

Chapitre 8 : Primitives et intégrales

A) Primitives

- Définition primitives
- Lien entre les primitives d'un même intervalle
- Existence primitive pour les fonctions continues
- Primitive des fonctions usuelles (y compris primitives de tan, tanh, ln.
- Opération sur les primitives (somme, produit par un scalaire, $\varphi' f \circ \varphi, \dots$
- Primitives des fonctions du type $x \mapsto \frac{1}{ax^2+bx+c}, (a, b, c) \neq (0, 0, 0)$.
- Primitives des fonctions du type $x \mapsto \exp(ax) \cos(bx), \exp(ax) \sin(bx)$.

B) Intégrales et primitives

- Théorème fondamental de l'analyse (lien entre intégrales et primitive pour une fonction continue sur un intervalle)
- Forme générale de la primitive d'une fonction continue. Notation $\int^x f$.
- Relation de Chasles, Linéarité, $\int_a^a f = 0, \int_b^a f = -\int_a^b f$
- Positivité, croissance de l'intégrale.
- Si l'intégrale d'une fonction continue de signe constant sur un intervalle est nulle, cette fonction est nulle sur cet intervalle.
- Théorème d'intégration par partie
- Application au calcul de primitive de ln et .
- Théorème de changement de variables.
- Application au calcul de $\int_0^\pi \sin(x) \cos^2(x) dx$.
- Application au calcul de $\int_0^1 \sqrt{1-x^2}$.

Questions de cours :

- Calcul de primitive de $x \mapsto \frac{1}{ax^2+bx+c}$ pour 2 polynômes $x \mapsto ax^2 + bx + c, a > 0$ au choix du colleur (avec $\Delta = 0, \Delta < 0$ ou $\Delta > 0$.)
- Preuve du théorème d'intégration par partie et application au calcul de $\int_0^1 x^2 \exp(x) dx$.
- Preuve du théorème de changement de variable et application au calcul de $\int_0^\pi \sin(x) \cos^2(x) dx$.
- Calcul de primitive de $\exp(ax) \cos(bx)$ ou $\exp(ax) \sin(bx)$. avec $a \neq 0, b \neq 0$ au choix du colleur.