

Faire des mathématiques ne se réduit pas simplement à comprendre un problème et à trouver sa solution mais également à l'expliquer à un correcteur. Il peut y avoir une différence de note importante entre un élève qui expose sa pensée clairement et avec rigueur et un élève qui rédige mal.

1 Introduire les variables utilisées

► Dans une conversation de la vie de tous les jours si vous dites : "elles sont allées à la piscine" sans avoir précisé de qui il s'agit, vous risquez de ne pas être compris. En mathématiques, c'est la même chose, il faut définir toutes les notations utilisées. La plupart des démonstrations mathématiques commenceront ainsi, par exemple, par :

- Soit f une fonction croissante de \mathbb{R} dans \mathbb{R}, \dots
- Pour tout $x \in \mathbb{R}, \dots$
- Soit a un entier naturel, \dots
- On considère P un polynôme de degré 2, \dots
- Soient α et β deux réels négatifs tels que $\alpha < \beta, \dots$

Cette bonne habitude se révélera d'autant plus utile que le problème à résoudre sera difficile et nécessitera l'introduction de nombreuses variables.

De plus, le fait de commencer à écrire proprement les quelques notations utilisées sur une copie peut vous aider à comprendre le problème et imaginer la suite de la réponse !

► Vous avez également le droit d'introduire vos propres notations si l'énoncé ne le fait pas (par contre interdiction de changer les notations de l'énoncé).

exemple : Si vous avez l'exercice suivant :

"Montrer que toute suite réelle croissante admet une limite"

Vous pouvez commencer votre rédaction par :

"Soit (u_n) une suite croissante"

C'est un premier petit pas vers la résolution du problème.

► Au cours d'une démonstration, il peut être également très intéressant de donner un nom à une expression que vous allez devoir réécrire plusieurs fois. Vous pouvez faire ceci en écrivant par exemple :

- On note x_1 le réel $\frac{-3+\sqrt{17}}{2}$
- On pose $A = \frac{\ln(\alpha)}{\alpha+1}$.

Il faut bien entendu que la variable introduite ne soit pas déjà utilisée. De plus, la définition de votre nouvelle variable ne doit pas être ambiguë :

exemple : Si vous écrivez :

"On pose $x^2 = 16$ "

la variable x n'est pas définie clairement puisqu'elle peut être égale à 4 ou -4 .

► Enfin, il est impératif de se conformer à l'usage mathématique en vigueur. Il serait étrange d'écrire :

"On considère l'ensemble des nombres rationnels que l'on note F "

puisque tous les mathématiciens appellent \mathbb{Q} l'ensemble en question.

De même, il n'est pas faux d'écrire :

"On introduit la fonction x de la variable f "

mais il n'est pas certain que vous mettiez ainsi le correcteur de bonne humeur.

2 Articuler votre raisonnement

► Pour rendre votre copie agréable et vos raisonnements clairs, il est très intéressant d'expliquer ce que vous allez faire : la stratégie de la preuve, le type de raisonnement utilisé. Par exemple :

- Par l'absurde, supposons que...
- On va raisonner par contraposition en supposant que : ...
- On va dans un premier temps démontrer que... pour en déduire à l'aide du résultat de la question précédente que...

Écrire avant tout le plan de votre démonstration peut également vous aider à clarifier vos idées !

Une fois la preuve faite, vous devez conclure en écrivant le résultat démontré et en le mettant en valeur (soulignement ou encadrement).

► Lorsque que vous faites appel à un théorème vu en cours vous devez en vérifier rigoureusement les hypothèses qui garantissent que le résultat s'applique à la question.

► Ne remplacez pas articulations logiques : "donc" ou "alors" par le symbole \Rightarrow .

exemple : Si vous devez démontrer que : $\forall x \in [0, 1], \sqrt{1-x^2} \in [0, 1]$, vous ne devez pas écrire :

$$"0 \leq x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq x^2 \leq 1 \Rightarrow 0 \leq 1-x^2 \leq 1 \Rightarrow 0 \leq \sqrt{1-x^2} \leq 1"$$

Une rédaction correcte est par exemple :

Soit $x \in [0, 1]$. Par croissance de la fonction carrée sur \mathbb{R}_+ , on a : $0 \leq x^2 \leq 1$. Ceci implique que : $0 \leq 1-x^2 \leq 1$ et par croissance de la fonction racine carrée, on en déduit que $0 \leq \sqrt{1-x^2} \leq 1$. Ce qui démontre bien que :

$$\underline{\forall x \in [0, 1], \sqrt{1-x^2} \in [0, 1]}$$

La langue française est très pourvue en mots de liaison : "donc", "alors", "d'où", "de plus", "en outre", "d'autre part", "puis", "finalement" ...qu'il ne faut pas hésiter à utiliser.

► Enfin, vous devez éviter d'utiliser les symboles \exists et \forall comme abréviations à l'intérieur d'une phrase en français. On n'écrira pas :

"On suppose qu'il $\exists n$ un entier relatif ..."

3 Ne pas confondre f et $f(x)$

► Il faut garder en tête que f est une fonction tandis que $f(x)$ est la fonction f évaluée en x . La notation $f(x)$ désigne ainsi le plus souvent un nombre réel. Par conséquent, on évitera d'écrire :

- X La fonction e^x est continue sur \mathbb{R} .
- X e^x est croissante.

De même pour définir une fonction, on n'écrira pas :

- X On considère la fonction $f(x) = \ln(x)$.

Pour définir correctement une fonction, on pourra utiliser l'une des écritures suivantes :

- ✓ On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = e^{\cos(x)}$.
- ✓ On note f la fonction définie par :

$$\begin{array}{lcl} f & : & \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ & & x \mapsto e^{\cos(x)} \end{array}$$

- ✓ On note f la fonction $x \mapsto e^{\cos(x)}$ définie sur \mathbb{R} .

Vous noterez au passage l'utilisation différente de \rightarrow et \mapsto qui n'est pas anodine.

► Dans le même ordre d'idée, on n'écrira pas $f(x)'$ pour désigner la dérivée d'une fonction f .

exemple : Si vous devez calculer la dérivée sur \mathbb{R} de la fonction $f : x \mapsto e^{\cos(x)}$, la rédaction suivante est incorrecte :

$$\times \text{ Pour tout } x \in \mathbb{R}, f'(x) = \left(e^{\cos(x)} \right)' = (\cos(x))' e^{\cos(x)} = -\sin(x) e^{\cos(x)}$$

En effet $e^{\cos(x)}$ n'est pas une fonction mais un nombre réel et cela n'a pas de sens de parler de la dérivée d'un nombre réel!

Une rédaction correcte est la suivante :

✓ D'après les formules de dérivation des fonctions composées, on a :

$$\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = -\sin(x) e^{\cos(x)}$$

4 Rédiger correctement vos récurrences

► Il ne faut pas remplacer une récurrence rigoureuse par l'utilisation de trois petits points : "...". S'il est vrai que cela peut passer à l'oral où l'examinateur, afin de gagner du temps pour le reste de la colle, vous dispensera peut être de certains détails de rédaction, c'est à proscrire à l'écrit.

exemple : On considère un nombre complexe q et on introduit la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 \in \mathbb{C} \\ u_{n+1} = qu_n \end{cases}$$

Imaginons que l'exercice consiste à démontrer que pour tout entier naturel n , $u_n = q^n u_0$. Vous pouvez être tenté de rédiger ainsi :

$$\times \text{ Soit } n \in \mathbb{N}, u_n = qu_{n-1} = q \times qu_{n-2} = \dots = \underbrace{q \times q \times \dots \times q}_{n \text{ fois}} u_0 = q^n u_0$$

Voici une rédaction correcte.

✓ Démontrons par récurrence la propriété suivante valable pour tout entier naturel n :

$$\mathcal{H}(n) : " u_n = q^n u_0 "$$

- **Initialisation.** On a bien $u_0 = q^0 u_0$ puisque $q^0 = 1$. Ce qui démontre que $\mathcal{H}(0)$ est vraie.
- **Hérédité.** Fixons un entier naturel n et supposons que $\mathcal{H}(n)$ est vraie. On a alors :

$$u_{n+1} = qu_n = q \times q^n u_0 = q^{n+1} u_0$$

Ce qui démontre que $\mathcal{H}(n+1)$ est vraie et achève la récurrence.

On a démontré que : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = q^n u_0$.

En résumé, dans vos futures productions écrites dès que vous serez tenté d'écrire "ainsi de suite" ou "...", demandez vous plutôt si une récurrence n'est pas plus appropriée.

5 Conseils de présentation

Après les quelques conseils de rédaction voici quelques exigences concernant la présentation de votre copie qui sont bien sûr à prendre au second degré!

- Ecrire votre nom le plus vite possible, avec de l'entraînement il est possible de gagner jusqu'à 3 secondes.
- Quand votre nom ressemble à un prénom, laisser planer le doute en écrivant par exemple le prénom en majuscule.
- Ne pas mettre de titre à votre copie, le correcteur sait bien de quoi il s'agit.
- Ne laisser aucun blanc et condenser votre copie au maximum, hors de question de perdre de la place.
- Il est en général mal vu de tracer une marge. Si jamais on a fait cette erreur, on peut toujours rattraper le coup en remplissant la marge de gribouillis au crayon à papier.
- Si toutefois vous voulez faire une marge, l'usage de la règle est strictement interdit.
- Traiter les questions dans un ordre arbitraire, pour ce faire l'usage de dés est conseillé.

- ▶ Inutile de numéroter les questions auxquelles on répond, ou alors ne surtout pas respecter la numérotation du sujet. Le correcteur appréciera à coup sûr votre touche d'originalité.
- ▶ Placer une éventuelle figure loin du texte correspondant, l'idéal étant au dos de celui-ci.
- ▶ Evitez de détailler le plan votre démonstration, le correcteur aime la surprise.
- ▶ Laissez quelques trous dans vos démonstrations, le correcteur peut bien travailler un peu, chacun son tour !
- ▶ Evitez de commenter un résultat, ce serait une marque d'arrogance.
- ▶ Ne surtout pas simplifier le résultat d'un calcul, une expression colossale impressionnera fortement le correcteur.
- ▶ Il est de mauvais goût d'attirer l'attention sur un résultat en l'encadrant ou en le soulignant.
- ▶ Rien ne prouve que le correcteur aime les choses clairement expliquées.
- ▶ Quand vous ne voyez pas comment résoudre une question, vous pouvez écrire des formules au hasard, avec un peu de chance elles auront un rapport avec la question.
- ▶ Ne pas numéroter vos pages et les rendre dans le désordre, là encore l'usage de dés est primordial.
- ▶ Vous pouvez rendre des copies raturées ou même vos brouillons, la note étant souvent proportionnelle au poids de la copie.
- ▶ Se détacher des notations du sujet le plus possible, avec 46 copies le correcteur sera ravi d'un peu de changement.
- ▶ L'emploi du rouge dans votre copie est conseillé, c'est une couleur chaleureuse qui égayera votre texte.
- ▶ Si vous n'aboutissez pas, essayez d'embrouiller le correcteur, il ne vous en tiendra pas rigueur, qui ne tente rien n'a rien !
- ▶ Soyez naturel, employez un style familier, comme si vous écriviez à votre cousin.
- ▶ Si vous repérez une erreur dans le sujet, surtout ne le dites pas dans votre copie, l'auteur du sujet en serait meurtri.
- ▶ Surtout pas de dessin pouvant éclairer la situation dans une copie, on n'est plus à l'école primaire !
- ▶ Ne définissez pas les variables utilisées, le correcteur aime beaucoup les énigmes.