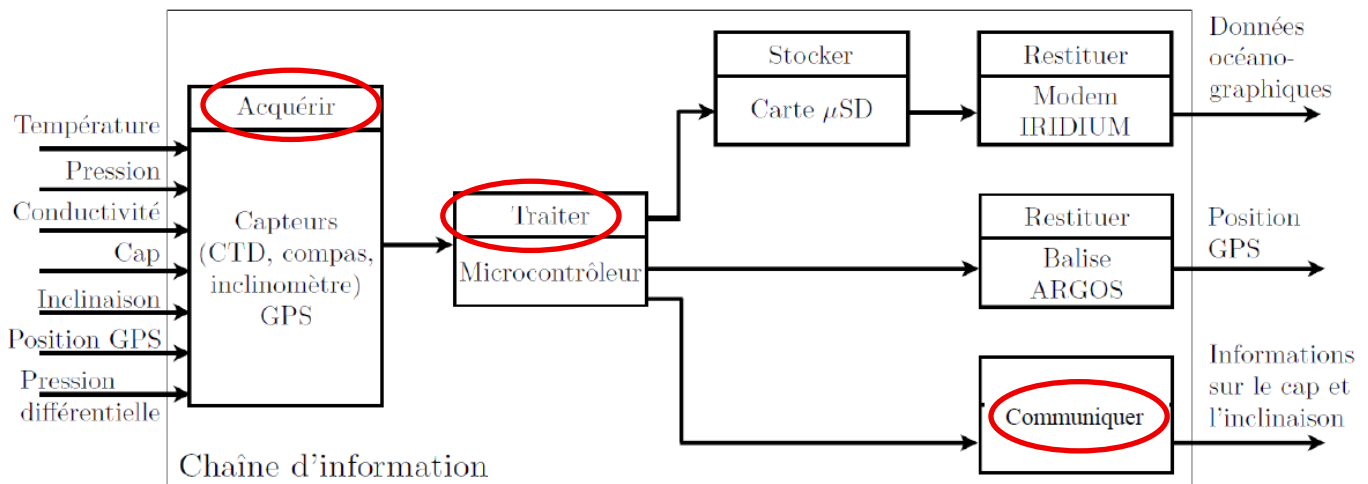


Problème N°1 : Hydroplaneur

Q1 et Q2 :



Q3 : Lors de la phase de plongée, les réservoirs sont remplis d'huile. Lors de la phase de remontée, ce sont les ballasts.

Q4 : Le cahier des charges impose un minimum de 500 cycles en autonomie et une durée de cycle maximale de 11h. On a donc une autonomie recherchée de 5500 heures.

Q5. Sur un cycle, on calcule une dépense énergétique $E_d = \frac{199+7000+9100}{3600} + \frac{72}{30} = 6.93 \text{ W.h}$

Q6. On calcule tout d'abord l'énergie stockée dans une cellule en relevant les informations dans le bdd :

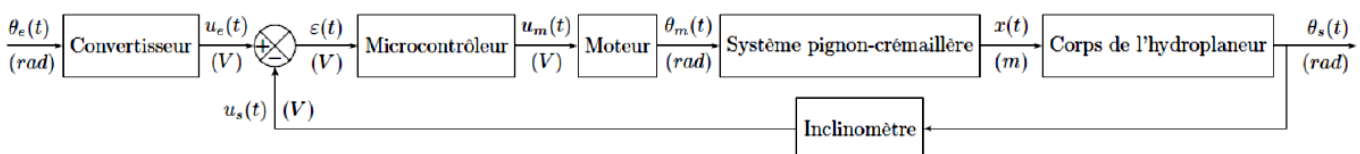
$$E_c = 20 * 3,9 = 78 \text{ W.h}$$

En multipliant celle-ci par le nombre de cellules, on obtient une énergie disponible de : $52 * E_c = 4056 \text{ W.h}$

Cela permet d'effectuer : $\frac{52.E_c}{E_d} = 585 \text{ cycles}$

Le cahier des charges stipule un nombre minimum de 500 cycles ; il est donc respecté.

Q7. A partir du texte descriptif, on construit le schéma-blocs fonctionnel suivant :



Q8. On peut parler de système asservi car il existe une boucle de retour (munie d'un capteur) et un écart est généré.

$$Q9. C_m(p) = J_{eq} \cdot p \cdot \Omega_m(p) \quad (1) \quad U_m(p) = E(p) + R \cdot I(p) \quad (2) \quad C_m(p) = k_c \cdot I(p) \quad (3) \quad E(p) = k_e \cdot \Omega_m(p)$$

Détail du calcul : On garde l'équation(é) comme équation de référence puisque c'est la seule à faire intervenir l'entrée (tension aux bornes du moteur U_m). On remplace dans cette équation $E(p)$ par son expression en fonction de $\Omega_m(p)$ (Eq 4).

D'où $U_m(p) = k_e \Omega_m(p) + R I(p)$. On exprime ensuite $I(p)$ en fonction de $C_m(p)$ (Eq 3), puis en fonction de $\Omega_m(p)$ en utilisant l'Eq 1.

$$\text{Cela donne : } U_m(p) = k_e \Omega_m(p) + \frac{R}{k_c} J_{eq} p \Omega_m(p) = (k_e + \frac{R}{k_c} J_{eq} p) \Omega_m(p)$$

D'où la fonction de transfert du moteur ayant comme entrée la tension à ses bornes et comme sortie la vitesse de rotation de l'arbre moteur (ce qu'on appelle le rotor) : $H_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{1}{k_e + \frac{R}{k_c} J_{eq} p}$

$$Q11. H_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{\frac{1}{k_e}}{1 + R \cdot \frac{J_{eq}}{k_c \cdot k_e} \cdot p} = \frac{K_m}{1 + \tau_m \cdot p} \quad \text{d'où : } K_m = \frac{1}{k_e} = 47.6 \text{ rad.s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1} \text{ et}$$

Unité de $\tau_m = \left[\frac{\Omega \cdot \text{kg.m}^2}{\text{N.m.A}^{-1} \cdot \text{V.s}} \right]$ or $u = R.i$ (loi d'Ohm) donc $\Omega = \frac{V}{A}$
 et $F = ma$ (loi de Newton) donc $N = \text{kg.m.s}^{-2}$
 Ce qui donne : $\tau_m = \left[\frac{\text{V} \cdot \text{kg.m}^2}{\text{A} \cdot \text{kg.m.s}^{-2} \cdot \text{m.A}^{-1} \cdot \text{V.s}} \right] = [\text{s}]$

$$\tau_m = \frac{R J_{eq}}{k_c \cdot k_e} = 2.49 \text{ s}$$

Q12 : La vitesse angulaire est la dérivée de la position angulaire : $\omega_m(t) = \frac{d}{dt} \theta_m(t)$ d'où $\Omega_m(p) = p \cdot \theta_m(p)$

On en déduit : $\frac{\theta_m(p)}{\Omega_m(p)} = \frac{1}{p}$. C'est une intégration.

Précisions à retenir : pour un mouvement de translation, on écrit souvent $\text{vitesse} = \frac{\text{distance parcourue}}{\text{laps de temps écoulé}} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$.

Modèle cinématique valable si la vitesse est constante (exemple d'une voiture qui roule sur l'autoroute à 130 km/h). Pour décrire la relation entre la vitesse et la position lors d'un mouvement à vitesse non constante, on passe en variation infinitésimale (passage de Δt et Δx à dt et dx) (exemple d'un véhicule qui démarre au feu). On rejoint la notion de dérivée des mathématiques.

$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{t+\Delta t - t} = \frac{dx(t)}{dt} \quad (dt = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Delta t \text{ c'est le « h » des mathématiques})$$

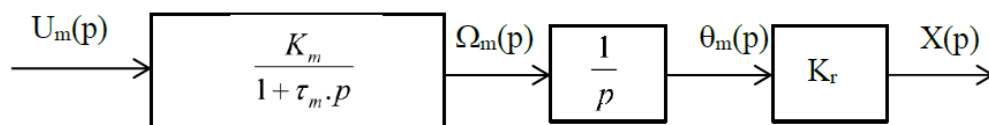
La vitesse de translation linéaire en m/s est $v(t)$. La position linéaire en m est $x(t)$.

C'est la même chose en rotation : la vitesse de rotation en rad/s $\Omega(t)$ est la dérivée de la position angulaire en rad $\theta(t)$.

Pour passer de la vitesse à la position, il faut donc faire l'opération inverse de la dérivation. C'est l'intégration.

Avec Laplace, dériver revient à multiplier par p et intégrer revient à diviser par p

Q13.



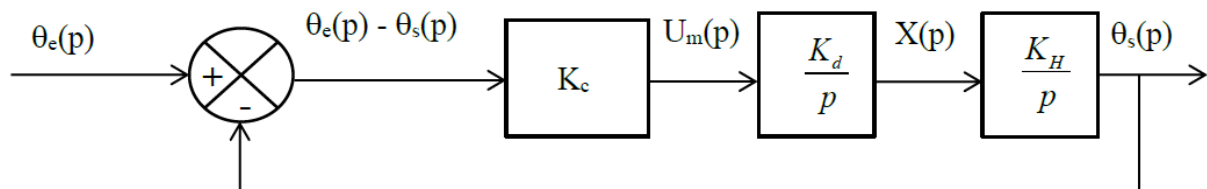
On en déduit : $\frac{X(p)}{U_m(p)} = \frac{K_m \cdot K_r}{1 + \tau_m \cdot p} \cdot \frac{1}{p}$

Précisions à retenir : $X(p) = K_r \cdot \theta_m(p)$ et $\theta_m(p) = \frac{1}{p} \Omega_m(p)$ donc $X(p) = \frac{K_r}{p} \Omega_m(p)$. Avec Laplace, **les fonctions de transfert se multiplient lorsqu'elles sont en série**. D'où le résultat pour $\frac{X(p)}{U_m(p)}$.

Q14. $K_H = 3 \text{ rad.s}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$. Pente de la droite.

Q15. $pX(p) = K_d \cdot U_m(p) \quad p\theta_s(p) = K_H \cdot X(p) \quad U_m(p) = K_c \cdot (\theta_e(p) - \theta_s(p))$

Q16.



Q17 : **Précisions sur le calcul :**

➤ Soit on traduit le schéma (ou on utilise les équations)

$$\theta_s(p) = \frac{K_H}{p} \cdot \frac{K_d}{p} \cdot K_c \cdot (\theta_e(p) - \theta_s(p)) = \frac{K_H K_d}{p^2} K_c \theta_e(p) - \frac{K_H K_d}{p^2} K_c \theta_s(p)$$

En ramenant le dernier terme à gauche : $\theta_s(p) + \frac{K_H K_d}{p^2} K_c \theta_s(p) = \frac{K_H K_d}{p^2} K_c \theta_e(p)$

D'où : $\theta_s(p) \left(1 + \frac{K_H K_d}{p^2} K_c\right) = \frac{K_H K_d}{p^2} K_c \theta_e(p) \Rightarrow \theta_s(p) \left(\frac{p^2}{p^2} + \frac{K_H K_d}{p^2} K_c\right) = \frac{K_H K_d}{p^2} K_c \theta_e(p)$

$\Rightarrow \theta_s(p)(p^2 + K_H K_d K_c) = K_H K_d K_c \theta_e(p) \Rightarrow H(p) = \frac{\theta_s(p)}{\theta_e(p)} = \frac{K_H K_d K_c}{p^2 + K_H K_d K_c} = \frac{1}{\frac{p^2}{K_H K_d K_c} + 1}$

La dernière forme de la fonction de transfert de l'asservissement en angle est la forme canonique. On peut identifier les caractéristiques.

Ordre : 2 Classe : O (puisque 0 n'est pas racine du dénominateur) Gain (statique) : 1

➤ Soit on utilise la formule de **Black (cours page 13)** : On a un système bouclé avec retour sur borne moins du comparateur. La formule s'utilise sans démonstration (écrire Black sur la copie) et permet d'avoir directement le résultat de la Fonction de Transfert en Boucle Fermée (on verra plus tard ce qu'on appelle une fonction de transfert en boucle ouverte).

$$H(p) = \frac{\theta_s(p)}{\theta_e(p)} = \frac{"H(p)"}{1 + "G(p)" "H(p)"} = \frac{FT_{chaîne directe}}{1 + FT_{chaîne retour} * FT_{chaîne directe}}$$

où H(p) est la fonction de transfert de la chaîne directe et G(p) celle de la chaîne de retour (notation du cours).

Ici, cela donne : $FT_{chaîne directe} = \frac{K_H K_d}{p^2} K_c$ et $FT_{chaîne retour} = 1$

$$\Rightarrow H(p) = \frac{\theta_s(p)}{\theta_e(p)} = \frac{\frac{K_H K_d}{p^2} K_c}{1 + \frac{K_H K_d}{p^2} K_c} = \frac{K_H K_d K_c}{p^2 + K_H K_d K_c} = \frac{1}{\frac{p^2}{K_H K_d K_c} + 1} \text{ c'est un peu plus rapide.}$$

Q18 : on cherche à tester théoriquement parlant si l'asservissement que l'on conçoit est stable. On met l'entrée la plus simple qui soit. Une impulsion de Dirac, donc $\theta_e(t) = \delta(t)$.

Consigne en dirac : $\theta_e(p) = 1$ d'où $\theta_s(p) = H(p) \cdot \theta_e(p) = \frac{K_c \cdot K_d \cdot K_H}{p^2 + K_c \cdot K_d \cdot K_H} = \sqrt{K_c \cdot K_d \cdot K_H} \cdot \frac{\sqrt{K_c \cdot K_d \cdot K_H}}{p^2 + K_c \cdot K_d \cdot K_H}$

Par transformée de Laplace inverse : $\theta_s(t) = \sqrt{K_c \cdot K_d \cdot K_H} \cdot \sin\left(\sqrt{K_c \cdot K_d \cdot K_H} \cdot t\right) u(t)$

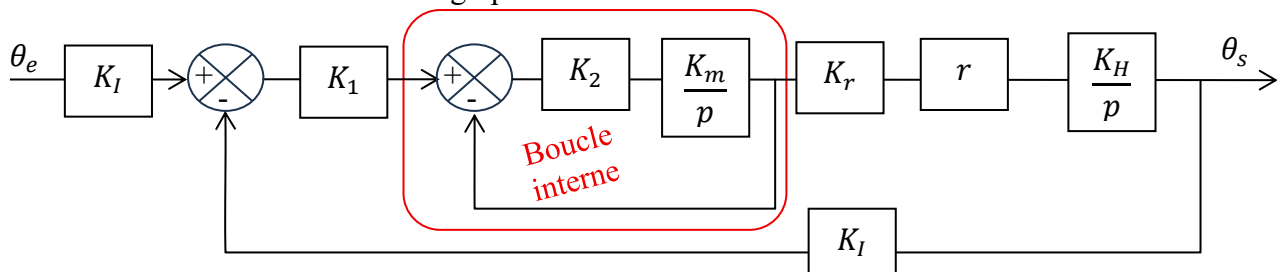
Sinusoïde d'amplitude $\sqrt{K_c \cdot K_d \cdot K_H}$ et de période $\frac{2\pi}{\sqrt{K_c \cdot K_d \cdot K_H}}$.

Q19. La solution est inconditionnellement instable (sauf à prendre $K_c = 0$ mais le système ne serait plus alimenté...).

Q20. $K_I = 3/18 = 1/6$ V/degré = $1/6 \cdot (180/\pi) = 9.55$ V/rad

Q21. sur le schéma : $\varepsilon = K_I (\theta_e(t) - \theta_s(t))$. L'écart est une image proportionnelle à la différence d'angles entre l'entrée et la sortie. Si cette différence est nulle, ε est nul.

Q22 : si on refait le schéma avec le « graphisme » habituel :



Avec Black :

$$\text{FT de la boucle interne : } \frac{\frac{K_m \cdot K_2}{p}}{1 + \frac{K_m \cdot K_2}{p}} = \frac{K_m \cdot K_2}{p + K_m \cdot K_2}$$

De nouveau avec Black :

$$\text{Q23. } H(p) = \frac{\theta_s(p)}{\theta_e(p)} = K_I \frac{K_1 \cdot \frac{K_H}{p} \cdot \frac{K_m \cdot K_2}{p + K_m \cdot K_2} \cdot r \cdot K_r}{1 + K_1 \cdot \frac{K_H}{p} \cdot \frac{K_m \cdot K_2}{p + K_m \cdot K_2} \cdot r \cdot K_r \cdot K_I} = \frac{K_I \cdot K_1 \cdot K_2 \cdot K_m \cdot K_H \cdot K_r \cdot r}{p^2 + K_m \cdot K_2 \cdot p + K_I \cdot K_1 \cdot K_2 \cdot K_m \cdot K_H \cdot K_r \cdot r}$$

$$\text{Sous forme canonique : } H(p) = \frac{\theta_s(p)}{\theta_e(p)} = \frac{1}{\frac{1}{K_I \cdot K_1 \cdot K_2 \cdot K_m \cdot K_H \cdot K_r \cdot r} p^2 + \frac{1}{K_I \cdot K_1 \cdot K_H \cdot K_r \cdot r} p + 1}$$

Ordre : 2 classe : 0 gain statique : 1

Q24. Le système est précis : l'écart ε en régime permanent vaut 0 pour les 3 valeurs de K_1 car Gain statique = 1

Le temps de réponse : les 3 valeurs de K_1 sont acceptables ($< 70s$)

- pour $K_1 = 1000$: pas mesurable $> 100s$
- pour $K_1 = 2600$: $tr_{5\%} = 55 s$
- pour $K_1 = 6000$: $tr_{5\%} = 40 s$

La stabilité : pour $K_1 = 6000$ on a dépassement de la valeur asymptotique $(0.6/10) \cdot 100 = 6\%$ ce que n'autorise pas le cahier des charges.

La valeur à choisir est donc $K_1 = 2600$

