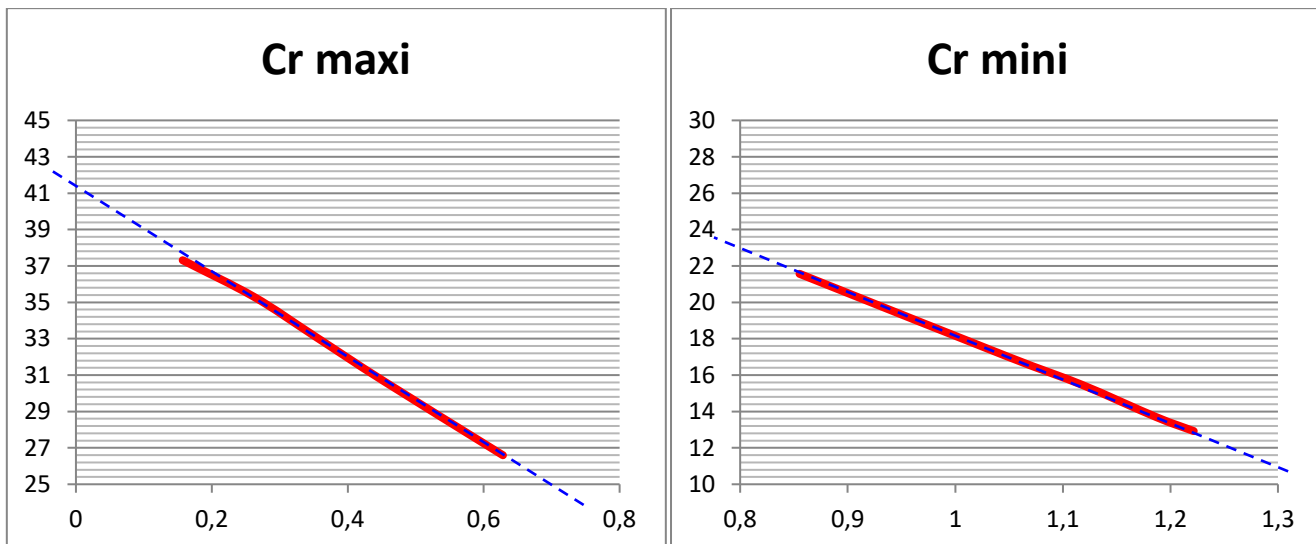
Q5 Mesure des positions d'équilibre :

y_m en m	0.200	0.250	0.300	0.350	0.400
$\theta_{\text{éq}}$ mini en °	36	26	20	15	11
$\theta_{\text{éq}}$ maxi en °	49	60	64	68	70

Q6 Caractérisation du ressort :

Il faut tracer C_r en fonction de θ en utilisant l'expression de la Q2 :

$$C_r = (L \cdot y_G + M_{mob} \cdot g \cdot y_m + M_{ext} \cdot g) \cdot \cos\theta$$



$$K \approx 23 \text{ N.m.rad}^{-1} \quad C_0 \approx 4,9 \text{ N.m}$$

$$K \approx 26 \text{ N.m.rad}^{-1} \quad C_0 \approx 5,3 \text{ N.m}$$

Donnée constructeur : rotation de 100° sous $4,5 \text{ daN.m}$ soit $K_{const} = \frac{45.180}{100.\pi} = 25,8 \text{ N.m.rad}^{-1}$

Conclusion : la mesure de la raideur semble bonne, reste à valider la valeur de la précontrainte.

Q7 Mesures :

$$\theta_{21} = -26^\circ$$

$$\theta_{31} = 45^\circ$$

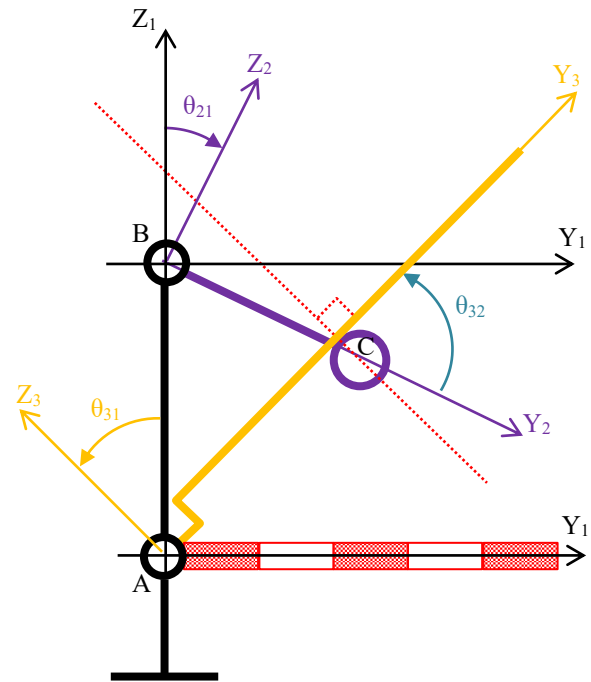
$$Y_{23} = 104\text{mm}$$

Dans cette configuration, on trouve :

$$\frac{C_B}{R \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta_{32}\right)} = \frac{C_A}{Y_{23}}$$

$$\text{Avec } \theta_{32} = \theta_{31} - \theta_{21}$$

Application numérique : $C_A \cdot 0,025 = C_B \cdot 0,104$

**Q8** Couple moteur théorique :

$$C_B = \frac{C_A \cdot 0,025}{0,104}$$

Or le résultat de la Q4 donne le couple C_A à fournir pour maintenir la lisse horizontale :

$$C_A = C_0 + K \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \theta_{\text{éq}}\right) - (L \cdot y_G + M_{\text{mob}} \cdot g \cdot y_m + M_{\text{ext}} \cdot g) \cdot \cos\theta_{\text{éq}}$$

Ainsi on trouve pour $\theta = 0$:

$$C_{B \text{ th}} = \frac{0,025}{0,104} \cdot \left(C_0 + K \cdot \frac{\pi}{2} - L \cdot y_G - M_{\text{mob}} \cdot g \cdot y_m - M_{\text{ext}} \cdot g\right) = 2,9 \text{ N.m}$$

Q9 La mesure donne : $C_{B \text{ mesuré}} = 3,1 \text{ N.m}$

Ce qui semble valider la mesure de la précontrainte. Cependant il faudrait réaliser d'autres mesures d'écart en faisant varier l'angle et la position de la masse mobile pour valider cette modélisation.

Q10 Le phénomène physique est du frottement sec (modèle de Coulomb), il peut donc être modélisé par un couple constant (par exemple sur l'axe de la lisse).

Exploitation des mesures : ce moment peut être estimé en faisant la **moenne des différences** entre les couples mini et maxi mesurés pour le ressort de torsion **divisée par 2**.

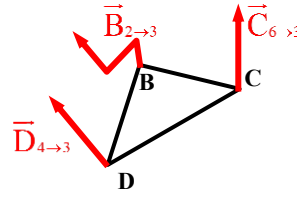
On constate que les mesures ne sont pas exploitables ... l'écart est loin d'être constant ! Les explications peuvent être que :

- Le mécanisme de transformation de mouvement n'est pas linéaire et les frottements ne sont pas nécessairement localisés dans le guidage en rotation de la lisse,
- Les mesures réalisées sont entachées d'incertitudes non négligeables,
- ...

* Bilan des actions extérieures sur **4** : **4** est en équilibre sous l'action de 2 glisseurs $\vec{E}_{5 \rightarrow 4}$ et $\vec{D}_{3 \rightarrow 4}$ qui sont donc de direction DE.

* Bilan des actions extérieures sur **3** :

- $\vec{C}_{6 \rightarrow 3} = P_{5 \text{éq}} \vec{y}$
- $\vec{D}_{4 \rightarrow 3}$ de direction ED
- $\vec{B}_{2 \rightarrow 3}$

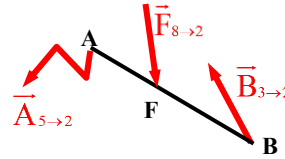


3 est en équilibre sous l'action de 3 glisseurs concourants et de somme nulle d'où $B_{2 \rightarrow 3} = 120 \text{ N}$

* Bilan des actions extérieures sur **{7,8}** : **{7,8}** est en équilibre sous l'action de 2 glisseurs $\vec{K}_{5 \rightarrow 7}$ et $\vec{F}_{2 \rightarrow 8}$ qui sont donc de direction KF.

* Bilan des actions extérieures sur **2** :

- $\vec{A}_{5 \rightarrow 2}$
- $\vec{F}_{8 \rightarrow 2}$ de direction KF
- $\vec{B}_{3 \rightarrow 2} = - \vec{B}_{2 \rightarrow 3}$



2 est en équilibre sous l'action de 3 glisseurs concourants et de somme nulle d'où $F_{8 \rightarrow 2} = \underline{208 \text{ N}}$

Q6 : hypothèses :

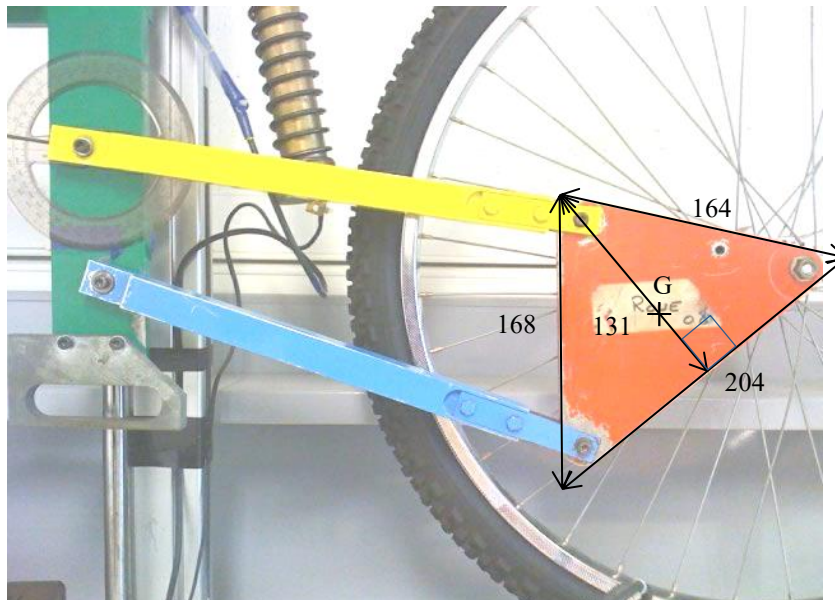
- **Poids des pièces négligés** : même hypothèse que pour la simulation logiciel.
- **Frottements négligés** : même hypothèse que pour la simulation logiciel (aucun vecteur tournant n'apparaît sur les liaisons sauf sur la glissière entre bâti et châssis)
- **Problème Plan** : même hypothèse que pour la simulation logiciel

incertitudes : liées à la qualité du tracé, à l'échelle de représentation des forces et à la position du mécanisme sur la photo du document réponse.

Q7 : Poids estimé de la pièce rouge :

$$m = \frac{\text{base} \cdot \text{hauteur}}{2} \cdot \text{épaisseur} \cdot \text{masse volumique} = 10.2 \cdot 13.1 \cdot 1.5 \cdot (0.002.7) = 0.541 \text{ kg donc } P_3 \approx 5 \text{ N}$$

Position du centre de gravité de la pièce rouge : approximativement au tiers de la hauteur puisque le triangle est presque isocèle.



La démarche d'isolement rest inchangée. Seul change le BAME lors de l'isolement de la pièce 3 :

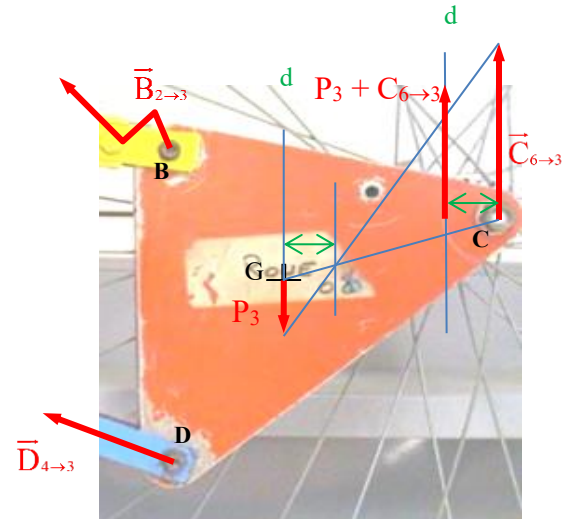
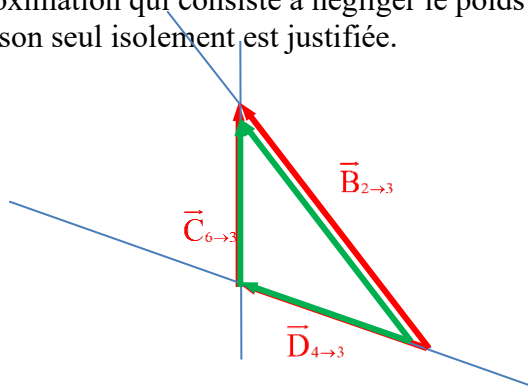
* Nouveau bilan des actions extérieures sur **3** :

- $\vec{C}_{6 \rightarrow 3} = P_{5 \text{éq}} \vec{y}$
- $\vec{D}_{4 \rightarrow 3}$ de direction ED
- $\vec{B}_{2 \rightarrow 3}$
- \vec{P}_3

3 est en équilibre sous l'action de 4 glisseurs : on cherche le glisseur résultant de $\vec{C}_{6 \rightarrow 3}$ et \vec{P}_3 en utilisant l'annexe :

Q8 : le poids $P_3 \approx 5 \text{ N}$ étant très petit par rapport à $C_{6 \rightarrow 3} = P_{5 \text{éq}} = 73.4 \text{ N}$
donc d très faible et $C_{6 \rightarrow 3} + P_3 \approx C_{6 \rightarrow 3}$ ($< 7\%$ d'écart)

Le résultat sur $\vec{B}_{2 \rightarrow 3}$ est qu'il diminue de l'ordre de 9% (tracés rouge et vert ci-dessous).
L'approximation qui consiste à négliger le poids d'une pièce lors de son seul isolement est justifiée.



Q9 : **Analyse des résultats** : L'écart relatif est de l'ordre de 5%

Calcul à partir de la raideur : pour cette méthode nous supposons que le ressort a un comportement linéaire et surtout nous avons 2 sources d'incertitude : la valeur de la raideur correspond à celle d'un ressort neuf et la mesure de la longueur en charge n'est pas précise à cause des frottements (idéalement on ne mesure pas cette longueur mais on l'encadre).

Calcul par construction graphique : pour cette méthode nous retrouvons toutes les hypothèses classiques d'un problème de statique plane : problème plan, solides indéformables et liaisons parfaites (sans jeu et sans frottement). A ces hypothèses, il faut ajouter les incertitudes relatives à la précision des constructions graphiques.

Calcul par logiciel : mêmes hypothèses que pour la résolution graphique. L'imprécision des tracés en moins.

Méthode la plus vraie : aucune.

Q10 : **Effort déduit de la longueur du ressort** : $F = 244 \text{ N}$

Raideur de la suspension : dans les 2 configurations la charge appliquée est la même, et dans la configuration monolever l'effort dans le ressort est plus grand. On en déduit donc que le ressort se comprime plus dans la configuration monolever.

Si le ressort se comprime plus, c'est que le châssis descend plus bas : on peut donc dire que la configuration monolever est moins raide car pour un même effort, le châssis de la moto descend plus.

Avantage d'une suspension raide : ce genre de suspension permet d'avoir des mouvements du châssis moins importants à l'accélération et au freinage, et ainsi de moins délester une des deux roues par rapport à l'autre ; une bonne répartition des efforts entre les roues et la route est un gage de tenue de route.

Inconvénient d'une suspension raide : ce genre de suspension est beaucoup moins confortable car elle filtre beaucoup moins les irrégularités de la route !

BRAS MAXPID

Q1 : $m-h = 6n - N_s$ d'où $h = m - 6n + N_s = (m_u + m_i) - 6n + N_s$

- 4 solides « isolables »
- 4 pivots et 1 hélicoïdale

$$\text{Donc } h = (1+0) - 6*4 + (4*5+5) = 2$$

défauts géométriques possibles :

- défaut de parallélisme (autour de Y_2) entre les axes des liaisons pivots en C et A
- défaut dimensionnel (suivant Z) entre les axes en C et A

Q2 : On résout

$$T_{1 \rightarrow 5} = \begin{Bmatrix} X_{15} & L_{15} \\ Y_{15} & M_{15} \\ Z_{15} & 0 \end{Bmatrix}_{A, B_1} \quad T_{1 \rightarrow 2} = \begin{Bmatrix} X_{12} & L_{12} \\ Y_{12} & M_{12} \\ Z_{12} & 0 \end{Bmatrix}_{B, B_2} \quad T_{4 \rightarrow 5} = \begin{Bmatrix} X_{45} & L_{45} \\ Y_{45} & M_{45} \\ Z_{45} & 0 \end{Bmatrix}_{C, B_2} \quad T_{3 \rightarrow 4} = \begin{Bmatrix} X_{34} & -\frac{p}{2\pi} X_{34} \\ Y_{34} & M_{34} \\ Z_{34} & N_{34} \end{Bmatrix}_{C, B_2} \quad T_{2 \rightarrow 3} = \begin{Bmatrix} X_{23} & 0 \\ Y_{23} & M_{23} \\ Z_{23} & N_{23} \end{Bmatrix}_{B, B_2}$$

PFS sur 5 : dans B1

$$\text{TRS : } \quad X_{15} + X_{45} \cos \alpha - Y_{45} \sin \alpha = 0 \quad Y_{15} + X_{45} \sin \alpha + Y_{45} \cos \alpha = 0 \quad Z_{15} + Z_{45} = 0$$

TMS en A :

$$L_{15} + L_{45} \cos \alpha - M_{45} \sin \alpha + c Z_{45} \sin \theta = 0 \quad M_{15} + M_{45} \cos \alpha + L_{45} \sin \alpha - c Z_{45} \cos \theta = 0 \\ c(X_{45} \sin \alpha + Y_{45} \cos \alpha) \cos \theta - c(X_{45} \cos \alpha - Y_{45} \sin \alpha) \sin \theta = 0$$

PFS sur 2 : dans B2

$$\text{TRS : } \quad X_{12} - X_{23} = 0 \quad Y_{12} - Y_{23} = 0 \quad Z_{12} - Z_{23} = 0$$

$$\text{TMS en B : } \quad L_{12} = 0 \quad M_{12} - M_{23} = 0 \quad N_{23} = 0$$

PFS sur 3 : dans B2

$$\text{TRS : } \quad -X_{34} + X_{23} = 0 \quad -Y_{34} + Y_{23} = 0 \quad -Z_{34} + Z_{23} = 0$$

$$\text{TMS en C : } \quad \frac{p}{2\pi} X_{34} = 0 \quad -M_{34} + M_{23} + Z_{23} \cdot x(t) = 0 \quad -N_{34} + N_{23} - Y_{23} \cdot x(t) = 0$$

PFS sur 4 : dans B2

$$\text{TRS : } \quad -X_{45} + X_{34} = 0 \quad -Y_{45} + Y_{34} = 0 \quad -Z_{45} + Z_{34} = 0$$

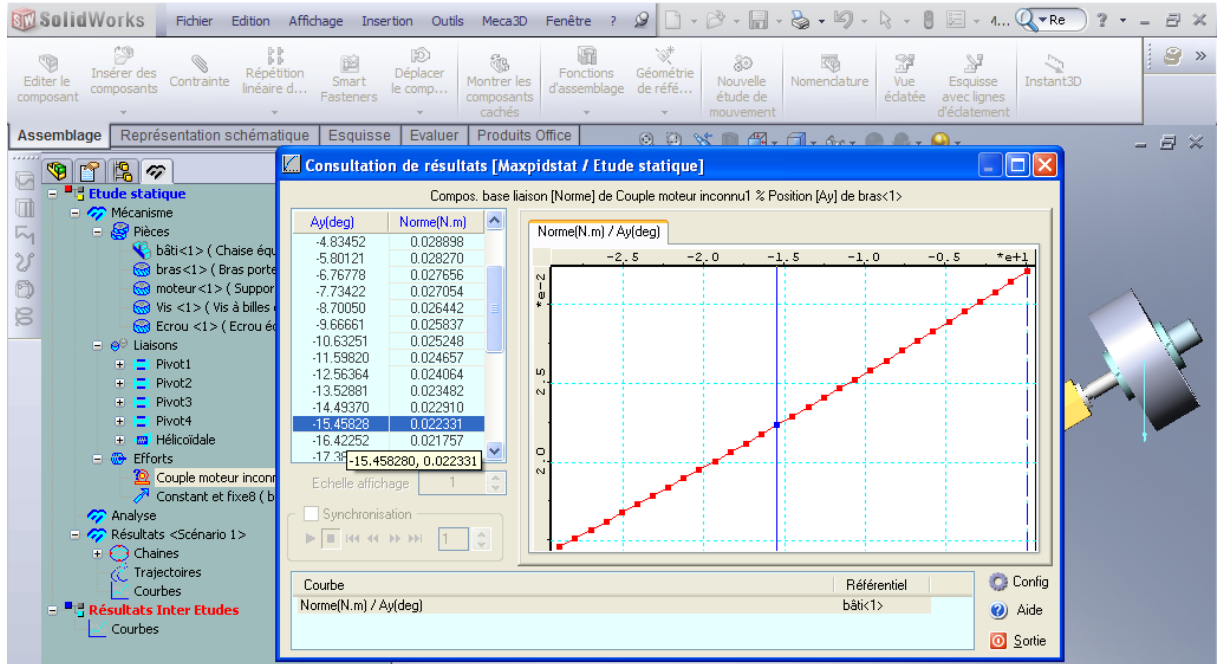
$$\text{TMS en C : } \quad -L_{45} - \frac{p}{2\pi} X_{34} = 0 \quad -M_{45} + M_{34} = 0 \quad N_{34} = 0$$

On doit fixer à 0 deux composantes qui sont les inconnues hyperstatiques : Z_{15} et M_{15}

Q3 : modèles isostatiques possibles :

- solution 1 : Rotule en A donc L_{15} et M_{15} sont imposées nulles \Rightarrow
 $h = m - 6n + N_s = 1 - 24 + 3*5 + 5 + 3 = 0$
- solution 2 : Rotule à doigt (axe X_2 bloqué) en C et pivot glissant en A \Rightarrow
 $h = m - 6n + N_s = 1 - 24 + 2*5 + 4 + 5 + 4 = 0$

Manip 2 : Cm = 22 Nmm



Q4 : le couple du moteur est suivant X_2 . Dans un problème plan on ne tient compte que des moments suivant Z

Q5 : on ajoute les torseurs suivants :

$$T_{pes \rightarrow 5} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -P & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{E, B_1} \quad T_{mot \rightarrow 3} = \begin{Bmatrix} 0 & Cm \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{B, B_2} \quad T_{mot \rightarrow 2} = \begin{Bmatrix} 0 & -Cm \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{B, B_2}$$

Equations modifiées :

TMS sur 5 en A/ Z_1 : $c(X_{45} \sin \alpha + Y_{45} \cos \alpha) \cos \theta - c(X_{45} \cos \alpha - Y_{45} \sin \alpha) \sin \theta - \lambda P \cos \theta = 0$ (6)

TMS sur 3 en C/ X_2 : $\frac{p}{2\pi} X_{34} + Cm = 0$ (16)

TMS sur 2 en C/ X_2 : $L_{12} - Cm = 0$ (10)

Démarche :

1. TMS en A/Z sur le bras 1 : $c(X_{45} \sin \alpha + Y_{45} \cos \alpha) \cos \theta - c(X_{45} \cos \alpha - Y_{45} \sin \alpha) \sin \theta - \lambda P \cos \theta = 0$
2. TMS en B/Z sur l'ensemble 2+3+4 : $Y_{45} = 0$ ou en combinant les équations (20)(14)(18)(12) et (24)
3. TRS / X_2 sur l'écrou 4 : $X_{34} = X_{45}$
4. TMS en C/ X_2 sur la vis 3 : $\frac{p}{2\pi} X_{34} + Cm = 0$

Q6 : $Cm = -\frac{p}{2\pi} X_{34} = -\frac{p}{2\pi} X_{45} = -\frac{p_{as}}{2\pi} \cdot \frac{\lambda P \cos \theta}{c \sin(\alpha - \theta)}$

A.N. : $\tan \alpha = \frac{c \sin \theta - b}{a + c \cos \theta} \Rightarrow \alpha = -10.5^\circ$ pour $\theta = 45^\circ$ et $Cm = 24.8$ Nmm avec une masse de 1.3kg (2 disques)

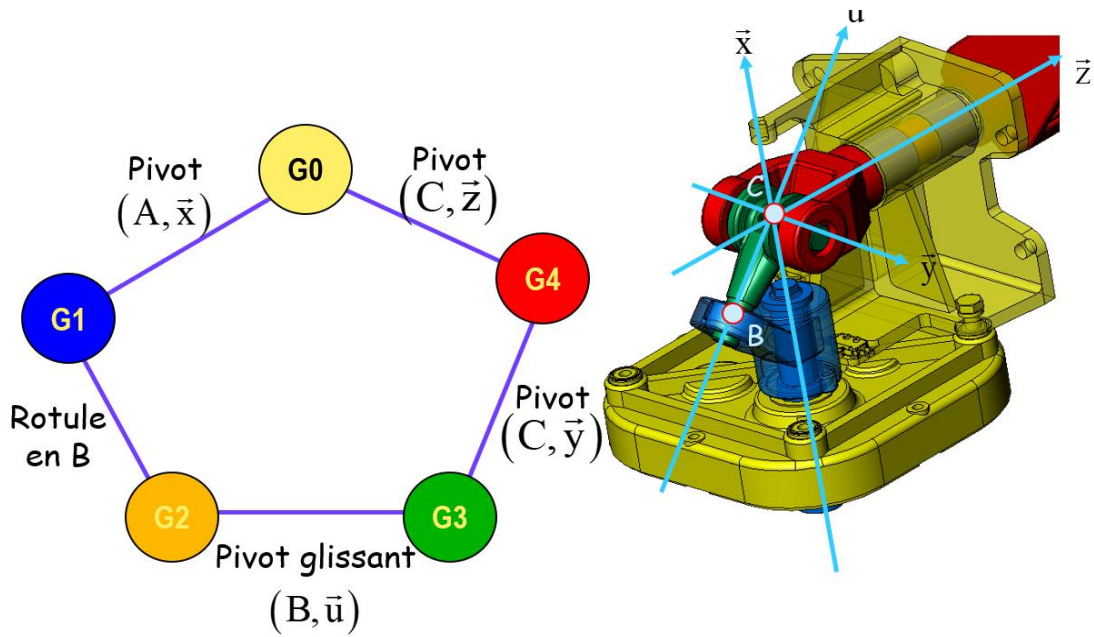
Q7 : Cm mesuré = 30.5 mNm

Conclusion : l'écart entre Cm simulé et calculé est faible (<10%) puisque les hypothèses sont les mêmes (pas de frottement, poids des pièces négligés). La distance EA sur le modèle SW doit être < 280 mm pour justifier l'écart calculé.

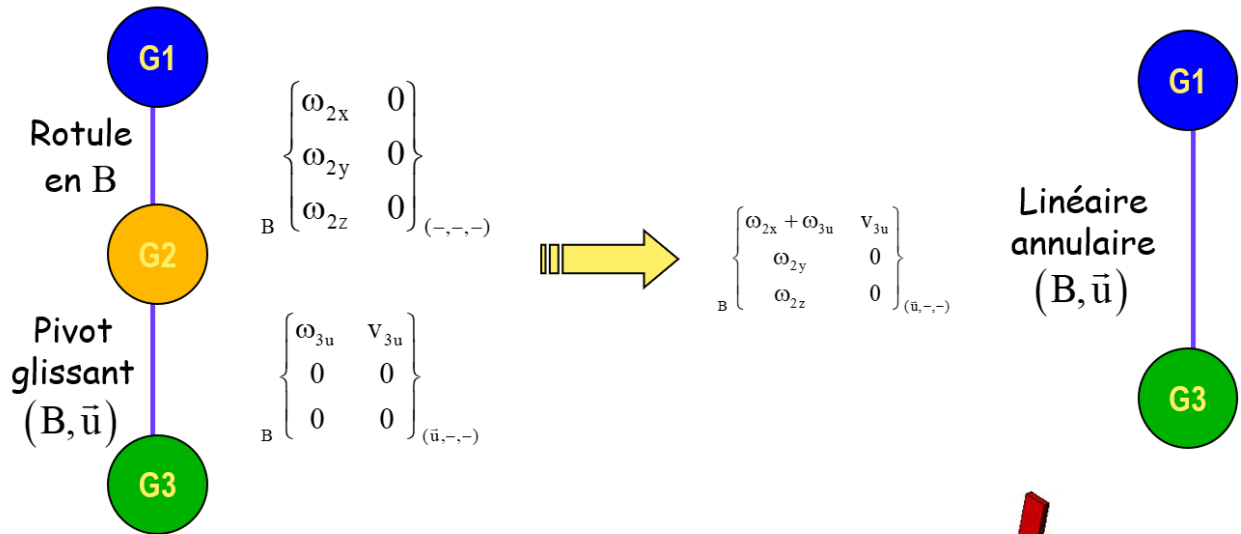
l'écart entre Cm simulé et mesuré est plus important (25%) : pour le réduire il faudrait prendre en compte dans la simulation la masse des différents solides(en particulier le bras) .La simulation ne prend pas en compte les frottements aux liaisons même s'ils sont faibles (vis/écrou à billes).

OUVRE BARRIERE SINUSMATIC

Q1 : Graphe des liaisons



Q2 : Liaison équivalente $L_{7/3}$ en utilisant les torseurs cinématiques



Q3 : Schémas cinématique 2D et 3D :

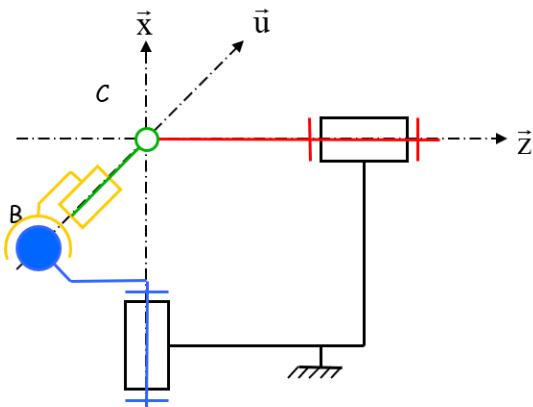


Schéma 2D

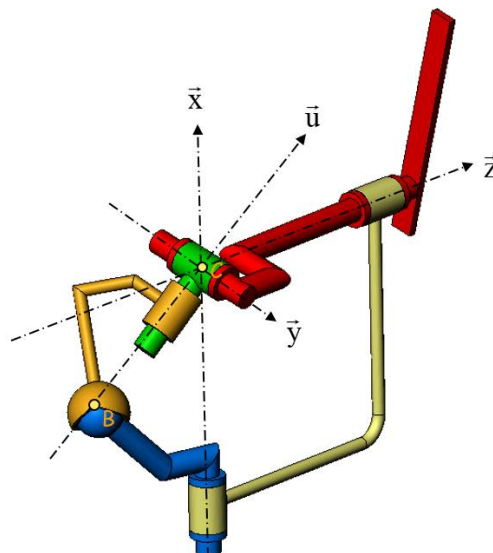


Schéma 3D

Q4 : Etude de l'isostatisme de I-7-6-3-2-1

$$\mathbf{m} - \mathbf{h} = 6\mathbf{n} - \mathbf{N}_s = \mathbf{N}_c - 6\gamma$$

- $m = m_u + m_i = 1$ (mvt de rotation fourni par le moteur (θ)) + 1 (rotation propre de 6 autour de (B, \vec{u}))
- $n = 4$
- $N_s = 3 \cdot 5$ (3 pivots) + 4 (pivot glissant) + 3 (rotule) = 22

D'où $h = 0$ isostatique

Avec la deuxième formule : $N_c = 3 \cdot 1$ (3 pivots) + 2 (pivot glissant) + 3 (rotule) = 8 et $\gamma = 1$

Ce qui donne aussi $h = 0$

Etude de l'isostatisme de I-7-3-2-1

$$\mathbf{m} - \mathbf{h} = 6\mathbf{n} - \mathbf{N}_s = \mathbf{N}_c - 6\gamma$$

- $m = m_u + m_i = 1$ (mvt de rotation fourni par le moteur (θ)) + 0 (plus de pièce 6)
- $n = 3$
- $N_s = 3 \cdot 5$ (3 pivots) + 2 (linéaire annulaire) = 17

D'où $h = 0$ isostatique

la liaison $L_{7/3}$ est dite cinématiquement et statiquement équivalente (même h pour chacun des modèles)

Q5 :

1. Compléter les changements de bases (Zorro) :

$$\begin{array}{ccc} \vec{x} & \xrightarrow{\theta} & \vec{x}_7 \\ \vec{y} & & \vec{y}_7 \\ \vec{z} & & \vec{z}_7 \end{array} \quad \begin{array}{ccc} \vec{x} & & \vec{x}_2 \\ \vec{y} & & \vec{y}_2 \\ \vec{z} & \xrightarrow{\alpha} & \vec{z}_2 \end{array}$$

2. Exprimer \vec{u} dans la base B_7 : $\vec{u} = \cos\beta \vec{x}_7 + \sin\beta \vec{z}_7$

3. Traduire vectoriellement « axe du levier 3 reste dans le plan (\vec{x}_2, \vec{z}_2) lié à l'arbre de sortie » : $\vec{u} \cdot \vec{y}_2 = 0$

$${}_{B_7} \begin{vmatrix} \cos\beta \\ 0 \\ \sin\beta \end{vmatrix} \cdot {}_B \begin{vmatrix} -\sin\alpha \\ \cos\alpha \\ 0 \end{vmatrix} = {}_B \begin{vmatrix} \cos\beta \\ -\sin\beta \sin\theta \\ \sin\beta \cos\theta \end{vmatrix} \cdot {}_B \begin{vmatrix} -\sin\alpha \\ \cos\alpha \\ 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$D'où \quad \cos\beta \sin\alpha + \sin\beta \sin\theta \cos\alpha = 0 \Rightarrow \tan\alpha = -\tan\beta \sin\theta$$

$$Q6 : \omega_{2/1}(\theta) = \dot{\alpha} = -\tan\beta \cdot \frac{\dot{\theta} \cos\theta}{1 + \tan^2\beta \sin^2\theta} = -\frac{\dot{\theta} \cos\theta}{1 + \sin^2\theta}$$

$$\omega_{2/1}(\theta) = -\frac{\dot{\theta} \cos\theta}{1 + \sin^2\theta} \quad \text{pour } \beta = 45^\circ$$

