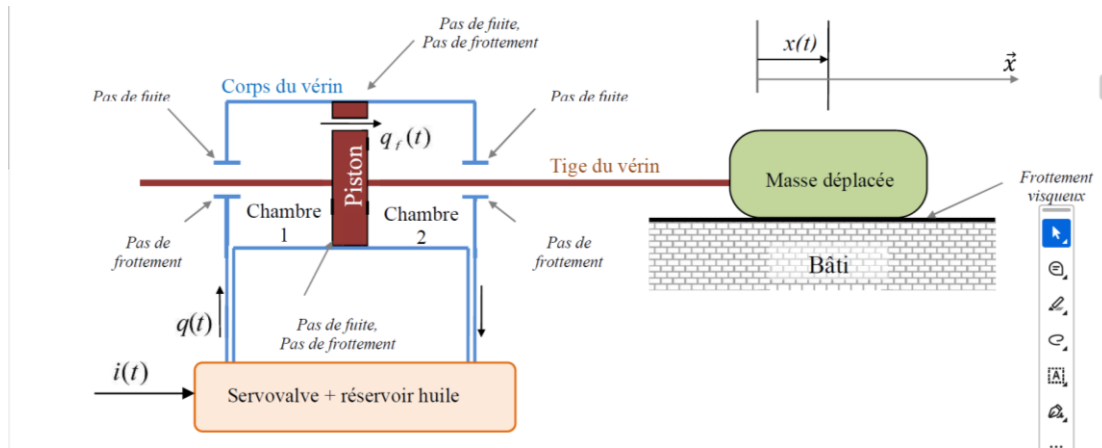


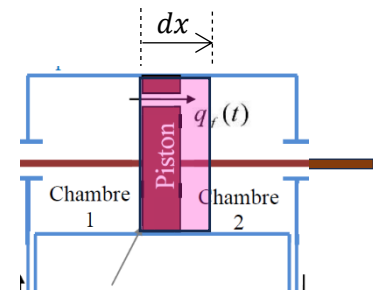
Exercice 6 des exos modélisation SLCI



Q1 : même étude qu'avec le réservoir illustration du cours.

Volume déplacé chambre 1 sur dt : $dV = S_{section} \cdot dx = S \cdot dx$

En divisant par dt : $\frac{dV}{dt} = S \cdot \frac{dx}{dt} = q(t) - q_f(t)$



Q2 : Forces horizontales sur Tige + piston + masse déplacée :

Forces de pression : $\overrightarrow{F_{fluide\ ch1 \rightarrow piston}} = \overrightarrow{F_1} = p_1 \cdot S \cdot \vec{x}$ et $\overrightarrow{F_{fluide\ ch2 \rightarrow piston}} = \overrightarrow{F_2} = -p_2 \cdot S \cdot \vec{x}$

Frottement Bâti/masse : $\overrightarrow{F_{frott\ bâti \rightarrow masse}} = -\mu \cdot \frac{dx(t)}{dt} \vec{x}$ $1Pa = \frac{N}{m^2}$ $1bar = \frac{daN}{cm^2} = 10^5 Pa$

Q3 : « Résultante de l'action mécanique globale du fluide sur le piston » :

c'est $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} = (p_1 - p_2) \cdot S \cdot \vec{x} = \frac{q_f(t)}{R} \cdot S \cdot \vec{x}$

Q4 : « Principe Fondamental de la Dynamique en résultante » :

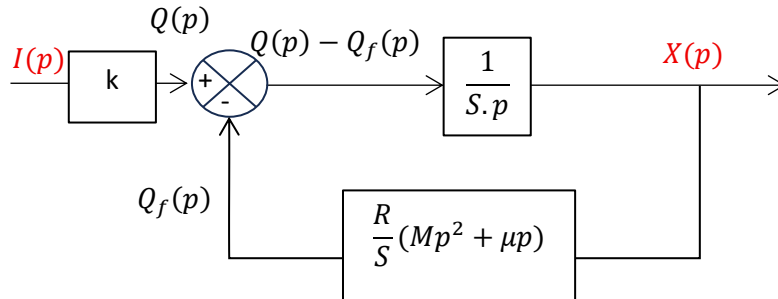
C'est « $\sum \overrightarrow{Forces} = M_{asse} \cdot \overrightarrow{accélération}$ » dans la direction horizontale.

Cela donne ici : $\frac{q_f(t)}{R} \cdot S - \mu \cdot \frac{dx(t)}{dt} = M \frac{d^2x(t)}{dt^2}$

Q5 : On transforme par Laplace. Cela donne :

- $q(t) = k \cdot i(t) \rightarrow Q(p) = k \cdot I(p)$
- $S \cdot \frac{dx}{dt} = q(t) - q_f(t) \rightarrow S p X(p) = Q(p) - Q_f(p) \Rightarrow X(p) = \frac{1}{S p} Q(p) - Q_f(p)$
- $\frac{q_f(t)}{R} \cdot S - \mu \cdot \frac{dx(t)}{dt} = M \frac{d^2 x(t)}{dt^2} \rightarrow Q_f(p) \frac{S}{R} = (M p^2 + \mu p) X(p)$

Q6 :



Q7 : Avec Black : $H(p) = \frac{X(p)}{I(p)} = \frac{k \cdot \frac{1}{S p}}{1 + \frac{1}{S p} \cdot \frac{R}{S} (M p^2 + \mu p)} = \frac{k S}{S^2 p + R M p^2 + R \mu p} = \frac{k S}{((S^2 + \mu R) p + R M p^2)}$

$$H(p) = \frac{X(p)}{I(p)} = \frac{k}{2S} \frac{1}{p(1 + \frac{RM}{2S^2} p)} \quad \text{ordre 2 classe 1 gain } K = \frac{k}{2S}$$

Unité constante de temps : $\tau = \frac{RM}{2S^2} = \frac{[m^4 m kg]}{[N s m^4]} = \frac{[m^4 m kg]}{[kg ms^{-2} s m^4]} = [s]$

Q7 : vitesse stabilisée : $\dot{x}(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{dx(t)}{dt} = \lim_{p \rightarrow 0} p(pX(p)) = \lim_{p \rightarrow 0} p \left(p \frac{K}{p(1 + \tau p)} \cdot \frac{i_0}{p} \right) = K i_0$

Entrée $i(t) = i_0 u(t)$
donc $I(p) = \frac{i_0}{p}$

$$\dot{x}(0) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{dx(t)}{dt} = \lim_{p \rightarrow \infty} p(pX(p)) = \lim_{p \rightarrow \infty} p \left(p \frac{K}{p(1 + \tau p)} \cdot \frac{i_0}{p} \right) = 0$$

$$\ddot{x}(0) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = \lim_{p \rightarrow \infty} p(p^2 X(p)) = \lim_{p \rightarrow \infty} p \left(p^2 \frac{K}{p(1 + \tau p)} \cdot \frac{i_0}{p} \right) = \frac{K i_0}{\tau}$$