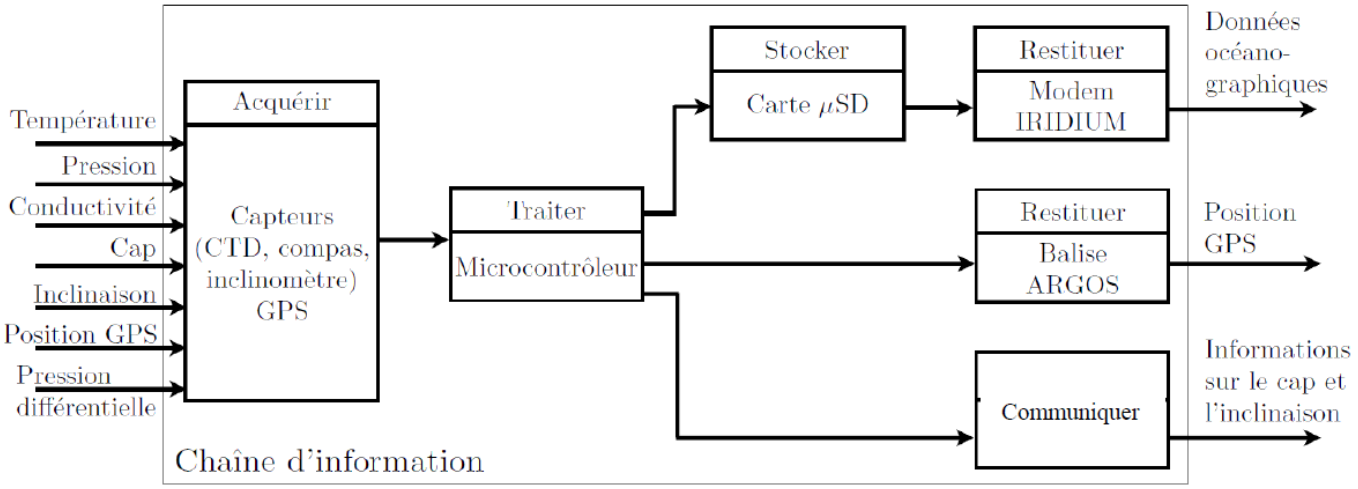
Problème N°1 : Hydroplaneur

Q1 et Q2 :



Q3 : Lors de la phase de plongée, les réservoirs sont emplis d'huile. Lors de la phase de remontée, ce sont les ballasts.

Q4 : Le cahier des charges impose un minimum de 500 cycles en autonomie et une durée de cycle maximale de 11h. On a donc une autonomie recherchée de 5500 heures.

Q5. Sur un cycle, on calcule une dépense énergétique $E_d = \frac{199+7000+9100}{3600} + \frac{72}{30} = 6.93\ W.h$

Q6. On calcule tout d'abord l'énergie stockée dans une cellule en relevant les informations dans le bdd :

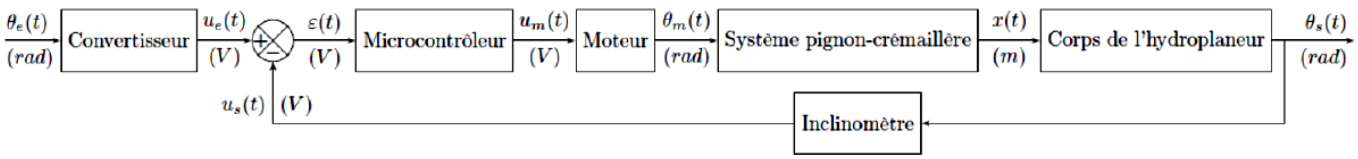
Ec = 20 * 3,9 = 78W.h

En multipliant celle-ci par le nombre de cellules, on obtient une énergie disponible de : 52*Ec = 4056W.h

Cela permet d'effectuer : $\frac{52.E_c}{Ed} = 585\ cycles$

Le cahier des charges stipule un nombre minimum de 500 cycles ; il est donc respecté.

Q7. A partir du texte descriptif, on construit le schéma-blocs fonctionnel suivant :



Q8. On peut parler de système asservi car il existe une boucle de retour (munie d'un capteur) et un écart est généré.

Q9. $C_m(p) = J_{eq}.p.\Omega_m(p)$ (1) $\quad U_m(p) = E(p) + R.I(p)$ (2) $\quad C_m(p) = k_c.I(p)$ (3) $\quad E(p) = k_e.\Omega_m(p)$

Q10. $U_m(p) = k_e.\Omega_m(p) + R.\frac{J_{eq}}{k_c}.p\,\Omega_m(p)$ $\quad$ d'où $H_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{1}{k_e. + R.\frac{J_{eq}}{k_c}.p}$

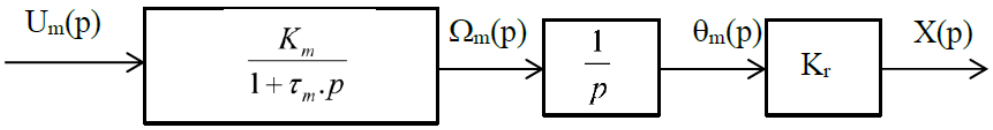
Q11. $H_m(p)=\dfrac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}=\dfrac{\dfrac{1}{k_e}}{1+R.\dfrac{J_{eq}}{k_c.k_e}.p}=\dfrac{K_m}{1+\tau_m.p}$ d'où : $K_m=\dfrac{1}{k_e}=47.6\ rad.s^{-1}.V^{-1}$ et

$\tau_m=\dfrac{RJ_{eq}}{k_c.k_e}=2.49\ s$

Q12 : La vitesse angulaire est la dérivée de la position angulaire : $\omega_m(t)=\frac{d}{dt}\theta_m(t)$ d'où $\Omega_m(p)=p.\theta_m(p)$

On en déduit : $\dfrac{\theta_m(p)}{\Omega_m(p)}=\dfrac{1}{p}$. C'est une intégration.

Q13.

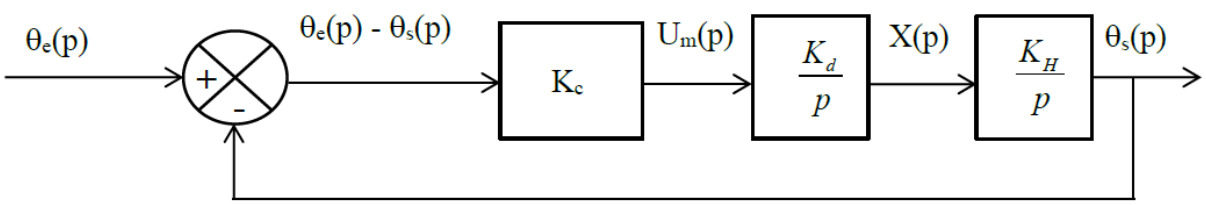


On en déduit : $\dfrac{X(p)}{U_m(p)}=\dfrac{K_m.K_r}{1+\tau_m.p}.\dfrac{1}{p}$

Q14. $K_H=3\ rad.s^{-1}.m^{-1}$. Pente de la droite.

Q15. $pX(p)=K_d.U_m(p)$ $p\theta_s(p)=K_H.X(p)$ $U_m(p)=K_c.(\theta_e(p)-\theta_s(p))$

Q16.



Q17. $H(p)=\dfrac{\theta_s(p)}{\theta_e(p)}=\dfrac{K_c.K_d.K_H}{p^2+K_c.K_d.K_H}=\dfrac{1}{\dfrac{p^2}{K_c.K_d.K_H}+1}$ ordre : 2 classe : 0 gain statique : 1

Q18. Consigne en dirac : $\theta_e(p)=1$ d'où $\theta_s(p)=H(p).\theta_e(p)=\dfrac{K_c.K_d.K_H}{p^2+K_c.K_d.K_H}=\sqrt{K_c.K_d.K_H}.\dfrac{\sqrt{K_c.K_d.K_H}}{p^2+K_c.K_d.K_H}$

Par transformée de Laplace inverse : $\theta_s(t)=\sqrt{K_c.K_d.K_H}.\sin\left((\sqrt{K_c.K_d.K_H}).t\right)u(t)$
Sinusoïde d'amplitude $\sqrt{K_c.K_d.K_H}$ et de période $\frac{2\pi}{\sqrt{K_c.K_d.K_H}}$.

Q19. La solution est inconditionnellement instable (sauf à prendre *Kc* = 0 mais le système ne serait plus alimenté…).

Q20.K_I = 3/18 = 1/6 V/degré = 1/6*(180/π) = 9.55 V/rad

Q21.sur le schéma : $\varepsilon = K_I(\theta_e(t)-\theta_s(t))$. L'écart est une image proportionnelle à la différence d'angles entre l'entrée et la sortie. Si cette différence est nulle, ε est nul.

Q22. FT de la boucle interne : $\dfrac{\dfrac{K_m.K_2}{p}}{1+\dfrac{K_m.K_2}{p}}=\dfrac{K_m.K_2}{p+K_m.K_2}$

Q23. $$H(p)=\frac{\theta_s(p)}{\theta_e(p)}=K_I\frac{K_1.\frac{K_H}{p}\frac{K_m.K_2}{p+K_m.K_2}.r.K_r}{1+K_1.\frac{K_H}{p}\frac{K_m.K_2}{p+K_m.K_2}.r.K_r.K_I}=\frac{K_I.K_1.K_2.K_m.K_H.K_r.r}{p^2+K_m.K_2.p+K_I.K_1.K_2.K_m.K_H.K_r.r}$$

Sous forme canonique : $$H(p)=\frac{\theta_s(p)}{\theta_e(p)}=\frac{1}{\frac{1}{K_I.K_1.K_2.K_m.K_H.K_r.r}p^2+\frac{1}{K_I.K_1.K_H.K_r.r}p+1}$$

Ordre : 2 classe : 0 gain statique : 1

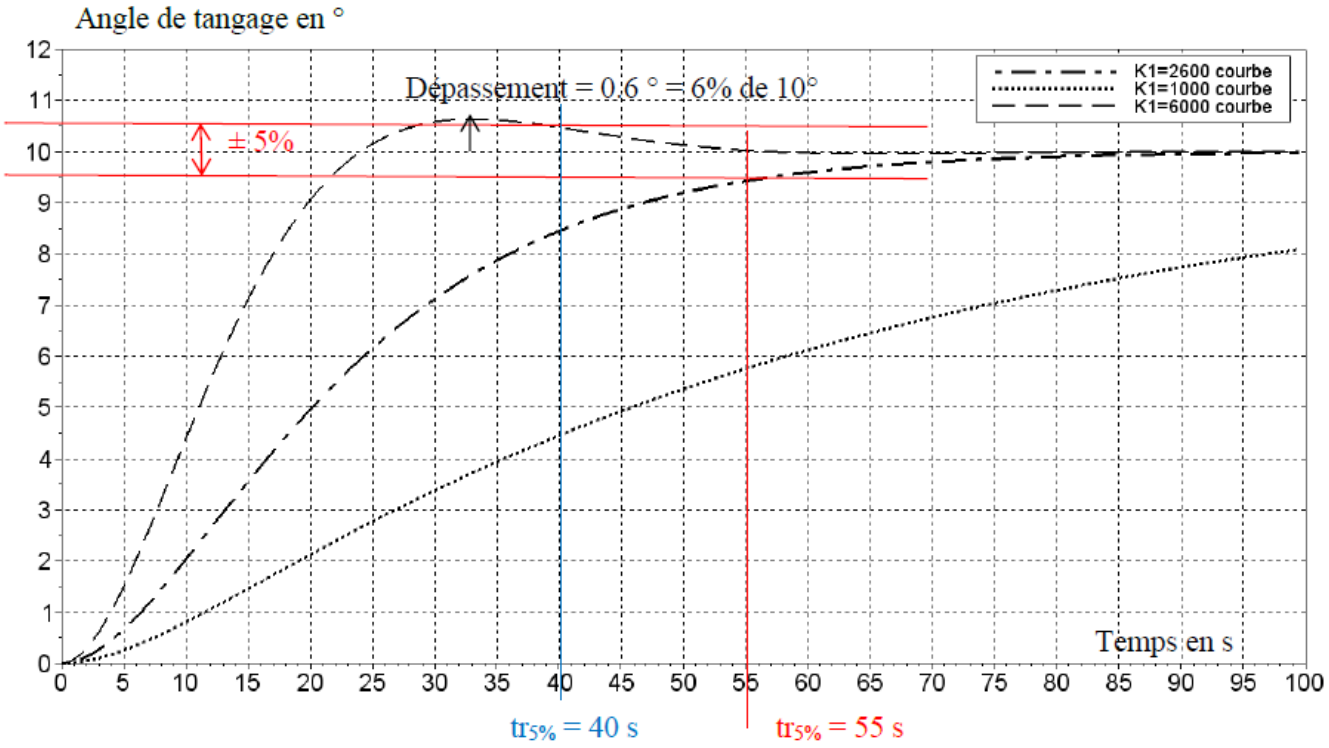
Q24. Le système est précis : l'écart ε en régime permanent vaut 0 pour les 3 valeurs de K_1 car Gain statique =1

Le temps de réponse : les 3 valeurs de K_1 sont acceptables (< 70s)

- pour K_1 = 1000 : pas mesurable >100s
- pour K_1 = 2600 : $tr_{5\%}$ = 55 s
- pour K_1 = 6000 : $tr_{5\%}$ = 40 s

La stabilité : pour K_1 = 6000 on a dépassement de la valeur asymptotique (0.6/10)*100 = 6% ce que n'autorise pas le cahier des charges.

La valeur à choisir est donc K_1 = 2600



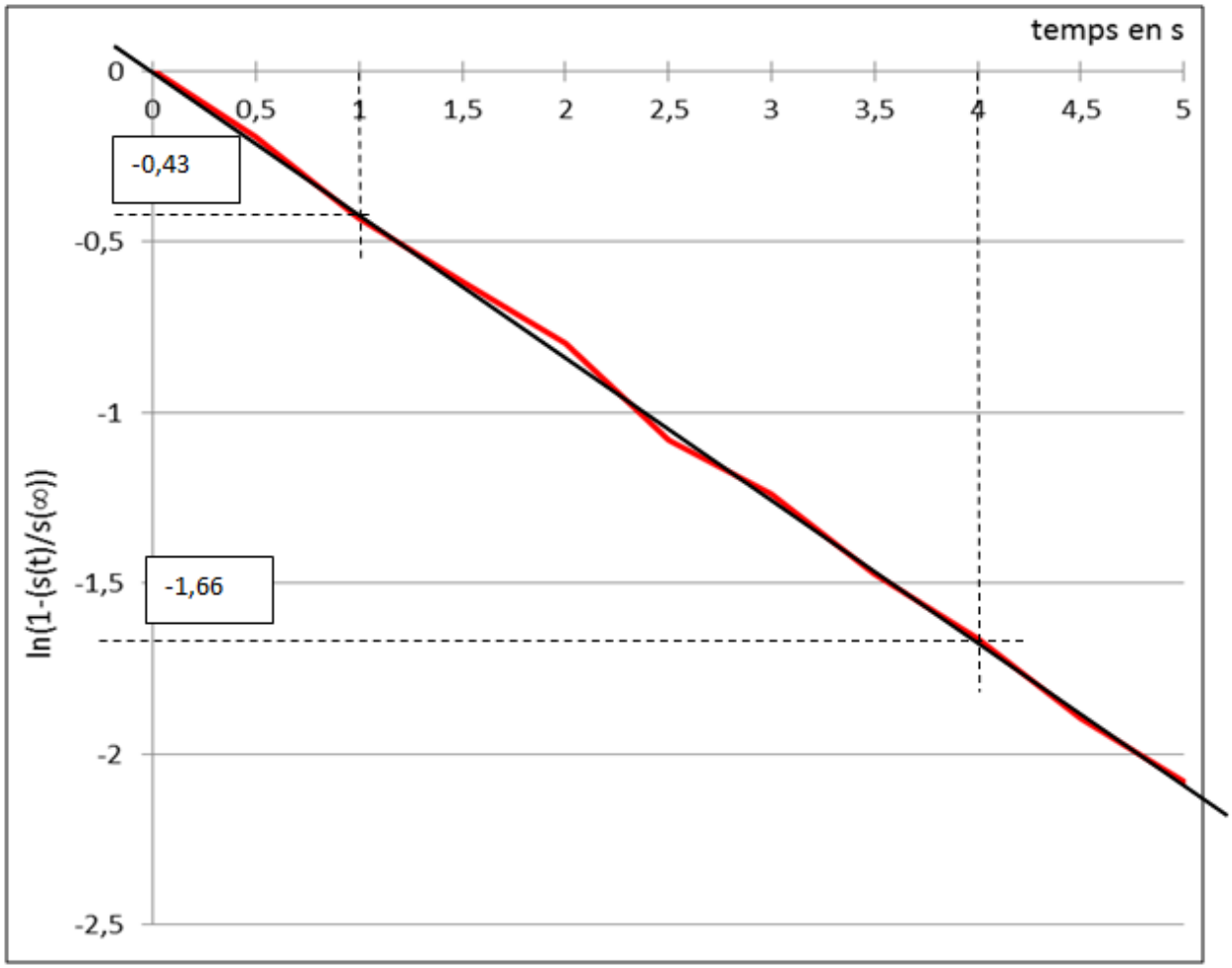
Problème N°2: Etude de la mise en température d'un procédé de chauffe

Q1 : $E(p) = \frac{1}{p} \Rightarrow S(p) = \frac{K}{1+\tau p} \cdot \frac{1}{p}$

$$S(p) = \frac{A}{p} + \frac{B}{1+\tau p} = \frac{K}{p} - \frac{\tau K}{1+\tau p} = K\left(\frac{1}{p} - \frac{1}{p+\frac{1}{\tau}}\right) \xrightarrow{L^{-1}} s(t) = K\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) u(t)$$

$$\textbf{Q2 :} \ln\left(1-\frac{s(t)}{s(\infty)}\right) = \ln\left(1-\frac{K(1-e^{-\frac{t}{\tau}})}{K}\right) = \ln\left(1-1+e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = -\frac{t}{\tau}$$

Q3 : on détermine graphiquement la pente de la droite de régression : elle vaut $-1/\tau = (-1.66+0.43)/(4-1) = -0.41$
D'où $\tau = 2.4$ s



Q4 :

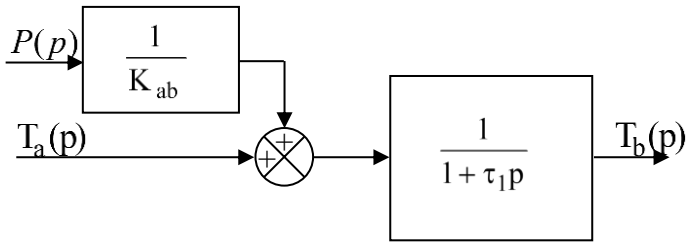
① : $m_b c_b\, pT_b(p) + K_{ab}\left[T_b(p) - T_a(p)\right] = P(p)$

② : $m_a c_a\, pT_a(p) + K_{ae}\left[T_a(p) - T_e(p)\right] = K_{ab}\left[T_b(p) - T_a(p)\right]$

③ : $m_e c_e\, pT_e(p) + K_{ae}\left[T_e(p) - T_{ext}(p)\right] = K_{ae}\left[T_a(p) - T_e(p)\right]$

Q5 :

$$T_b(p) = \frac{\frac{1}{K_{ab}}}{1+\frac{m_b c_b}{K_{ab}}p} P(p) + \frac{1}{1+\frac{m_b c_b}{K_{ab}}p} T_a(p)$$



$H_1(p)$: système du 1er ordre

- Gain $K_1 = 1$
- Constante de temps $\tau_1 = \frac{m_b c_b}{K_{ab}}$

$$\tau_1 = \frac{200 \cdot 500}{40} = 2500s \approx 40\,\text{min}$$

Q6 :

$$T_a(p) = \frac{\frac{K_{ae}}{K_{ae}+K_{ab}}}{1+\frac{m_a c_a}{K_{ae}+K_{ab}}p} T_e(p) + \frac{\frac{K_{ab}}{K_{ae}+K_{ab}}}{1+\frac{m_a c_a}{K_{ae}+K_{ab}}p} T_b(p)$$

$H_3(p)$: système du 1er ordre

Gain $K_3 = \frac{K_{ae}}{K_{ae}+K_{ab}}$

Constante de temps

$$\tau_3 = \frac{m_a c_a}{K_{ae}+K_{ab}} = \frac{2 \cdot 700}{400+40} \approx 3s$$

$\tau_3 = 3s$

$H_4(p)$: système du 1er ordre

Gain $K_4 = \frac{K_{ab}}{K_{ae}+K_{ab}}$

Constante de temps idem $H_3(p)$

$\tau_3 = 3s$

Q7 :

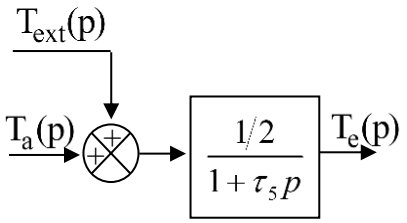
$$T_e(p) = \frac{1/2}{1+\frac{m_e c_e}{2K_{ae}}p} \left[T_{ext}(p) + T_a(p)\right]$$

système du 1er ordre

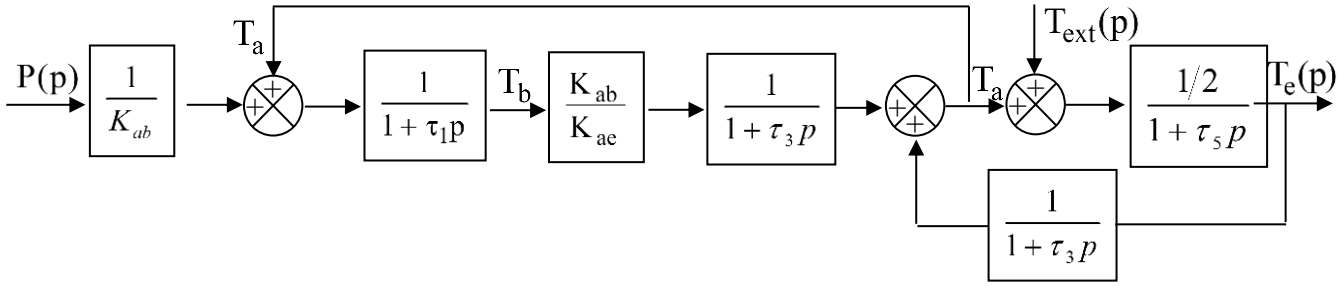
Gain $\frac{1}{2}$

Constante de temps $\tau_5 = \frac{m_e c_e}{2K_{ae}} = \frac{50 \cdot 4000}{2 \cdot 400} = 250s$

Schéma bloc :

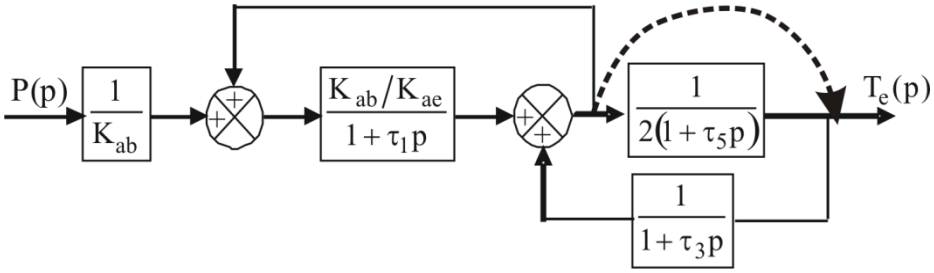


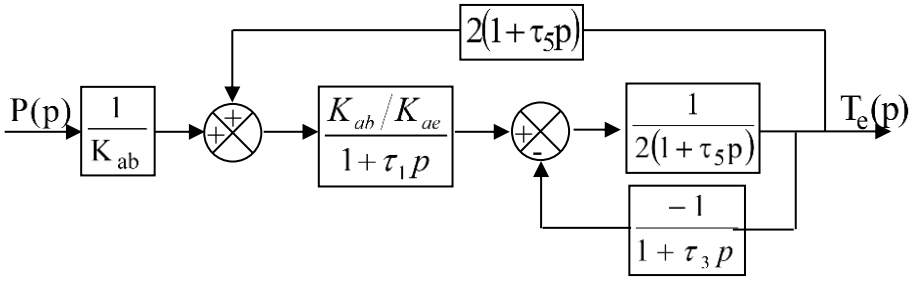
Q8 :

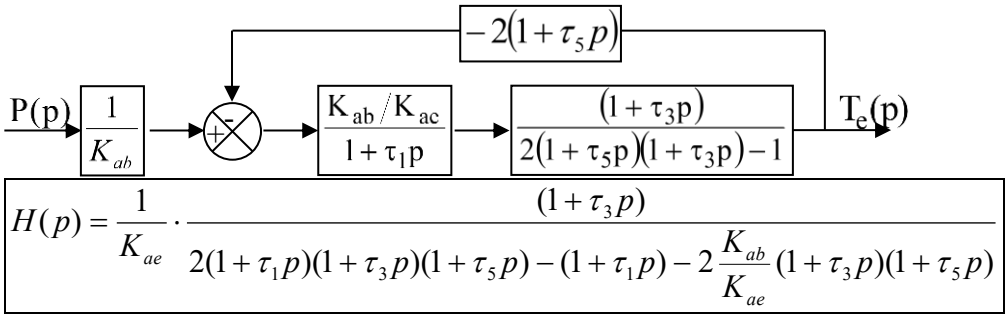


Q9 :

Par manipulation du schéma-bloc :







$$H(p)=\frac{1}{K_{ae}}\cdot\frac{(1+\tau_3 p)}{2(1+\tau_1 p)(1+\tau_3 p)(1+\tau_5 p)-(1+\tau_1 p)-2\frac{K_{ab}}{K_{ae}}(1+\tau_3 p)(1+\tau_5 p)}$$

Q10 :

Entrée échelon de puissance $P(p)=\frac{P_0}{p}$ d'où $T_e(p)=\frac{P_0}{p}\cdot\frac{1}{400(1+2500\,p)(1+500\,p)}$

D'après le théorème de la valeur initiale :

$\theta_e(0)=\lim_{p\to\infty} pT_e(p)=0\,°\text{C}$;

$\theta'_e(0)=\lim_{p\to\infty} p^2T_e(p)=0\,°\text{C/s}$

D'après le théorème de la valeur finale :

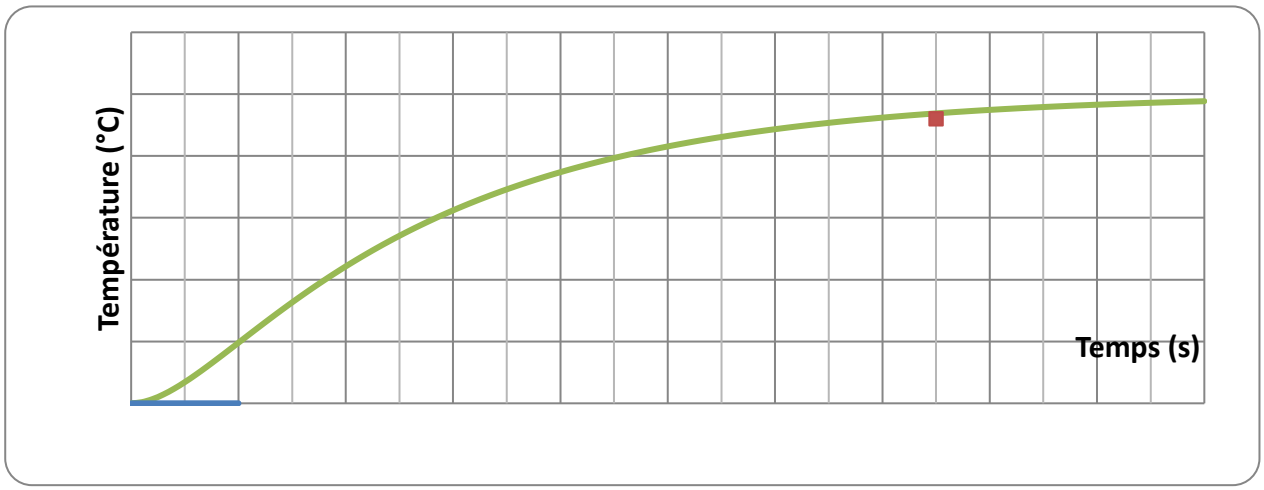
$\theta_e(\infty)=\lim_{p\to 0} pT_e(p)=\frac{10^4}{400}=25°C$;

$\theta'_e(\infty)=\lim_{p\to 0} p^2T_e(p)=0\,°\text{C/s}$ asymptote horizontale

valeur initiale nulle, tangente horizontale à l'origine, valeur en régime permanent $\frac{10^4}{400}=25°C$.

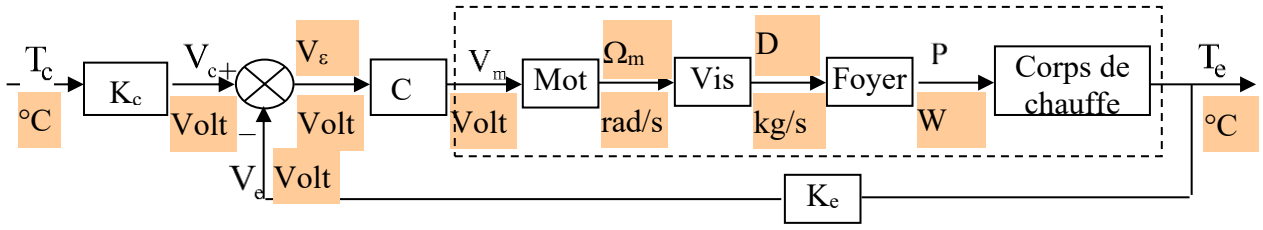
Q11 :

On connait la valeur et la pente à l'origine, l'asymptote en régime permanent est horizontale à $25°C$, C'est la réponse indicielle d'un second ordre en régime amorti.



Q12 : les constantes de temps qui apparaissent dans la fonction de transfert du corps de chauffe sont beaucoup plus grandes que la constante de temps du capteur. On a vu que le temps de réponse pour un 1er ordre vaut 3 fois la constante de temps. Ce qui signifie que la réactivité du capteur est beaucoup plus grande que celle du corps de chauffe. On peut donc la négliger (cette hypothèse est très générale dans la modélisation des systèmes bouclés). La fonction de transfert du capteur se limite donc à son gain statique. Ici Kc. Remarque : dans la première partie on étudie le capteur avec un module de conversion pour l'affichage de la température mesurée. Ce module est étalonné pour que la température affichée soit la température réelle. Ce n'est plus le cas ici. Le module de conversion pour l'affichage est retiré.

Q13 :



Réponse Q14 : $H_G(p)=\dfrac{T_e(p)}{T_c(p)}=K_c\dfrac{C\,H_{MC}(p)}{1+C\,H_{MC}(p)K_e}=K_c\dfrac{\dfrac{C\,K_{MC}}{(1+\tau_A p)(1+\tau_B p)}}{1+\dfrac{C\,K_{MC}K_e}{(1+\tau_A p)(1+\tau_B p)}}$

$$\boxed{H_G(p)=\dfrac{\dfrac{C\,K_{MC}K_c}{1+C\,K_{MC}K_e}}{1+\dfrac{\tau_A+\tau_B}{1+C\,K_{MC}K_e}p+\dfrac{\tau_A\tau_B}{1+C\,K_{MC}K_e}p^2}}$$

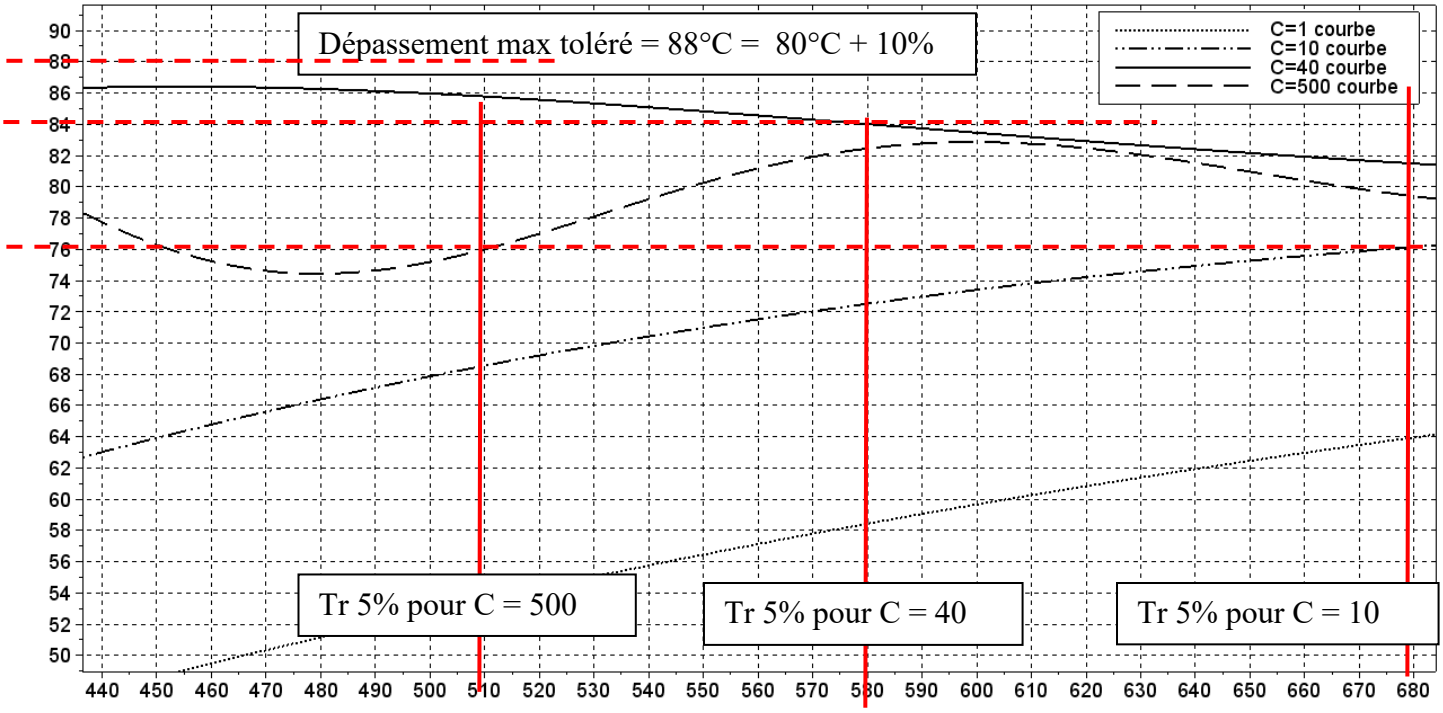
Q15 : Pour une entrée de type échelon $\theta_c(t)=\theta_{c0}$, $T_c(p)=\dfrac{\theta_{c0}}{p}$:

$$\boxed{\lim_{t\to\infty}\theta_e(t)=\lim_{p\to 0}pT_e(p)=\dfrac{C\,K_{MC}K_c}{1+C\,K_{MC}K_e}\theta_{c0}}$$

Q16 : $\lim_{t\to\infty}\left(\theta_{c0}-\theta_e(t)\right)=\theta_{c0}\left(1-\dfrac{C\,K_{MC}K_c}{1+C\,K_{MC}K_e}\right)$

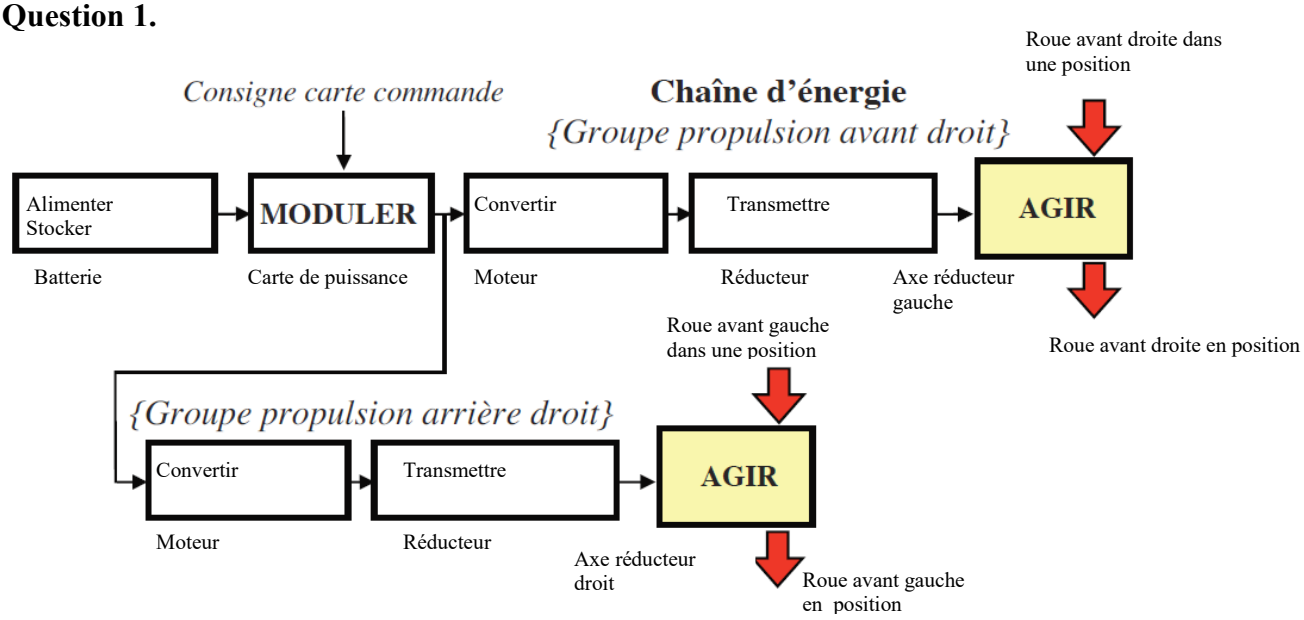
Q17 : pour avoir un écart statique nul, il faut : $\dfrac{C\,K_{MC}K_c}{1+C\,K_{MC}K_e}=1$ D'où : $\boxed{K_c=\dfrac{1+C\,K_{MC}K_e}{C\,K_{MC}}}$

Q18 :bilan des performances
Le système est précis : l'écart en régime permanent vaut 0 pour les 4 valeurs de C grâce à Kc. On retrouve sur le schéma le résultat de la question 13…
Le temps de réponse : on élimine C = 1 et 10. pour C = 500 : $tr_{5\%}$ = 510 s, pour C = 40 : $tr_{5\%}$ = 580 s, pour C = 1 : $tr_{5\%}$ > 900 s, pour C = 10 : $tr_{5\%}$ = 680 s
La stabilité : pour C = 500 on a dépassement de la valeur asymptotique (120-80 = 50% de 80°C >10% de 80°C) ce que n'autorise pas le cahier des charges.
La valeur à choisir est donc C = 40



Problème N°3 : robot de maraîchage

Question 1.



Question 2.

Valeur de l'échelon : 15V

Valeur de ω_g en régime permanent : 98 rad.s^{-1}

On en déduit :

$$K_g = \frac{98}{15} = 6,5\, rad.s^{1}.V^{-1}$$

Constante de temps : 0.3s car temps de réponse à 5% ≈0.9s ≈3τ

D'où :

$$H_g(p) = \frac{\Omega_g(p)}{U_g(p)} = \frac{6,5}{1+0,3p}$$

Même chose pour $H_d(p)$

On peut en déduire :

$$H_1(p)=\frac{\Omega_d(p)-\Omega_g(p)}{U_d(p)-U_g(p)}=\frac{\frac{6,5}{1+0,3p}U_d(p)-\frac{6,5}{1+0,3p}U_g(p)}{U_d(p)-U_g(p)}$$

$$H_1(p)=\frac{6,5}{1+0,3p}$$

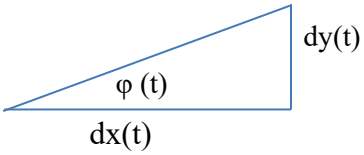
Question 3.

À partir de la question précédente, on peut écrire : $\omega_d=\frac{V+e\dot{\varphi}}{r}$ et $\omega_g=\frac{V-e\dot{\varphi}}{r}$

On en déduit : $\Delta\omega=\omega_d-\omega_g=\frac{V+e\dot{\varphi}}{r}-\frac{V-e\dot{\varphi}}{r}$ $\Delta\omega=\frac{2e}{r}\dot{\varphi}=\frac{2e}{r}\frac{d\varphi}{dt}$

$H_{21}(p)=\frac{\Phi(p)}{\Delta\Omega(p)}=\frac{r}{2ep}$ (Condition initiale nulle)

Question 4.



$\tan\varphi(t)=\frac{dy(t)}{dx(t)}$ *si* φ *est petit* $\tan\varphi(t)=\varphi(t)$ $d'où\ \varphi(t)=\frac{dy(t)}{dx(t)}=\frac{dy(t)}{dt}.\frac{dt}{dx(t)}$

$\frac{dy(t)}{dt}=\varphi(t)\frac{dx(t)}{dt}$ $\dot{y}(t)=\varphi(t)\dot{x}(t)=\varphi(t)V$

Question 5.

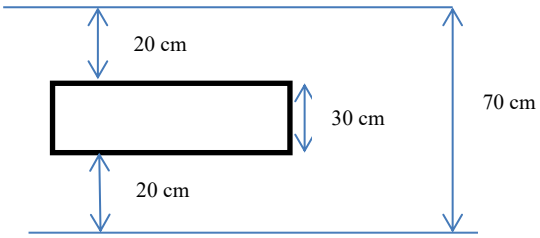
D'après la question précédente : $H_{22}(p)=\frac{Y(p)}{\Phi(p)}=\frac{V}{p}$ (condition initiale nulle)

On en déduit :

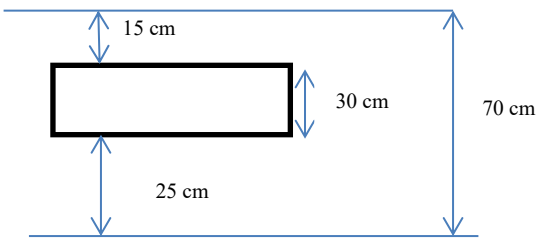
$$H_2(p)=H_{21}(p)H_{22}(p)=\frac{r}{2ep}\frac{V}{p}=\frac{rV}{2ep^2}$$

Question 6.

Si le robot est centré
D'après la courbe de la figure 10, on en déduit
$U_{cap\text{-}0}$=1,3V



Si le robot est décalé vers la gauche de 5 cm (y(t) positif par rapport à la ligne moyenne)
D'après la courbe de la figure 10, $U_{cap\text{-}droit}$=1.1V et $U_{cap\text{-}gauche}$ =1.6V



Question 7.

Autour de ce point de fonctionnement $K_c = \frac{(1.6-1.1)}{0.05} = 10\ V.m^{-1}$

Question 8.

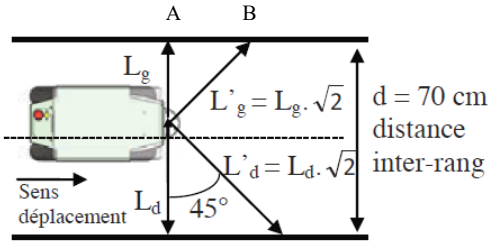
L'utilisation des 2 capteurs à 45° va permettre d'introduire un temps d'avance pour la prise en compte de décalage du robot. Il est ainsi possible de voir à l'avance dans quelle direction le robot se dirige et ainsi de pouvoir corriger la trajectoire au plus tôt.

Question 9.

La distance entre les points A et B vaut Lg. On obtient donc un temps d'avance de $t_g = \frac{L_g}{V}$

De la même manière $t_d = \frac{L_d}{V}$

Si on considère que le robot est centré : $t_g = t_d = \frac{35.10^{-2}}{0.2} = 1.75s$



Question 10.

Le système est stable pour K_{cor} = 0.05 et 0.2

Il est précis (écart nul en régime permanent entre entrée et sortie) pour les mêmes valeurs de K_{cor}

Les temps de réponse à 5% sont de 4.7s pour K_{cor} = 0.2 et 14s pour K_{cor} = 0.05

On choisit la valeur 0.2 pour $K_{cor.}$

l'Id 111 est respectée. Notre étude montre que le système peut être rendu instable par un mauvais choix de gain de correcteur (cela vient de la double intégration en chaîne directe).